

1. 1에서 5까지의 숫자가 적힌 5장의 카드를 차례로 늘어놓을 때, 양끝의 숫자가 홀수일 확률을 구하면?

① $\frac{1}{2}$

② $\frac{1}{3}$

③ $\frac{2}{5}$

④ $\frac{3}{10}$

⑤ $\frac{7}{10}$

해설

전체 경우의 수 : $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$ (가지)

왼쪽 끝에 홀수가 오는 경우의 수 : 3 가지

오른쪽 끝에 홀수가 오는 경우의 수 : 2 가지

가운데 세 칸을 채워 늘어놓는 경우의 수 : $3 \times 2 \times 1 = 6$ (가지)

따라서 양 끝에 홀수가 오는 경우의 수는 $3 \times 2 \times 6 = 36$ (가지)

$$\therefore \frac{36}{120} = \frac{3}{10}$$

2. 다음은 평행사변형 ABCD에서 $\angle B$, $\angle D$ 의 이등분선이 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 각각 E, F라 할 때, $\square EBF D$ 가 평행사변형임을 증명하는 과정이다. □ 안에 들어갈 알맞은 것은?

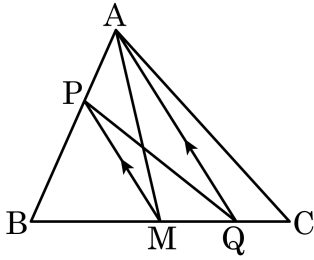
$\square ABCD$ 는 평행사변형이고, $\angle B = \angle D$ 이므로 $\frac{1}{2}\angle B = \frac{1}{2}\angle D$, 즉
 $\angle EBF = \angle EDF \cdots \text{㉠}$
 $\angle AEB = \angle EBF$, $= \angle CFD$ ($\because$ 엇각)
 $\angle AEB = \angle CFD$
 $\angle DEB = \angle 180^\circ - \angle AEB = \angle DFB \cdots \text{㉡}$
 $\text{㉠, ㉡에 의하여 } \square EBF D \text{는 평행사변형이다.}$

- ① $\angle EDF$ ② $\angle CDF$ ③ $\angle EAB$
 ④ $\angle DCF$ ⑤ $\angle DFB$

해설

$\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\angle CFD = \angle EDF$ 는 엇각으로 같다.

3. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}$ 위의 점 P를 지나고 $\triangle ABC$ 의 넓이를 이등분하는 직선은?

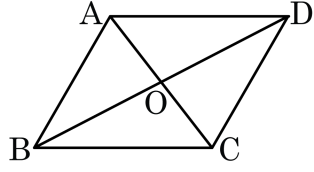


- ① $\overline{PM}$ ② $\overline{PQ}$ ③ $\overline{PC}$ ④ $\overline{PB}$ ⑤ $\overline{PA}$

해설

$\overline{BC}$ 의 중점 M을 잡고 $\overline{PM} // \overline{AQ}$ 인 점 Q를 잡으면 $\overline{PQ}$ 는 $\triangle ABC$ 의 넓이를 이등분한다.

4. 다음 평행사변형 ABCD가 마름모가 되려면 다음 중 어떤 조건이 더 있어야 하는지 모두 골라라.

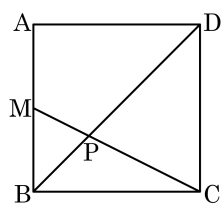


- ① $\overline{AB} = \overline{AD}$ ② $\angle A = 90^\circ$
③ $\overline{AC} = \overline{BD}$ ④ $\overline{AC} \perp \overline{BD}$
⑤ $\overline{AO} = \overline{BO} = \overline{CO} = \overline{DO}$

해설

평행사변형의 이웃하는 두 변의 길이가 같거나, 두 대각선이 직교하면 마름모이다.

5. 다음 그림의 정사각형 ABCD 에서 점 M은 $\overline{AB}$ 의 중점이다. $\triangle MBP = 15\text{ cm}^2$ 일 때, □ABCD의 넓이를 구하면?

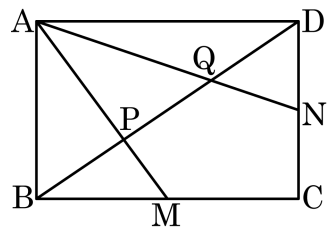


- ① 120 cm^2 ② 140 cm^2 ③ 160 cm^2
 ④ 180 cm^2 ⑤ 200 cm^2

해설

$\overline{BC}$ 의 중점 N을 잡으면
 $\triangle PMB \equiv \triangle PNB$ (SAS합동)
 $\triangle PCN = \triangle PNB = \triangle PMB = 15(\text{cm}^2)$
 $\therefore \square ABCD = 4\triangle MBC = 4 \times 15 \times 3 = 180(\text{cm}^2)$

6. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 점 M,N 은 각각 $\overline{BC}, \overline{CD}$ 의 중점이다. $\overline{BD} = 21\text{ cm}$ 대각선 $\overline{BD}$ 와 $\overline{AM}, \overline{AN}$ 과의 교점을 각각 P, Q 라 할 때, $\overline{PQ}$ 의 길이를 바르게 구한 것은?



- ① 5 cm ② 6 cm ③ 7 cm ④ 8 cm ⑤ 9 cm

해설

대각선 AC 를 긋고 $\overline{BD}$ 와 만나는 점을 R 이라고 하자.
 점 P 는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이고, $\overline{BP} : \overline{PR} = 2 : 1$ 이다.
 같은 방법으로 점 Q 는 $\triangle ACD$ 의 무게중심이고, $\overline{DQ} : \overline{QR} = 2 : 1$ 이다.
 $\overline{BR} = \overline{DR}$ 이므로 $\overline{BP} : \overline{PQ} : \overline{QD} = 1 : 1 : 1$ 이다.

7. 다음 중 그 값이 나머지 넷과 다른 하나는?

① $(\sqrt{3})^2$

② $\sqrt{9}$

③ $\sqrt{\frac{1}{3}}(3)^3$

④ $\sqrt{3\sqrt{3^4}}$

⑤ $\sqrt{(-3)^2}$

해설

①, ②, ③, ⑤ : 3

④ : $3\sqrt{3}$

8. 두 자연수 x, y 에 대하여 $\sqrt{1750xy}$ 가 가장 작은 정수가 되도록 x, y 의 값을 정할 때, 다음 중 $|x - y|$ 의 값이 될 수 없는 것은?

① 3 ② 6 ③ 9 ④ 33 ⑤ 69

해설

$$\sqrt{1750xy} = \sqrt{5^3 \times 2 \times 7xy} = 5\sqrt{70xy}$$

$$\therefore xy = 70$$

$$(x, y) = (1, 70), (2, 35), (5, 14), (7, 10), \\ (10, 7), (14, 5), (35, 2), (70, 1)$$

따라서 $|x - y|$ 의 값이 될 수 없는 것은 ②이다.

9. x 에 관한 이차식 $x^2 + 11x + k$ 가 $(x + a)(x + b)$ 로 인수 분해될 때, 정수 k 의 최댓값을 구하면?

① 11 ② 18 ③ 22 ④ 27 ⑤ 30

해설

$a + b = 11$ 이 되는 a, b 중 곱 ab 가 가장 큰 수는 $5 \times 6 = 30$ 이다.

10. 이차방정식 $\frac{1}{12}x - \frac{1}{3} = \frac{3}{2x}$ 의 양의 근을 α 라고 할 때, $\alpha^2 + 4\alpha$ 의 값은?

① $24 + 5\sqrt{21}$

② $26 + 6\sqrt{23}$

③ $28 + 7\sqrt{26}$

④ $32 + 8\sqrt{23}$

⑤ $34 + 8\sqrt{22}$

해설

$\frac{1}{12}x - \frac{1}{3} = \frac{3}{2x}$ 의 양변에 $12x$ 를 곱하면

$$x^2 - 4x - 18 = 0$$

$$x^2 - 4x + 4 = 18 + 4$$

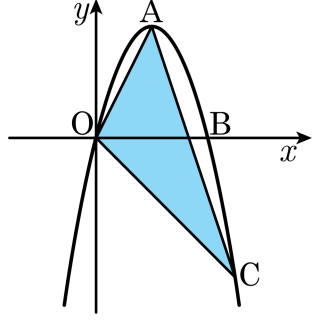
$$(x - 2)^2 = 22$$

$$\therefore x = 2 \pm \sqrt{22}$$

α 는 양의 근이므로 $\alpha = 2 + \sqrt{22}$

$$\therefore \alpha^2 + 4\alpha = 34 + 8\sqrt{22}$$

11. 이차함수 $y = -x^2 + 4x$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, $\triangle AOB : \triangle OBC = 4 : 5$ 가 되는 점 C 의 좌표는? (단, 점 A 는 꼭짓점, 점 B 는 포물선과 x 축과의 교점, 점 C 는 포물선 위에 있는 4 사분면의 점이다.)



- ① (5, -5) ② (4, -3) ③ (6, -2)
 ④ (2, -8) ⑤ (3, -4)

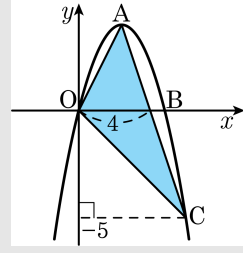
해설

$$y = -x^2 + 4x = -(x-2)^2 + 4 \text{ 이므로 꼭짓점 } A(2, 4)$$

$$\text{또한 } y = 0 \text{ 일 때, } 0 = -x^2 + 4x \Leftrightarrow x(x-4) = 0$$

$$\text{따라서 점 } B(4, 0) \text{ 이다. } \therefore \triangle AOB = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$$

$$\triangle AOB : \triangle OBC = 4 : 5 \text{ 이므로 } \triangle OBC \text{ 의 넓이는 } 10 \text{ 이다.}$$



$\triangle OBC$ 의 밑변을 $\overline{OB} = 4$ 라고 하면 높이는 5 가 된다. 즉 점 C 의 y 좌표가 -5 이다.

$$\text{점 C 의 } x \text{ 좌표를 } c \text{ 라고 하면 } -c^2 + 4c = -5$$

$$c^2 - 4c - 5 = 0 \Leftrightarrow (c-5)(c+1) = 0, c > 0 \text{ 이므로 } c = 5$$

$$\therefore C(5, -5)$$

12. 세 수 x, y, z 의 평균과 분산이 각각 4, 2 일 때, x^2, y^2, z^2 의 평균은?

- ① $\frac{50}{3}$ ② $\frac{51}{3}$ ③ $\frac{52}{3}$ ④ $\frac{53}{3}$ ⑤ 18

해설

세 수 x, y, z 의 평균이 4 이므로

$$\frac{x+y+z}{3} = 4$$

$$\therefore x+y+z = 12 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

또한, x, y, z 의 분산이 2 이므로

$$\frac{(x-4)^2 + (y-4)^2 + (z-4)^2}{3} = 2$$

$$(x-4)^2 + (y-4)^2 + (z-4)^2 = 6$$

$$x^2 - 8x + 16 + y^2 - 8y + 16 + z^2 - 8z + 16 = 6$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 8(x+y+z) + 48 = 6$$

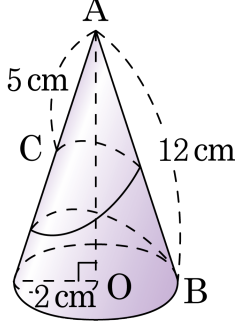
위의 식에 $\textcircled{1}$ 을 대입하면

$$x^2 + y^2 + z^2 - 8 \times 12 + 48 = 6$$

$$\therefore x^2 + y^2 + z^2 = 54 \text{ 따라서 } x^2, y^2, z^2 \text{ 의 평균은}$$

$$\frac{x^2 + y^2 + z^2}{3} = \frac{54}{3} = 18 \text{ 이다.}$$

13. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 2cm 이고 모선의 길이가 12cm 인 원뿔에서 점 P 가 밑면의 점 B 를 출발하여 원뿔의 옆면을 따라 모선 위의 점 C 까지 한 바퀴 반을 돌아서 이동한다. 이때, 점 P 가 움직인 최단 거리는?



- ① 12 cm ② 13 cm ③ 14 cm ④ 15 cm ⑤ 17 cm

해설

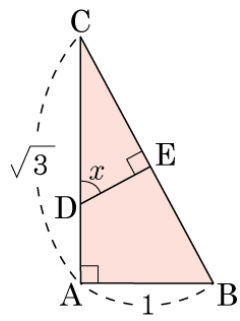
1) 부채꼴의 중심각을 구하는 공식은

$$\text{중심각} = \frac{\text{밑면의 반지름}}{\text{모선}} \times 360^\circ \text{ 이므로}$$

$$x = \frac{2}{12} \times 360^\circ, x = 60^\circ$$

$$\therefore \angle B''AB = 90^\circ$$
2) $\overline{CB}$ 의 최단 거리는 $\sqrt{5^2 + 12^2} = 13 \text{ cm}$ 이다.

14. 다음 그림에서 $\sin x$ 의 값은?



- ① $\sqrt{2}$
- ② $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- ③

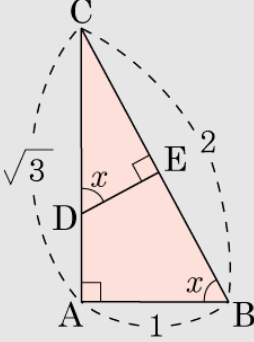
 $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- ④ $\sqrt{3}$
- ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{3}$

해설

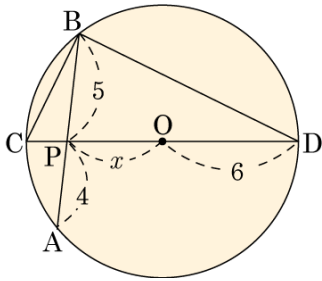
$\triangle CDE \sim \triangle CBA$ (AA 닮음) 이므로 $\angle x = \angle B$, $\sin x = \sin B$

$\overline{BC} = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + 1^2} = 2$

$\therefore \sin x = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$



15. 다음 그림에서 $\overline{CD}$ 는 원 O의 지름이다. 원 O의 반지름의 길이가 6이고 $\overline{BC} = a$, $\overline{BD} = b$, $\overline{PO} = x$, $x = b - a$ 일 때, $\sqrt{ab}$ 를 구하면?



- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

$20 = (6-x)(6+x) \Rightarrow x^2 = 16 \Rightarrow x = 4 = b - a$, $\angle CBD = 90^\circ$
 이므로 $a^2 + b^2 = 12^2$
 $b - a = 4$ 의 양변을 제곱하면
 $(b - a)^2 = 4^2$
 $a^2 - 2ab + b^2 = 16$
 $144 - 2ab = 16$ ($\because a^2 + b^2 = 144$)
 $-2ab = -128$
 $\therefore \sqrt{ab} = 8$ ($\because ab > 0$)