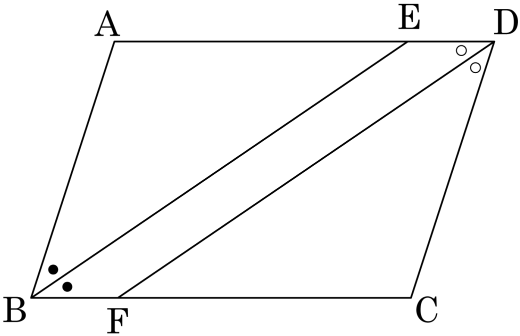
1. 1 에서 5 까지의 숫자가 적힌 5 장의 카드를 차례로 늘어놓을 때, 양끝의 숫자가 홀수일 확률을 구하면?

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{2}{5}$ ④ $\frac{3}{10}$ ⑤ $\frac{7}{10}$

해설

전체 경우의 수 : $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$ (가지)
왼쪽 끝에 홀수가 오는 경우의 수 : 3 가지
오른쪽 끝에 홀수가 오는 경우의 수 : 2 가지
가운데 세 칸을 채워 늘어놓는 경우의 수 : $3 \times 2 \times 1 = 6$ (가지)
따라서 양 끝에 홀수가 오는 경우의 수는 $3 \times 2 \times 6 = 36$ (가지)
$\therefore \frac{36}{120} = \frac{3}{10}$

2. 다음은 평행사변형 ABCD에서 $\angle B$, $\angle D$의 이등분선이 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$와 만나는 점을 각각 E, F라 할 때, □EBFD가 평행사변형임을 증명하는 과정이다. □ 안에 들어갈 알맞은 것은?



□ABCD는 평행사변형이고, $\angle B = \angle D$이므로 $\frac{1}{2}\angle B = \frac{1}{2}\angle D$, 즉

$\angle EBF = \angle EDF \cdots$ ㉠

$\angle AEB = \angle EBF$, $\boxed{} = \angle CFD$ (∵ 엇각)

$\angle AEB = \angle CFD$

$\angle DEB = \angle 180° - \angle AEB = \angle DFB \cdots$ ㉡

㉠, ㉡에 의하여 □EBFD는 평행사변형이다.

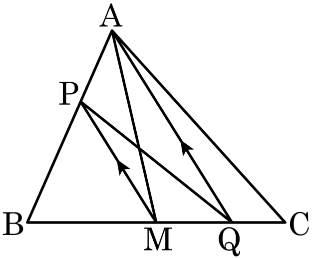
① $\angle EDF$ ② $\angle CDF$ ③ $\angle EAB$

④ $\angle DCF$ ⑤ $\angle DFB$

해설

$\overline{AD}$ // $\overline{BC}$이므로 $\angle CFD = \angle EDF$는 엇각으로 같다.

3. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB}$ 위의 점 P를 지나고 $\triangle ABC$의 넓이를 이등분하는 직선은?

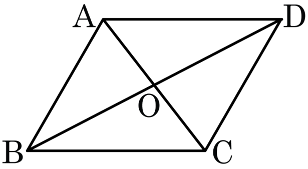


① $\overline{PM}$　② $\overline{PQ}$　③ $\overline{PC}$　④ $\overline{PB}$　⑤ $\overline{PA}$

해설

$\overline{BC}$의 중점 M을 잡고 $\overline{PM} // \overline{AQ}$인 점 Q를 잡으면 $\overline{PQ}$는 $\triangle ABC$의 넓이를 이등분한다.

4. 다음 평행사변형 ABCD가 마름모가 되려면 다음 중 어떤 조건이 더 있어야 하는지 모두 골라라.



① $\overline{AB} = \overline{AD}$　　② $\angle A = 90°$

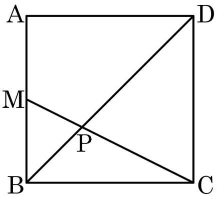
③ $\overline{AC} = \overline{BD}$　　④ $\overline{AC} \perp \overline{BD}$

⑤ $\overline{AO} = \overline{BO} = \overline{CO} = \overline{DO}$

해설

평행사변형의 이웃하는 두 변의 길이가 같거나, 두 대각선이 직교하면 마름모이다.

5. 다음 그림의 정사각형 ABCD 에서 점 M 은 $\overline{AB}$ 의 중점이다. $\triangle MBP = 15\,cm^2$ 일 때, □ABCD 의 넓이를 구하면?



① $120\,cm^2$　② $140\,cm^2$　③ $160\,cm^2$

④ $180\,cm^2$　⑤ $200\,cm^2$

해설

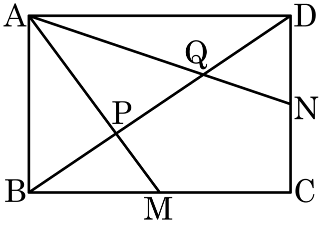
$\overline{BC}$ 의 중점 N 을 잡으면

$\triangle PMB \equiv \triangle PNB$(SAS합동)

$\triangle PCN = \triangle PNB = \triangle PMB = 15(cm^2)$

$\therefore \square ABCD = 4\triangle MBC = 4 \times 15 \times 3 = 180(cm^2)$

6. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 점 M, N 은 각각 $\overline{BC}, \overline{CD}$ 의 중점이다. $\overline{BD} = 21\,\mathrm{cm}$ 대각선 $\overline{BD}$ 와 $\overline{AM}, \overline{AN}$ 과의 교점을 각각 P, Q 라 할 때, $\overline{PQ}$ 의 길이를 바르게 구한 것은?



① 5 cm　② 6 cm　③ 7 cm　④ 8 cm　⑤ 9 cm

해설

대각선 AC 를 긋고 $\overline{BD}$ 와 만나는 점을 R 이라고 하자.
점 P 는 △ABC 의 무게중심이고, $\overline{BP} : \overline{PR} = 2 : 1$ 이다.
같은 방법으로 점 Q 는 △ACD 의 무게중심이고, $\overline{DQ} : \overline{QR} = 2 : 1$ 이다.
$\overline{BR} = \overline{DR}$ 이므로 $\overline{BP} : \overline{PQ} : \overline{QD} = 1 : 1 : 1$ 이다.

7. 다음 중 그 값이 나머지 넷과 다른 하나는?

① $(\sqrt{3})^2$ ② $\sqrt{9}$ ③ $\sqrt{\frac{1}{3}(3)^3}$

④ $\sqrt{3\sqrt{3^4}}$ ⑤ $\sqrt{(-3)^2}$

해설

①, ②, ③, ⑤ : 3

④ : $3\sqrt{3}$

8. 두 자연수 x, y 에 대하여 $\sqrt{1750xy}$ 가 가장 작은 정수가 되도록 x, y 의 값을 정할 때, 다음 중 $|x-y|$ 의 값이 될 수 없는 것은?

① 3 ② 6 ③ 9 ④ 33 ⑤ 69

해설

$\sqrt{1750xy} = \sqrt{5^3 \times 2 \times 7xy} = 5\sqrt{70xy}$

$\therefore\ xy = 70$

$(x,\ y) = (1,\ 70),\ (2,\ 35),\ (5,\ 14),\ (7,\ 10),$
$(10,\ 7),\ (14,\ 5),\ (35,\ 2),\ (70,\ 1)$

따라서 $|x-y|$ 의 값이 될 수 없는 것은 ②이다.

9. x에 관한 이차식 $x^2+11x+k$가 $(x+a)(x+b)$로 인수 분해될 때, 정수 k의 최댓값을 구하면?

① 11 ② 18 ③ 22 ④ 27 ⑤ 30

해설

$a+b=11$이 되는 a, b중 곱 ab가 가장 큰 수는 $5\times6=30$이다.

10. 이차방정식 $\frac{1}{12}x - \frac{1}{3} = \frac{3}{2x}$ 의 양의 근을 α 라고 할 때, $\alpha^2 + 4\alpha$ 의 값은?

① $24 + 5\sqrt{21}$　② $26 + 6\sqrt{23}$　③ $28 + 7\sqrt{26}$

④ $32 + 8\sqrt{23}$　⑤ $34 + 8\sqrt{22}$

해설

$\frac{1}{12}x - \frac{1}{3} = \frac{3}{2x}$ 의 양변에 $12x$ 를 곱하면

$x^2 - 4x - 18 = 0$

$x^2 - 4x + 4 = 18 + 4$

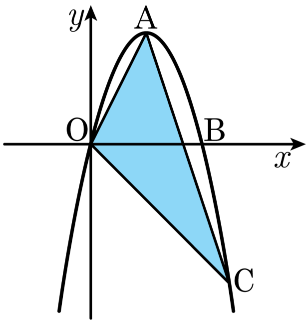
$(x-2)^2 = 22$

$\therefore\ x = 2 \pm \sqrt{22}$

α 는 양의 근이므로 $\alpha = 2 + \sqrt{22}$

$\therefore\ \alpha^2 + 4\alpha = 34 + 8\sqrt{22}$

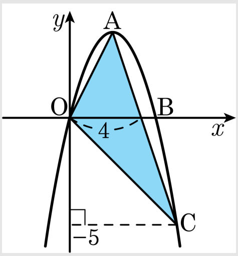
11. 이차함수 $y = -x^2 + 4x$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, $\triangle AOB : \triangle OBC = 4 : 5$ 가 되는 점 C 의 좌표는? (단, 점 A 는 꼭짓점, 점 B 는 포물선과 x 축과의 교점, 점 C 는 포물선 위에 있는 4 사분면의 점이다.)



① $(5,\ -5)$　② $(4,\ -3)$　③ $(6,\ -2)$
④ $(2,\ -8)$　⑤ $(3,\ -4)$

해설

$y = -x^2 + 4x = -(x-2)^2 + 4$ 이므로 꼭짓점 $A(2,4)$
또한 $y = 0$ 일 때, $0 = -x^2 + 4x \Leftrightarrow x(x-4) = 0$
따라서 점 $B(4,0)$ 이다. $\therefore \triangle AOB = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$
$\triangle AOB : \triangle OBC = 4 : 5$ 이므로 $\triangle OBC$ 의 넓이는 10 이다.



$\triangle OBC$ 의 밑변을 $\overline{OB} = 4$ 라고 하면 높이는 5 가 된다. 즉 점 C 의 y 좌표가 -5 이다.
점 C 의 x 좌표를 c 라고 하면 $-c^2 + 4c = -5$
$c^2 - 4c - 5 = 0 \Leftrightarrow (c-5)(c+1) = 0$, $c > 0$ 이므로 $c = 5$
$\therefore C(5, -5)$

12. 세 수 x, y, z 의 평균과 분산이 각각 4, 2 일 때, x^2, y^2, z^2 의 평균은?

① $\frac{50}{3}$ ② $\frac{51}{3}$ ③ $\frac{52}{3}$ ④ $\frac{53}{3}$ ⑤ 18

해설

세 수 x, y, z 의 평균이 4 이므로

$$\frac{x+y+z}{3}=4$$

$\therefore\ x+y+z=12 \quad \cdots\cdots$ ㉠

또한, x, y, z 의 분산이 2 이므로

$$\frac{(x-4)^2+(y-4)^2+(z-4)^2}{3}=2$$

$$(x-4)^2+(y-4)^2+(z-4)^2=6$$

$$x^2-8x+16+y^2-8y+16+z^2-8z+16=6$$

$$x^2+y^2+z^2-8(x+y+z)+48=6$$

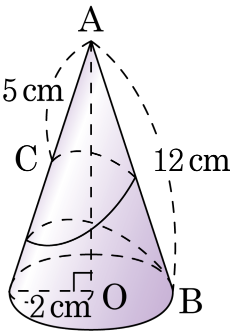
위의 식에 ㉠을 대입하면

$$x^2+y^2+z^2-8\times 12+48=6$$

$\therefore x^2+y^2+z^2=54$ 따라서 x^2, y^2, z^2 의 평균은

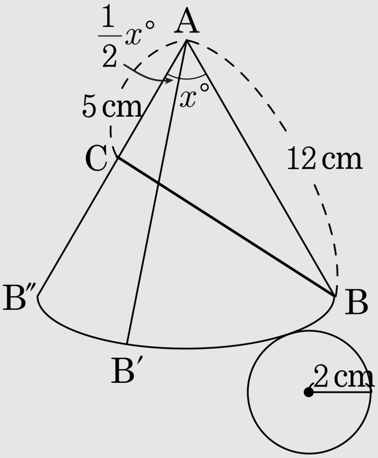
$$\frac{x^2+y^2+z^2}{3}=\frac{54}{3}=18$$ 이다.

13. 다음 그림과 같이 밑면의 반지름의 길이가 2cm 이고 모선의 길이가 12cm 인 원뿔에서 점 P 가 밑면의 점 B 를 출발하여 원뿔의 옆면을 따라 모선 위의 점 C 까지 한 바퀴 반을 돌아서 이동한다. 이때, 점 P 가 움직인 최단 거리는?



① 12 cm　② 13 cm　③ 14 cm　④ 15 cm　⑤ 17 cm

해설



1) 부채꼴의 중심각을 구하는 공식은

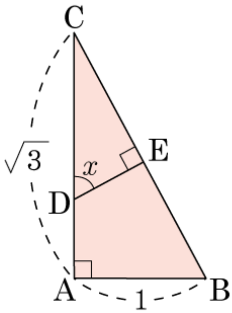
$$중심각 = \frac{밑면의\ 반지름}{모선} \times 360°\ 이므로$$

$x = \dfrac{2}{12} \times 360°,\ x = 60°$

$\therefore \angle B''AB = 90°$

2) $\overline{CB}$ 의 최단 거리는 $\sqrt{5^2 + 12^2} = 13\,\text{cm}$이다.

14. 다음 그림에서 $\sin x$ 의 값은?



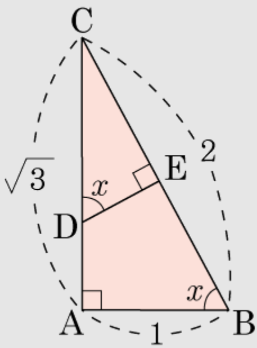
① $\sqrt{2}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ③ $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ④ $\sqrt{3}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{3}$

해설

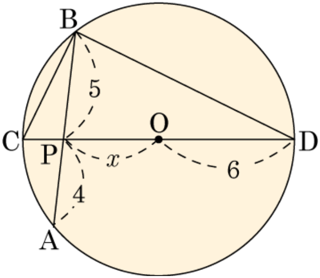
$\triangle CDE \backsim \triangle CBA$(AA 닮음) 이므로 $\angle x = \angle B$, $\sin x = \sin B$

$\overline{BC} = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + 1^2} = 2$

$\therefore \sin x = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$



15. 다음 그림에서 $\overline{\mathrm{CD}}$ 는 원 O 의 지름이다. 원 O 의 반지름의 길이가 6 이고 $\overline{\mathrm{BC}} = a$, $\overline{\mathrm{BD}} = b$, $\overline{\mathrm{PO}} = x$, $x = b - a$ 일 때, $\sqrt{ab}$ 를 구하면?



① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

$20 = (6-x)(6+x) \Rightarrow x^2 = 16 \Rightarrow x = 4 = b-a$, $\angle\mathrm{CBD} = 90^\circ$

이므로 $a^2 + b^2 = 12^2$

$b - a = 4$ 의 양변을 제곱하면

$(b-a)^2 = 4^2$

$a^2 - 2ab + b^2 = 16$

$144 - 2ab = 16$ ($\because a^2 + b^2 = 144$)

$-2ab = -128$

$\therefore \sqrt{ab} = 8$ ($\because ab > 0$)