1. 다음 중 다항식 $x^4 - 8x^2 - 9$의 인수가 <u>아닌</u> 것은?

① $x - 3$

② $x + 3$

③ $x^2 + 1$

④ $x^2 + 9$

⑤ $x^3 + 3x^2 + x + 3$

해설

준 식을 인수분해 하면

$$x^4 - 8x^2 - 9 = (x^2 + 1)(x^2 - 9)$$
$$= (x^2 + 1)(x + 3)(x - 3)$$

⑤ $x^2(x + 3) + x + 3 = (x^2 + 1)(x + 3)$

2. 다음 세 다항식에서 최대공약수를 구하면?

$$2x^2 - 3x + 1, \quad 3x^2 - x - 2, \quad x^2 + 3x - 4$$

① $x - 1$ ② $2x - 1$ ③ $x - 2$

④ $x + 3$ ⑤ $x + 1$

해설

$2x^2 - 3x + 1 = (2x - 1)(x - 1)$

$3x^2 - x - 2 = (3x + 2)(x - 1)$

$x^2 + 3x - 4 = (x + 4)(x - 1)$

따라서 최대 공약수는 $x - 1$이다.

3. 두 다항식 x^2+ax+b, $x^2+3bx+2a$의 최대공약수가 $x-1$일 때, $a+b$의 값을 구하면?

① 2 ② 1 ③ 0 ④ -1 ⑤ -2

해설

최대공약수가 $x-1$이므로
x^2+ax+b와 $x^2+3bx+2a$는
모두 $x-1$로 나누어 떨어져야 한다.
$\therefore\ 1+a+b=0$이고 $1+3b+2a=0$
따라서, $a=-2,\ b=1$
$\therefore\ a+b=-1$

4. 실수 k 에 대하여 복소수 $z = 2(k-i)-k(1+i)^2$ 의 값이 실수가 되도록 하는 k 의 값은?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$z = 2(k-i)-k(1+i)^2$ 의 값이 실수가 되려면 허수 부분이 0 이어야 한다.

$$\begin{aligned} z &= 2(k-i)-k(1+i)^2 \\ &= 2k-2i-2ki \\ &= 2k-(2+2k)i \end{aligned}$$

허수 부분이 0이려면 $2+2k=0$ 이어야 한다.

따라서 $k=-1$

5. 실수 x 에 대하여 복소수 $(1+i)x^2-(1+3i)x-(2-2i)$ 가 순허수가 되도록 하는 x 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$(1+i)x^2-(1+3i)x-(2-2i)$
$=(x^2-x-2)+(x^2-3x+2)i$
순허수가 되려면 (실수 부분)=0, (허수 부분)$\neq 0$이어야 하므로
$x^2-x-2=0$, $x^2-3x+2\neq 0$
(i) $x^2-x-2=0$ 에서 $(x+1)(x-2)=0$
$\therefore\ x=-1$ 또는 $x=2$
(ii) $x^2-3x+2\neq 0$ 에서 $(x-1)(x-2)\neq 0$
$\therefore\ x\neq 1$ 또는 $x\neq 2$
따라서 (i), (ii) 에 의하여 $x=-1$

6. $\dfrac{1}{i}+\dfrac{1}{i^2}+\dfrac{1}{i^3}+\cdots+\dfrac{1}{i^{50}}$ 의 값은?

① $-1+i$ ② $-1-i$ ③ 0

④ $1+i$ ⑤ $1-i$

해설

$$\frac{1}{i}+\frac{1}{i^2}+\frac{1}{i^3}+\cdots+\frac{1}{i^{50}}$$

$$\left(\frac{1}{i}+\frac{1}{i^2}+\frac{1}{i^3}+\frac{1}{i^4}\right)+\left(\frac{1}{i^5}+\frac{1}{i^6}+\frac{1}{i^7}+\frac{1}{i^8}\right)+\cdots$$

$$+\left(\frac{1}{i^{45}}+\frac{1}{i^{46}}+\frac{1}{i^{47}}+\frac{1}{i^{48}}\right)+\frac{1}{i^{49}}+\frac{1}{i^{50}}$$

$$=\left(\frac{1}{i}-1-\frac{1}{i}+1\right)+\left(\frac{1}{i}-1-\frac{1}{i}+1\right)+\cdots$$

$$+\left(\frac{1}{i}-1-\frac{1}{i}+1\right)+\frac{1}{i}-1$$

$$=\frac{1}{i}-1=-i-1$$

7. 복소수 z의 켤레복소수 $\bar{z}$라 할 때 $(1+2i)z+3(2-\bar{z})=0$을 만족하는 복소수 z를 구하면?

① $z=2-3i$ ② $z=4-3i$ ③ $z=6-3i$

④ $z=2+3i$ ⑤ $z=4+3i$

해설

$z=a+bi, \bar{z}=a-bi$라 하면

$$
\begin{aligned}
(\text{준식}) &= (1+2i)(a+bi)+3(2-a+bi) \\
&= (6-2a-2b)+(2a+4b)i
\end{aligned}
$$

$\therefore 6-2a-2b=0, 2a+4b=0$

$\therefore a=6, b=-3$

$\therefore z=6-3i$

8. $\dfrac{2012^3+8}{2012\times 2010+4}$ 의 값은?

① 2010　② 2011　③ 2012　④ 2013　⑤ 2014

해설

$a=2012$ 라 치환하면,

$$\frac{2012^3+8}{2012\times 2010+4}=\frac{a^3+2^3}{a\times(a-2)+4}$$

$$=\frac{(a+2)(a^2-2a+4)}{a^2-2a+4}$$

$$=2012+2$$

$$=2014$$

9. 최소공배수가 x^3-3x+2이고, 최대공약수가 $x-1$일 때, 이차항의 계수가 1인 두 다항식의 합을 구하면?

① $2x^2+x-1$ ② $2x^2-x-1$ ③ $2x^2-x+1$

④ x^2-x-2 ⑤ x^2-x+2

해설

$L=abG,\ G=x-1$에서

$L=(x-1)^2(x+2)$

$A=(x-1)^2,\ B=(x-1)(x+2)$

$$\begin{aligned}A+B&=(x^2-2x+1)+(x^2+x-2)\\&=2x^2-x-1\end{aligned}$$

10. x^2 의 계수가 1 인 두 다항식 A, B에 대해 두 다항식의 곱이 $(x-1)(x^3+3x^2-9x+5)$ 이고, 두 다항식의 최소공배수가 $(x-1)^2(x+5)$ 일 때, 두 다항식의 상수항의 합은?

① -4 ② -3 ③ -2 ④ -1 ⑤ 0

해설

$AB=LG=(x-1)(x^3+3x^2-9x+5)$

$L=(x-1)^2(x+5)$ 이므로 G$=x-1$

따라서 x^2 의 계수가 1 인 두 다항식은

각각 $(x-1)^2$, $(x-1)(x+5)$ 이다.

11. 두 다항식 A, B 의 최대공약수 G 를 $A \bigcirc B$, 최소공배수 L 을 $A \bigstar B$ 로 나타내기로 할 때, 다음 계산 과정의 (가), (나), (다) 에 알맞은 것을 순서대로 적은 것은?

> $A = aG$, $B = bG$ (a, b 는 서로소)
> $A^2 \bigcirc AB =$ [(가)], $A^2 \bigcirc B^2 =$ [(나)]
> $\therefore \left(A^2 \bigcirc AB\right) \bigstar \left(A^2 \bigcirc B^2\right) =$ [(다)]

① A, G^2, A　　② aG^2, G, A　　③ A, AB, AG

④ aG^2, G^2, AG　　⑤ G, G, AB

해설

(가) $= A^2 \bigcirc AB =$(G^2a^2 과 G^2ab 의 최대공약수)
$= aG^2$

(나) $= A^2 \bigcirc B^2 =$(G^2a^2과G^2b^2 의 최대공약수)
$= G^2$

(다) $= \left(A^2 \bigcirc AB\right) \bigstar \left(A^2 \bigcirc B^2\right)$
$=$ ((가) 와 (나) 의 최소공배수) $= aG^2 = AG$

12. $\dfrac{1}{\sqrt{-2}-\sqrt{-1}}$ 의 값은 ?

① $1-\sqrt{2}$ ② $-1-\sqrt{2}$ ③ $(1+\sqrt{2})i$

④ $-(1+\sqrt{2})i$ ⑤ $(1-\sqrt{2})i$

해설

$$\frac{1}{\sqrt{-2}-\sqrt{-1}} = \frac{1}{\sqrt{2}-1} \times \frac{1}{i}$$
$$= (\sqrt{2}+1) \times (-i)$$
$$= -(1+\sqrt{2})i$$

13. n 개의 수 $a_1, a_2, a_3 \cdots a_n$ 는 $1, -1, \sqrt{2}i, -\sqrt{2}i$ 중에서 하나의 값을 가진다고 한다. 보기 $a_1+a_2+a_3+\cdots+a_n=0$, $a_1^2+a_2^2+a_3^2+\cdots+a_n^2=0$ 이라고 할 때, 다음 중 n 의 값이 될 수 있는 것은?

① 300 ② 303 ③ 305 ④ 308 ⑤ 310

해설

$a_1, a_2, \cdots a_n$ 중 1이 a 개, -1 이 b 개 , $\sqrt{2}i$ 가 c 개, $-\sqrt{2}i$ 가 d 개 있다고 하면, a, b, c, d 는 음이 아닌 정수

$a_1+a_2+\cdots+a_n$

$=1\times a+(-1)\times b+(\sqrt{2}i)\times c+(-\sqrt{2}i)\times d$

$=a-b+\sqrt{2}i\,(c-d)=0$

a, b, c, d 는 실수이므로 $a-b, c-d$ 도 실수

복소수의 상등에 의해 $a=b,\ c=d\cdots$①

$a_1^2+a_2^2+\cdots+a_n^2$

$=1^2\times a+(-1)^2\times b+(\sqrt{2}i)^2\times c+(-\sqrt{2}i)^2\times d$

$=a+b-2c-2d=(a+b)-2(c+d)=0$

$a+b=2(c+d)$

$2a=4c(\because$ ①$)$

$\therefore\ a=2c$

$\therefore\ a:b:c:d=1:1:2:2$

$\therefore\ n=a+b+c+d=6a$, n 은 6 의 배수

14. $\sqrt{(x-1)^2} + \sqrt{(3-x)^2} = x+3$은 서로 다른 두 실근을 갖는다. 이 두 실근을 α, β라 할 때, $3\alpha\beta$의 값은?

① 3 ② 5 ③ 7 ④ 9 ⑤ 11

해설

(준식)$= |x-1| + |3-x| = x+3$

ⅰ) $x < 1$

$-x+1+3-x = x+3,\ 3x = 1$

$\therefore x = \dfrac{1}{3}$

ⅱ) $1 \leq x < 3$

$x-1+3-x = x+3,$

$x = -1$(해가 아니다)

ⅲ) $x \geq 3$

$x-1-3+x = x+3x = 7$

두 근이 $\dfrac{1}{3}$, 7

$\therefore 3\alpha\beta = 7$