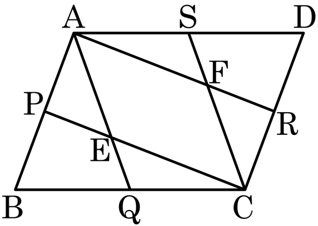
1. 평행사변형 ABCD 에서 각 변의 중점을 P, Q, R, S 라 할 때, 다음 그림에서 생기는 평행사변형은 □ABCD 를 포함해서 몇 개인지를 구하여라.



① 1 개　② 2 개　③ 3 개　④ 4 개　⑤ 5 개

해설

□ABCD, □AQCS, □APCR, □AECF

2. 다음 보기 중에서 서로 닮은 도형은 모두 몇 개인가?

보기

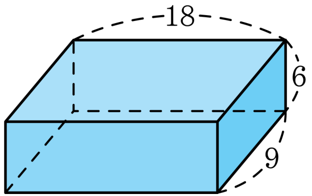
두 구, 두 정사면체, 두 정팔각기둥,
두 원뿔, 두 정육면체, 두 정육각형,
두 마름모, 두 직각삼각형, 두 직육면체,
두 원기둥, 두 직각이등변삼각형

① 5 개 ② 6 개 ③ 7 개 ④ 8 개 ⑤ 4 개

해설

서로 닮은 도형은 구와 정사면체, 정육각형, 정육면체, 직각이등변삼각형이다.

3. 다음 그림과 같은 직육면체와 닮음이고 한 모서리의 길이가 3 인 직육면체를 만들려고 한다. 이 때, 새로 만드는 직육면체의 모서리가 될 수 있는 것은?



① 4 ② 5 ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

해설

작은 변부터 세 변의 비가 $2:3:6$ 이므로 한 변의 길이가 3 인 닮음 직육면체는

1) $2:3:6 = x:y:3 \;\Rightarrow\; 1:\frac{3}{2}:3$

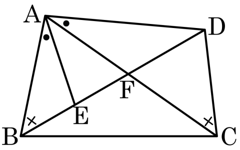
2) $2:3:6 = x:3:y \;\Rightarrow\; 2:3:6$

3) $2:3:6 = 3:x:y \;\Rightarrow\; 3:\frac{9}{2}:9$

세 가지 경우이다.

따라서 모서리가 될 수 있는 것은 $\frac{9}{2}$ 이다.

4. 다음 그림에서 $\angle BAE = \angle CAD$, $\angle ABE = \angle ACD$ 일 때, 다음 중 $\triangle ABC$ 와 닮은 도형인 것은?



① $\triangle ABE$　② $\triangle ADC$　③ $\triangle BCF$

④ $\triangle AED$　⑤ $\triangle CDF$

해설

$\angle ABE = \angle ACD,\ \angle BAE = \angle CAD$ 이므로

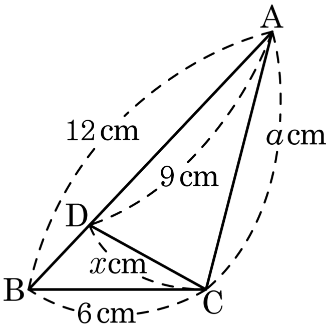
$\triangle ABE \backsim \triangle ACD$ (AA 닮음)

$\triangle ABC$ 와 $\triangle AED$ 에서 $\angle BAC = \angle EAD$, $\overline{AB} : \overline{AE} = \overline{AC} : \overline{AD}$

($\because \triangle ABE \backsim \triangle ACD$) 이므로 SAS 닮음이다.

$\therefore \triangle ABC \backsim \triangle AED$ (SAS 닮음)

5. 다음 그림에서 $\overline{AB}=12\text{cm}$, $\overline{AD}=9\text{cm}$, $\overline{AC}=a\,\text{cm}$, $\overline{BC}=6\,\text{cm}$ 일 때, x의 값을 a에 관하여 나타내면?



① $3a$ ② $\frac{2a}{3}$ ③ $\frac{a}{2}$ ④ $\frac{a}{3}$ ⑤ $2a$

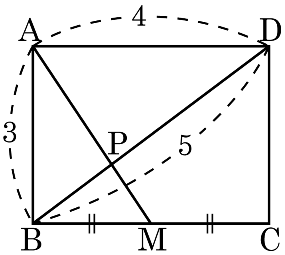
해설

$\angle B$ 는 공통, $\overline{BD} : \overline{BC} = \overline{BC} : \overline{BA} = 1 : 2$ 이므로 $\triangle BDC \backsim \triangle BCA$(SAS닮음)

닮음비가 $1:2$ 이므로 $x : a = 1 : 2$

$\therefore\ x = \frac{a}{2}$

6. 다음 그림의 직사각형 ABCD 에서 $\overline{AB}=3$, $\overline{BD}=5$, $\overline{AD}=4$ 이다. $\overline{BC}$ 의 중점을 M, $\overline{AM}$ 과 $\overline{BD}$ 의 교점을 P 라고 할 때, $\overline{BP}$ 의 길이는?



① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1 ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

해설

$\triangle$BPM 과 $\triangle$DPA 에서

$\angle$BMP $=$ $\angle$DAP ($\because$ 엇각)

$\angle$BPM $=$ $\angle$DPA ($\because$ 맞꼭지각)

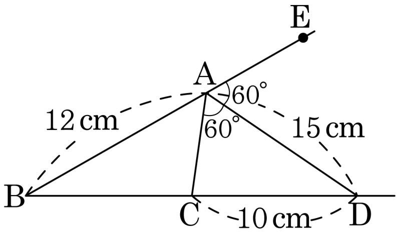
$\therefore$ $\triangle$BPM $\backsim$ $\triangle$DPA (AA 닮음)

$\overline{BP}:\overline{DP}=\overline{BM}:\overline{DA}$ 이므로

$\overline{BP}:\overline{DP}=2:4=1:2$

$\therefore\ \overline{BP}=\frac{1}{3}\overline{BD}=\frac{1}{3}\times 5=\frac{5}{3}$

7. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle CAD = \angle EAD = 60°$, $\overline{AB} = 12\text{cm}$, $\overline{CD} = 10\text{cm}$, $\overline{AD} = 15\text{cm}$ 일 때, $\overline{AC}$ 의 길이는?



① 6cm　② 5cm　③ $\dfrac{24}{5}\text{cm}$

④ $\dfrac{15}{4}\text{cm}$　⑤ $\dfrac{20}{3}\text{cm}$

해설

$\angle BAC = 60°$ 이므로 $\overline{AC}$ 는 $\angle BAD$ 의 이등분선이다.

따라서 $\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{BC} : \overline{CD}$ 이므로

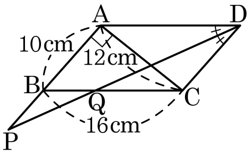
$12 : 15 = \overline{BC} : 10$

$\therefore\ \overline{BC} = 8(\text{cm})$

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$ 이므로 $12 : \overline{AC} = 18 : 10$

따라서 $\overline{AC} = \dfrac{20}{3}\text{cm}$ 이다.

8. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle D$ 의 이등분선과 $\overline{AB}$ 의 연장선과의 교점을 P 라고 할 때, $\triangle DQC$ 의 넓이는?



① 35cm^2

② 37.5cm^2

③ 38cm^2

④ 40cm^2

⑤ 60cm^2

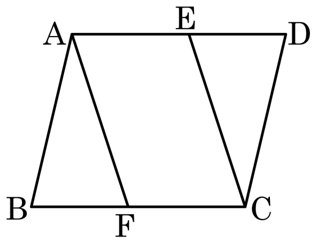
해설

$\angle ADQ = DQC$ (엇각), $\overline{QC} = \overline{CD} = 10\,\text{cm}$

□ABCD 에서 밑변을 $\overline{BC}$ 로 볼 때, 높이를 x라고 하면 $10 \times 12 = 16x$, $x = 7.5\ (\text{cm})$

$$\therefore\ \triangle DQC = \frac{1}{2} \times 10 \times 7.5 = 37.5\ (\text{cm}^2)$$

9. 다음은 평행사변형 ABCD에서 변 AD, 변 BC의 중점을 점 E, F라 할 때, □AFCE가 평행사변형임을 증명하는 과정이다. □ 안에 들어갈 알맞은 것은?



[가정] □ABCD는 평행사변형 $\overline{AE}=\overline{ED}$, $\overline{BF}=\overline{FC}$

[결론] □AFCE는 평행사변형

[증명] □ABCD에서

$\overline{AE}=\frac{1}{2}\boxed{}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\overline{FC}$

즉, $\overline{AE}=\overline{FC}\cdots$ ㉠

$\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$ 이므로

$\overline{AE}\,/\!/\,\overline{FC}\cdots$ ㉡

㉠, ㉡에 의하여 □AFCE 는 평행사변형이다.

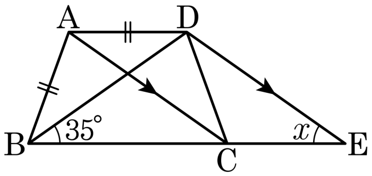
① $\overline{AB}$ ② $\overline{CD}$ ③ $\overline{ED}$ ④ $\overline{BF}$ ⑤ $\overline{AD}$

해설

□ABCD에서 $\overline{AE}=\frac{1}{2}\overline{AD}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\overline{FC}$

즉, $\overline{AE}=\overline{FC}$와 $\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$이므로 $\overline{AE}\,/\!/\,\overline{FC}$ 에 의해 □AFCE는 평행사변형이다.

10. 다음 그림의 □ABCD는 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$인 등변사다리꼴이다. $\overline{AC} /\!/ \overline{DE}$, $\angle DBC = 35°$일 때, $\angle x$의 크기는?

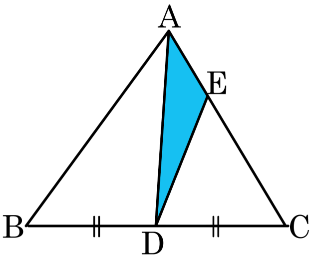


① 15° ② 20° ③ 25° ④ 30° ⑤ 35°

해설

$\triangle ABC$와 $\triangle DCB$에서
$\overline{AB} = \overline{DC}$, $\angle ABC = \angle DCB$, $\overline{BC}$는 공통
$\therefore\ \triangle ABC \equiv \triangle DCB$ (SAS 합동)
$\therefore\ \angle ACB = \angle DBC = 35°$
$\overline{AC} /\!/ \overline{DE}$이므로
$\angle x = \angle ACB = 35°$ (동위각)

11. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$에서 $\overline{AE} : \overline{EC} = 1 : 2$이고 $\triangle AED = 4\text{cm}^2$일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



① 12cm^2 ② 16cm^2 ③ 20cm^2

④ 24cm^2 ⑤ 28cm^2

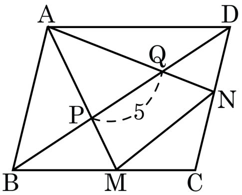
해설

$\overline{AE} : \overline{EC} = 1 : 2$, $\triangle AED = 4$ 이므로 $\triangle CDE = 8$, $\triangle ADC = 4 + 8 = 12$

$\overline{BD} = \overline{CD}$ 이므로 $\triangle ADC = \triangle ADB$

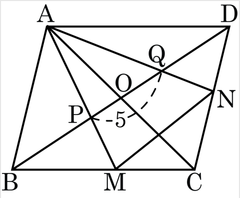
$\therefore \triangle ABC = 2\triangle ADC = 24(\text{cm}^2)$

12. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 점 M, N 은 각각 $\overline{BC}, \overline{DC}$ 의 중점이다. $\overline{PQ}=5$ 일 때, $\overline{MN}$ 의 길이를 구하면?



① $\frac{13}{2}$　② $\frac{15}{2}$　③ $\frac{17}{2}$
④ $\frac{19}{2}$　⑤ $\frac{21}{2}$

해설



$\overline{AC}$ 와 $\overline{BD}$ 의 교점을 O 라고 하면 $\overline{AO}=\overline{CO}$ 이다.

$\triangle ABC$ 에서 $\overline{AM}, \overline{BO}$ 는 중선이므로 점P 는 무게중심이므로

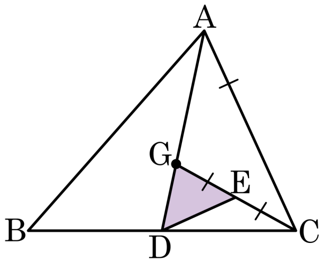
$\overline{PO}=\frac{1}{3}\overline{BO}$

점Q 도 $\triangle ACD$ 의 무게중심이므로 $\overline{QO}=\frac{1}{3}\overline{DO}$,

$\triangle BCD$ 에서 $\overline{BD}=3\overline{PQ}$, $\overline{BD}=3\times5=15$

$\therefore\ \overline{MN}=\frac{1}{2}\overline{BD}=\frac{15}{2}$

13. 다음 그림에서 점 G는 $\triangle ABC$의 무게중심이고, $\overline{GE} = \overline{CE}$ 이다. $\triangle ABC$의 넓이가 $36 cm^2$ 일 때, $\triangle GDE$의 넓이를 구하면?



① $5cm^2$　② $4.5cm^2$　③ $4cm^2$

④ $3cm^2$　⑤ $2.5cm^2$

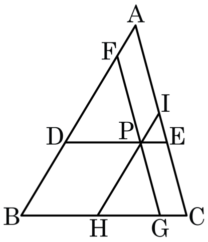
해설

$\triangle GCD = \frac{1}{6}\triangle ABC = 6(cm^2)$

$\overline{GE} : \overline{EC} = 1 : 1$이므로

$\triangle GDE = \frac{1}{2}\triangle GCD = 3(cm^2)$이다.

14. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 내부의 한 점 P 를 지나고 각 변에 평행인 선분을 그었다. $\triangle ABC = 169\,\text{cm}^2$, $\triangle FDP = 36\,\text{cm}^2$, $\triangle PHG = 25\,\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle IPE$ 의 넓이는?



① $4\,\text{cm}^2$ ② $6\,\text{cm}^2$ ③ $7\,\text{cm}^2$ ④ $8\,\text{cm}^2$ ⑤ $9\,\text{cm}^2$

해설

$$\begin{aligned}\triangle ABC : \triangle FDP : \triangle PHG &= 169 : 36 : 25 \\ &= 13^2 : 6^2 : 5^2\end{aligned}$$

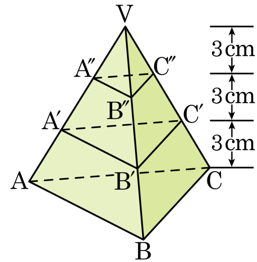
$\overline{BC} : \overline{DP} : \overline{HG} = 13 : 6 : 5$

$\overline{AI} : \overline{IE} : \overline{EC} = 6 : 2 : 5$

$\triangle IPE : \triangle ABC = 2^2 : 13^2 = 4 : 169$

$\therefore\ \triangle IPE = 4\ \left(\text{cm}^2\right)$

15. 다음 그림은 삼각뿔 V – ABC 를 밑면에 평행인 평면으로 자른 것이다. $\triangle A'B'C' = 27\,cm^2$ 일 때, $\triangle ABC$ 와 $\triangle A''B''C''$ 의 넓이를 바르게 구한 것은?



① $\triangle ABC = \frac{243}{8}\,cm^2,\ \triangle A''B''C'' = \frac{27}{8}\,cm^2$

② $\triangle ABC = \frac{243}{8}\,cm^2,\ \triangle A''B''C'' = \frac{9}{2}\,cm^2$

③ $\triangle ABC = \frac{243}{4}\,cm^2,\ \triangle A''B''C'' = \frac{9}{2}\,cm^2$

④ $\triangle ABC = \frac{162}{4}\,cm^2,\ \triangle A''B''C'' = \frac{9}{4}\,cm^2$

⑤ $\triangle ABC = \frac{243}{4}\,cm^2,\ \triangle A''B''C'' = \frac{27}{4}\,cm^2$

해설

$\triangle A''B''C'' : \triangle A'B'C' = 1^2 : 2^2 = 1 : 4$

$\triangle A''B''C'' : 27 = 1 : 4$

$\triangle A''B''C'' = \frac{27}{4}\ (cm^2)$

$\triangle A'B'C' : \triangle ABC = 2^2 : 3^2 = 4 : 9$

$27 : \triangle ABC = 4 : 9$

$\therefore\ \triangle ABC = \frac{243}{4}\ (cm^2)$