1. 다항식 $8x^3 - 1$을 $4x^2 + 2x + 1$로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$라 할 때 $Q(x)$의 상수항의 계수는?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$8x^3 - 1 = (2x)^3 - 1^3 = (2x-1)\left(4x^2+2x+1\right)$

$\therefore Q(x) = 2x - 1$

$\therefore$ 상수항은 -1

2. $(a-b+c)(a+b-c)$를 전개한 식은?

① $a^2+b^2+c^2-2bc$ ② $a^2-b^2+c^2-2bc$
③ $a^2-b^2-c^2+2bc$ ④ $a^2+b^2-c^2-2bc$
⑤ $a^2+b^2+c^2+2bc$

해설

$(a-b+c)(a+b-c)$
$=\{a-(b-c)\}\{a+(b-c)\}$
$=a^2-(b-c)^2$
$=a^2-b^2-c^2+2bc$

3. $x^4+4x^3-2x^2+ax+b$가 이차식의 완전제곱식이 될 때, 상수 a, b의 값은?

① $a=12,\ b=9$
② $a=-12,\ b=9$
③ $a=12,\ b=-9$
④ $a=-12,\ b=-9$
⑤ $a=9,\ b=12$

해설

$x^4+4x^3-2x^2+ax+b=(x^2+px+q)^2$으로 놓으면
이 식의 우변은
$x^4+2x^2(px+q)+(px+q)^2$
$=x^4+2px^3+(p^2+2q)x^2+2pqx+q^2$
좌변과 계수를 비교하면
$2p=4,\ p^2+2q=-2$
$p=2,\ q=-3$에서
$a=2pq=-12,\ b=q^2=9$

4. 두 다항식 x^3-3x^2+2x, $x^4-4x^3+4x^2$ 의 최대공약수와 최소공배수를 각각 $f(x), g(x)$ 라 할 때, $f(3)+g(3)$ 의 값을 구하면?

① 18 ② 19 ③ 20 ④ 21 ⑤ 22

해설

$x^3-3x^2+2x=x(x-2)(x-1)$
$x^4-4x^3+4x^2=x^2(x-2)^2$
$\therefore f(x)=x(x-2), g(x)=x^2(x-1)(x-2)^2$
$\therefore f(3)+g(3)=3+18=21$

5. 두 다항식 $x^2-4x+3a+b$와 x^2+bx-6의 최대공약수가 $x-2$일 때, $a+b$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 8

해설

$f(x)=x^2-4x+3a+b$,
$g(x)=x^2+bx-6$이라 하면
$f(x)$와 $g(x)$는 모두 $x-2$로 나누어떨어지므로
$f(2)=g(2)=0$에서
$f(2)=4-8+3a+b=0$, $g(2)=4+2b-6=0$
$\therefore\ a=1,\ b=1 \therefore\ a+b=2$

6. $i(x+2i)^2$ 이 실수가 되는 실수 x 의 값을 정하면? (단, $i=\sqrt{-1}$)

① ±1 ② ±2 ③ ±3 ④ ±4 ⑤ ±5

해설

$i(x+2i)^2 = i(x^2+4ix-4) = x^2i-4x-4i$
$= -4x+(x^2-4)i$
실수가 되려면 허수부분이 0이면 된다.
$\therefore\ x^2-4=0 \quad \Rightarrow \quad x=\pm2$

7. $i^2 = -1$이라 할 때, 다음 중 제곱하여 음수가 되는 수의 개수는?

$-2, \quad -\sqrt{2}, \quad 2i, \quad -2i,$
$3i, \quad -3i, \quad 1-i, \quad 1+i$

① 1개　② 2개　③ 3개　④ 4개　⑤ 5개

해설

$i^2 = -1$이므로 제곱해서 음수가 되는 수는 순허수, 즉 $ai(a \neq 0)$의 꼴이 되어야 한다.
$\therefore\ 2i,\ -2i,\ 3i,\ -3i$ 4개,
$2, -\sqrt{2}$는 실수이므로
$(\text{실수})^2 \geq 0$, $(1 \pm i)^2 = 1 \pm 2i - 1 = \pm 2i$가 된다.

8. $(1+i)^{10}$ 의 값은?

① $10-i$ ② $4i$ ③ $8i$ ④ $16i$ ⑤ $32i$

해설

$(1+i)^{10} = \left\{(1+i)^2\right\}^5 = (1+2i+i^2)^5$
$= (2i)^5 = 2^5 \cdot i^5 = 32i$

9. $x = 1 + \sqrt{2}i$, $y = 1 - \sqrt{2}i$ 일 때, $x^2 + y^2$ 의 값을 구하면?

① -1　② 1　③ -2　④ 2　⑤ -3

해설

$x + y = 2,\ xy = 3$

$x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy = 4 - 6 = -2$

10. 등식 $(1+i)z+(2z-3i)i=0$ 을 만족하는 복소수 z 는?

① $3+9i$ ② $-3+9i$ ③ $3-9i$
④ $\frac{3}{10}-\frac{9}{10}i$ ⑤ $-\frac{3}{10}+\frac{9}{10}i$

해설

$z=a+bi$ ($a,\ b$ 는 실수) 로 놓으면
$(1+i)(a+bi)+\{2(a+bi)-3i\}i=0$
$(a+bi+ai-b)+(2ai-2b+3)=0$
$(a-3b+3)+(3a+b)i=0$
복소수가 서로 같을 조건에 의하여
$a-3b+3=0$, $3a+b=0$
두 식을 연립하여 풀면
$a=-\frac{3}{10}$, $b=\frac{9}{10}$
$\therefore\ z=-\frac{3}{10}+\frac{9}{10}i$

11. $\dfrac{2006^3-1}{2006\times 2007+1}$ 의 값을 구하면?

① 2005 ② 2006 ③ 2007 ④ 2008 ⑤ 2009

해설

$a=2006$ 로 놓으면

$$(\text{준식})=\frac{a^3-1}{a(a+1)+1}=\frac{(a-1)(a^2+a+1)}{a^2+a+1}$$
$$=a-1=2005$$

12. 두 이차 다항식 $f(x)$, $g(x)$의 최대공약수가 $x+2$, 최소공배수가 x^3+2x^2-x-2일 때, $f(x)+g(x)$를 구하면?

① $2x^2+5x+2$　② $2x^2+3x-2$　③ $2x^2+4x$
④ $2x^2+2x-4$　⑤ $2x^2+6x+4$

해설

$x^3+2x^2-x-2=(x-1)(x+1)(x+2)$
$f(x)=(x+1)(x+2)$, $g(x)=(x-1)(x+2)$ 또는 $f(x)=(x-1)(x+2)$, $g(x)=(x+1)(x+2)$

$$\begin{aligned} f(x)+g(x) &= x^2+3x+2+x^2+x-2 \\ &= 2x^2+4x \end{aligned}$$

13. 이차항의 계수가 1 인 두 이차 다항식의 최소공배수가 x^3+6x^2-x-30 이고, 최대공약수가 $x-2$ 일 때, 두 다항식의 합을 바르게 구한 것은?

① $2x^2+4x-16$ ② $2x^2+3x-8$ ③ x^2-5x-1
④ $2x^2+x+4$ ⑤ x^2+2x+5

해설

두 이차 다항식을 $A=a(x-2)$, $B=b(x-2)$ (a, b 는 서로소) 라고 하면
$L=x^3+6x^2-x-30=abG=ab(x-2)$ 이고,
L 을 인수분해하면
$L=(x-2)(x^2+8x+15)=$
$\underbrace{(x-2)}_{G}\underbrace{(x+3)(x+5)}_{ab}$
따라서, 두 다항식은
$(x-2)(x+3)=x^2+x-6$
$(x-2)(x+5)=x^2+3x-10$ 이므로
두 다항식의 합은
$(x^2+x-6)+(x^2+3x-10)=2x^2+4x-16$

14. 두 다항식 A, B의 최대공약수 G를 $A * B$, 최소공배수 L을 $A \bigstar B$로 나타내기로 할 때, $(A^2 * B^2) \bigstar (A^2 * AB)$와 같은 것은?

① AG ② A ③ AL ④ AB ⑤ I

해설

$A = Ga,\ B = Gb$(a, b는 서로소)로 놓으면
$(A^2 * B^2) \bigstar (A^2 * AB)$
$= (G^2a^2 * G^2b^2) \bigstar (G^2a^2 * G^2ab)$
$= G^2 \bigstar G^2a$
$= G^2a$
$= AG$

15. $\sqrt{-12}+\sqrt{-3}\sqrt{-6}-\dfrac{\sqrt{6}}{\sqrt{-2}}=a+bi$일 때, a^2+b^2의 값은? (단, a, b는 실수, $i=\sqrt{-1}$)

① 15 ② 25 ③ 35 ④ 45 ⑤ 55

해설

$\sqrt{-12}+\sqrt{-3}\sqrt{-6}-\dfrac{\sqrt{6}}{\sqrt{-2}}$

$=2\sqrt{3}i-3\sqrt{2}+\sqrt{3}i$

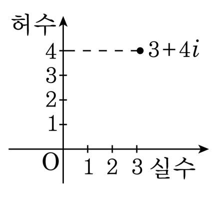
$=-3\sqrt{2}+3\sqrt{3}i$

$=a+bi$

따라서, $a=-3\sqrt{2}, b=3\sqrt{3}$

$\therefore\ a^2+b^2=18+27=45$

16. 복소수 $z = a + bi$ (a, b는 실수)를 실수의 순서쌍 $(a,\ b)$로 나타내어 좌표평면 위에 표시할 수 있다. 예를 들어 $3+4i$를 $(3,\ 4)$로 나타내면 다음 그림과 같이 표시할 수 있다. $z = 1 + i$일 때, $0,\ z,\ z^2$ 이 나타내는 점을 각각 $A,\ B,\ C$ 라 할 때, $\triangle ABC$는 어떤 삼각형인가? (단, 가장 정확하게 표시한 것을 하나만 고른다.)



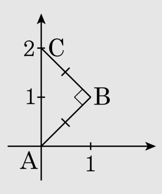
① 정삼각형　　② 이등변삼각형

③ 직각삼각형　　④ 직각이등변삼각형

⑤ 답 없음

해설

$z = 1 + i \quad z^2 = 2i \Rightarrow \quad B(1,\ 1),\ C(0,\ 2)$



$\Rightarrow$ 직각이등변삼각형

※ 이와 같이 복소수의 실수부와 허수부를 순서쌍으로 좌표평면에 나타내는 것을 복소평면이라 한다.

17. $(i-1)x^2-3(a+i)x+(5+2i)=0$이 실근을 갖도록 하는 실수 a의 값을 α, β라 할 때, $\alpha-\beta$의 값을 구하면$(\alpha>\beta)$?

① $\frac{7}{6}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{11}{6}$

해설

$(i-1)x^2-3(a+i)x+(5+2i)=0$
$(-x^2-3ax+5)+(x^2-3x+2)i=0$
$-x^2-3ax+5=0\cdots$ ⓐ
$x^2-3x+2=0\cdots$ ⓑ
ⓑ을 인수분해하면,
$(x-1)(x-2)=0$, $\therefore\ x=1,\ 2$
ⓐ에 대입하면,
$x=1$일 때, $-1-3a+5=0$, $\therefore\ a=\frac{4}{3}$
$x=2$일 때, $-4-6a+5=0$, $\therefore\ a=\frac{1}{6}$
$\therefore\ \alpha=\frac{4}{3}, \beta=\frac{1}{6} (\because\ \alpha>\beta)$
$\therefore\ \alpha-\beta=\frac{4}{3}-\frac{1}{6}=\frac{7}{6}$

18. 복소수 z 의 켤레복소수를 $\bar{z}$ 라 할 때, $z+3i=\overline{z-zi}$ 를 만족하는 복소수 z 를 구하면? (단, $i=\sqrt{-1}$)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$z=a+bi$ 라 할 때,

(좌변): $z+3i=a+(b+3)i$

(우변): $z-zi=(a+bi)-(a+bi)i$

$=(a+b)+(b-a)i$

$\therefore\ \overline{z-zi}=(a+b)-(b-a)i$

(좌변) = (우변) 이므로,

$a+(b+3)i=(a+b)+(a-b)i$

$$\begin{cases} a+b=a \\ a-b=b+3 \Rightarrow a=3,\ b=0 \end{cases}$$

$\therefore\ z=3+0\cdot i=3$

19. x에 대한 일차방정식 $5x + a = 2x + 12$의 해가 자연수일 때, 자연수 a 의 개수는?

① 1개　　② 2개　　③ 3개

④ 4개　　⑤ 무수히 많다

해설

$5x - 2x = 12 - a, 3x = 12 - a$

$\therefore x = \dfrac{12 - a}{3}$

자연수 $a = 1, 2, 3, \cdots$ 을 대입했을 때,

$x = \dfrac{12 - a}{3}$ 가 자연수가 되는 경우는

$12 - a$ 가 3 의 배수이면서 $a < 12$ 일 때이다.

i) $a = 3$ 일 때, $x = \dfrac{12 - 3}{3} = 3$

ii) $a = 6$ 일 때, $x = \dfrac{12 - 6}{3} = 2$

iii) $a = 9$ 일 때, $x = \dfrac{12 - 9}{3} = 1$

따라서 자연수 a 의 개수는 3 개이다.

20. $|x-2|+|x-3|=1$을 만족하는 실수 x의 개수는?

① 0개　② 1개　③ 2개
④ 3개　⑤ 4개이상

해설

$|x-2|+|x-3|=1$에서
ⅰ) $x<2$일 때,
$-(x-2)-(x-3)=1$
$\therefore\ x=2$ (성립하지 않음)
ⅱ) $2\le x<3$일 때,
$(x-2)-(x-3)=1$
$\therefore\ 0\cdot x=0$ (모든 실수)
ⅲ) $x\ge 3$일 때,
$(x-2)+(x-3)=1$
$\therefore\ x=3$