

1. 다음 중 치역이 실수 전체의 집합인 것은 무엇인가?

① $y = 2x$

② $y = -x^2$

③ $y = x^2 - 2$

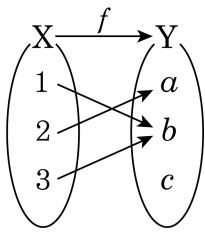
④ $y = -x^2 + 2x$

⑤ $y = 3$

해설

② $y \leq 0$ ③ $y \geq -2$ ④ $y \leq 1$ ⑤ $y = 3$

2. 아래 그림은 집합 X 에서 집합 Y 로의 함수 $f : X \rightarrow Y$ 를 나타낸 것이다. f 의 정의역, 공역, 치역을 순서대로 나열한 것은?



- ① $\{a, b, c\}, \{1, 2\}, \{1, 2, 3\}$

② $\{a, b, c\}, \{1, 2, 3\}, \{1, 2\}$

③ $\{1, 2, 3\}, \{a, b\}, \{a, b\}$

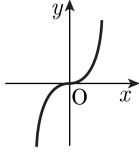
④ $\{1, 2, 3\}, \{a, b, c\}, \{a, b\}$

⑤ $\{1, 2, 3\}, \{a, b, c\}, \{a, b, c\}$

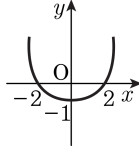
해설

3. 다음 함수의 그래프 중 일대일 대응이 아닌 것은?

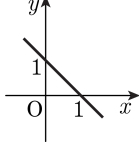
①



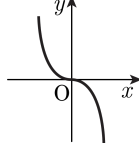
②



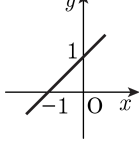
③



④



⑤



해설

치역과 공역이 같고 임의의 두 실수 x_1, x_2 에 대하여 $x_1 \neq x_2$ 일 때 $f(x_1) \neq f(x_2)$ 를 만족해야하므로 정답은 ②번이다.

4. 집합 $X = \{-1, 0, 1\}$ 에 대하여 다음 중 X 에서 X 로의 항등함수를 모두 고른 것은 무엇인가?

$$\begin{aligned} f(x) &= x, & g(x) &= |x| \\ h(x) &= x^3, & k(x) &= \frac{|x+1| - |x-1|}{2} \end{aligned}$$

- ① f

② f, h

③ f, g, h
- ④ f, h, k

⑤ g, h, k

해설

$f : f(-1) = -1, f(0) = 0, f(1) = 1$ 이므로 항등함수이다.
 $g : g(-1) = 1$ 이므로 항등함수가 아니다.
 $h : h(-1) = -1, h(0) = 0, h(1) = 1$ 이므로 항등함수이다.
 $k : k(-1) = -1, k(0) = 0, k(1) = 1$ 이므로 항등함수이다.
따라서 항등함수인 것은 f, h, k 이다.

5. 두 함수 $f(x) = 2x + 1$, $g(x) = -3x + 2$ 의 합성함수 $g \circ f$ 를 구하면 무엇인가?

- ① $y = -6x - 1$ ② $y = -6x$ ③ $y = -6x + 1$
④ $y = -6x + 3$ ⑤ $y = -6x + 5$

해설

$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(2x + 1) = -3(2x + 1) + 2 = -6x - 1$ 이다.

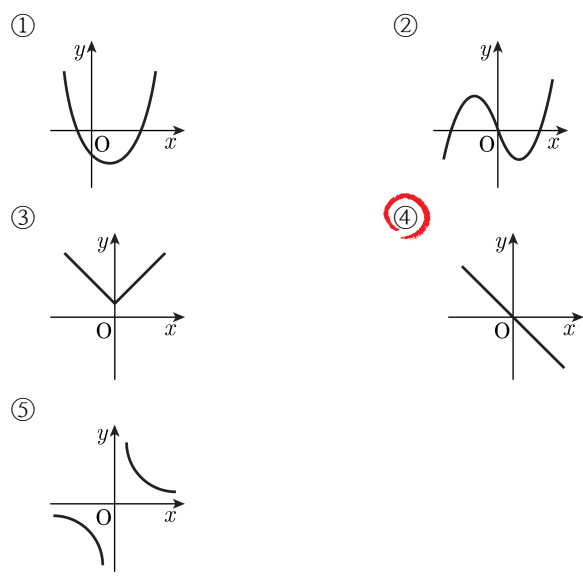
6. 세 함수 $f(x) = 5x - 3$, $g(x) = -2x^2$, $h(x) = |x + 5|$ 에 대하여 $(h \circ g \circ f)(1)$ 의 값은?

① 1 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 7

해설

$$\begin{aligned}(g \circ f)(1) &= g(f(1)) = g(2) = -8 \text{ 이므로} \\(h \circ g \circ f)(1) &= (h \circ (g \circ f))(1) \\&= h((g \circ f)(1)) = h(-8) = |-8 + 5| \\&= 3\end{aligned}$$

7. 다음 그래프 중에서 실수전체 집합에서 역함수가 존재하는 함수의 그래프는?

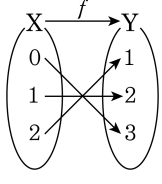


해설

역함수가 존재하려면 함수가 일대일 대응이어야 한다.
일대일 대응이란 변수 x, y 가 서로 하나씩 대응되는 것으로 ④에 해당된다.
⑤번은 $x = 0$ 에 대응되는 y 가 없다.

8. 다음 그림의 함수 f 에 대하여 $f^{-1}(1) + f^{-1}(2)$ 의 값을 구하면?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5



해설

$$f(2) = 1, \quad f(1) = 2 \Rightarrow f^{-1}(1) = 2, \quad f^{-1}(2) = 1 \\ \therefore f^{-1}(1) + f^{-1}(2) = 2 + 1 = 3$$

9. 함수 $f(x) = 2ax - a + 2$ 에 대하여 $f^{-1}(-7) = 2$ 일 때, 상수 a 의 값은 얼마인가?

① -5

② -3

③ -1

④ 1

⑤ 3

해설

$f^{-1}(-7) = 2$ 이므로

역함수의 정의에 의해서

$$f(2) = -7, f(2) = 2a \times 2 - a + 2 = -7, 3a = -9$$

$$\therefore a = -3$$

10. 함수 $f(x) = 2x - 3$ 에 대하여 $f^{-1}(2)$ 의 값은?

① $\frac{3}{2}$

② 2

③ $\frac{5}{2}$

④ 3

⑤ $\frac{7}{2}$

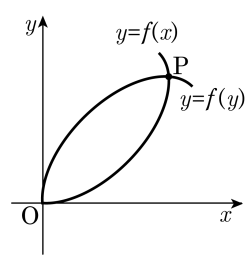
해설

$$f^{-1}(2) = a \text{ 라 하면, } f(a) = 2 \text{ 이므로 } 2a - 3 = 2$$

$$\therefore a = \frac{5}{2}$$

11. 다음 그림과 같은 두 곡선 $y = f(x)$ 와 $x = f(y)$ 의 교점 P 가 될 수 있는 점은 무엇인가?

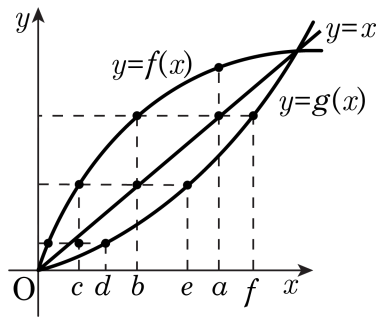
- ① $\left(\frac{1}{2}, 1\right)$ ② $\left(1, \frac{3}{2}\right)$
③ $(1, 2)$ ④ $(2, 2)$
⑤ $(2, 3)$



해설

$y = f(x)$ 와 $x = f(y)$ 는
서로 역함수의 관계이므로 두 그래프의
교점 P 는 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와
직선 $y = x$ 의 교점과 같다.
따라서 점 P 는 직선 $x = y$ 위의 점이므로
 $(2, 2)$ 이다.

- 12.** 다음 그림은 세 함수 $y = f(x)$, $y = g(x)$, $y = x$ 의 그래프이다. 이때, $(f \circ f \circ g)^{-1}(a)$ 의 값은?



① a ② b ③ c ④ d ⑤ e

해설

② b

③ c

④ d

⑤ e

해설

$$(f \circ f \circ g)^{-1} = g^{-1} \circ f^{-1} \circ f^{-1} \dots \circ \textcircled{7} \circ \textcircled{8}$$
$$f^{-1}(a) = k \text{ 라 하면 } f(k) = a \text{ 에서 } k = b$$

$$\therefore f^{-1}(a) = b \dots \dots \textcircled{1}$$
$$\therefore f^{-1}(a) = b \dots\dots \textcircled{L}$$
$$\therefore f^{-1}(b) = c \dots \dots \textcircled{\square}$$
$$g^{-1}(c) = m \circ$$
$$\therefore g^{-1}(c) = d \dots\dots\dots (\textcircled{2})$$

⑦, ⑧, ⑨, ⑩에서

$$(f \circ f \circ g)^{-1} = (g$$
$$= g^{-1}[f^{-1}\{f^{-1}(a)\}]$$
$$= g^{-1} \{f^{-1}(b)\} = g$$

13. 함수 $y = \frac{2}{x+3} - 4$ 의 그래프의 점근선의 방정식이 $x = a, y = b$ 일 때, $a - b$ 의 값은?

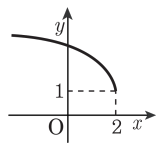
- ① -7 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 7

해설

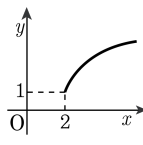
점근선이 $x = -3, y = -4$ 이므로 $a - b = 1$

14. 함수 $y = 2\sqrt{-3x+6} + 1$ 의 그래프는?

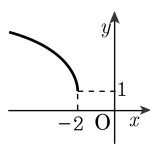
①



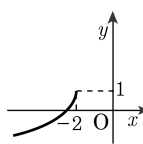
②



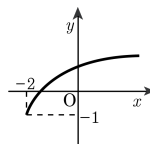
③



④



⑤



해설

$$y = 2\sqrt{-3(x-2)} + 1$$

$\Rightarrow$ 꼭짓점 : (2, 1)

정의역 : $x \leq 2$, 치역 : $y \geq 1$

15. 다음 함수의 그래프 중 평행이동하여 함수 $y = \sqrt{2x}$ 의 그래프와 겹쳐지는 것은?

① $y = \sqrt{x}$

② $y = \sqrt{2x+1} - 1$

③ $y = \sqrt{-2x-1} - 1$

④ $y = -\sqrt{2x} + 1$

⑤ $y = -\sqrt{-2x}$

해설

$y = \sqrt{2x}$ 의 그래프를

x 축의 방향으로 m 만큼

y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동하면

$y = \sqrt{2(x-m)} + n = \sqrt{2x-2m} + n$ 이 된다.

16. 다음 함수의 그래프의 식을 구하면?

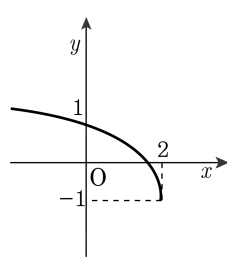
① $y = \sqrt{-2x+4} - 1$

② $y = \sqrt{-x+1} - 1$

③ $y = -\sqrt{-2x+4} + 1$

④ $y = \sqrt{x-1} - 1$

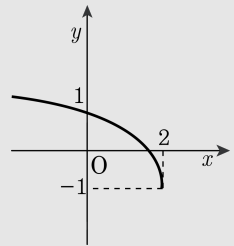
⑤ $y = \sqrt{2x-4} + 1$



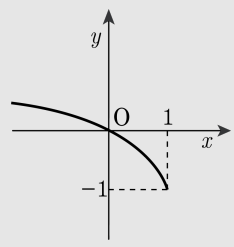
해설

보기의 함수의 그래프를 그려보면 다음과 같다.

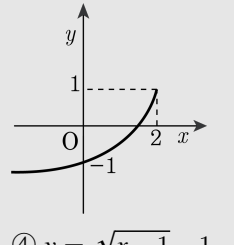
① $y = \sqrt{-2(x-2)} - 1$



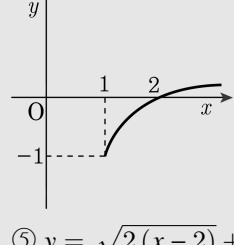
② $y = \sqrt{-(x-1)} - 1$



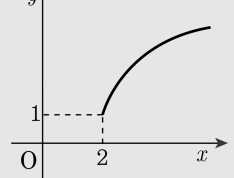
③ $y = -\sqrt{-2(x-2)} + 1$



④ $y = \sqrt{x-1} - 1$



⑤ $y = \sqrt{2(x-2)} + 1$



17. 함수 $f(x) = \sqrt{2x-4}$ 에 대하여 $(f \circ f)(52)$ 의 값을 구하면?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$(f \circ f)(x) = f(f(x))$$

$$f(52) = \sqrt{2 \cdot 52 - 4} = 10$$

$$\therefore (f \circ f)(52) = f(10) = \sqrt{2 \cdot 10 - 4} = 4$$

18. 함수 $f(x) = \sqrt{x-1} + 2$ 에서 $f^{-1}(4)$ 의 값은?

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

해설

$f(x) = \sqrt{x-1} + 2$ 에서 $f^{-1}(4) = k$ 로 놓으면

$f(k) = 4$

$\sqrt{k-1} + 2 = 4, \sqrt{k-1} = 2$

$k-1 = 4$ 에서 $k = 5$

$\therefore f^{-1}(4) = 5$