

1. 다항식 $f(x)$ 를 $2x^2 + 3x + 2$ 로 나누었더니 몫이 $3x - 4$ 이고, 나머지가 $2x + 5$ 이었다. 이 때, $f(1)$ 의 값은?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

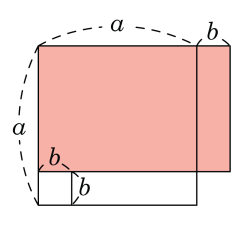
해설

$$\begin{aligned} f(x) &= (2x^2 + 3x + 2)(3x - 4) + (2x + 5) \\ &= 6x^3 + 9x^2 + 6x - 8x^2 - 12x - 8 + 2x + 5 \\ &= 6x^3 + x^2 - 4x - 3 \\ \therefore f(1) &= 6 + 1 - 4 - 3 = 0 \end{aligned}$$

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= (2x^2 + 3x + 2)(3x - 4) + (2x + 5) \\ f(1) &= (2 + 3 + 2)(3 - 4) + (2 + 5) = -7 + 7 = 0 \end{aligned}$$

2. 다음 그림에서 색칠한 부분이 나타내고 있는 곱셈공식은 무엇인가?



- ① $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
- ② $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
- ③ $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$
- ④ $(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$
- ⑤ $(a + b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$

해설

$(a + b)(a - b) = ①' + ②$
①' = ① 이므로
 $(a + b)(a - b) = ① + ② = a^2 - b^2$
 $\therefore (a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

3. 다음 곱셈공식을 전개한 것 중 바른 것은?

① $(x - y - 1)^2 = x^2 + y^2 + 1 - 2xy - 2x - 2y$

② $(a + b)^2(a - b)^2 = a^4 - 2a^2b^2 + b^4$

③ $(-x + 3)^3 = x^3 - 9x^2 + 27x - 27$

④ $(a - b)(a^2 + ab - b^2) = a^3 - b^3$

⑤ $(p - 1)(p^2 + 1)(p^4 + 1) = p^{16} - 1$

해설

① $(x - y - 1)^2 = x^2 + y^2 + 1 - 2xy - 2x + 2y$

③ $(-x + 3)^3 = -x^3 + 9x^2 - 27x + 27$

④ $(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$

⑤ $(p - 1)(p + 1)(p^2 + 1)(p^4 + 1) = p^8 - 1$

4. $(a + b - c)(a - b + c)$ 를 전개하면?

① $a^2 + b^2 - c^2 - 2bc$

② $a^2 - b^2 + c^2 - 2bc$

③ $a^2 + b^2 - c^2 + 2ab$

④ $a^2 - b^2 - c^2 + 2bc$

⑤ $a^2 - b^2 - c^2 - 2ab$

해설

$$\begin{aligned} & (a + b - c)(a - b + c) \\ &= \{a + (b - c)\}\{a - (b - c)\} \\ &= a^2 - (b - c)^2 \\ &= a^2 - b^2 - c^2 + 2bc \end{aligned}$$

5. $\frac{2x+1}{x^3-1} = \frac{a}{x-1} + \frac{bx+c}{x^2+x+1}$ 가 $x \neq 1$ 인 모두 실수 x 에 대해 항상 성립 하도록 a, b, c 를 구할 때, $a+b+c$ 의 값은?

① 2 ② -2 ③ 1 ④ -1 ⑤ 0

해설

우변의 분모를 통분하면

$$\frac{a(x^2+x+1) + (bx+c)(x-1)}{x^3-1}$$

$$= \frac{(a+b)x^2 + (a-b+c)x + (a-c)}{x^3-1}$$

$$\therefore \frac{2x+1}{x^3-1} = \frac{(a+b)x^2 + (a-b+c)x + (a-c)}{x^3-1}$$

분자의 계수를 비교하면

$$a+b=0, a-b+c=2, a-c=1$$

세 식을 연립하여 풀면 $a=1, b=-1, c=0$

$$\therefore a+b+c=0$$

6. 임의의 x 에 대하여 $x^3 - 1 = a(x+1)^3 + b(x+1)^2 + c(x+1) + d$ 를 만족하는 상수 a, b, c, d 의 합 $a + b + c + d$ 의 값은?

- ① -2
- ② -1
- ③ 0
- ④ 1
- ⑤ 2

해설

양변에 $x = 0$ 을 대입 하면
 $-1 = a + b + c + d$
 $\therefore a + b + c + d = -1$

해설

$x^3 - 1 = a(x+1)^3 + b(x+1)^2 + c(x+1) + d$
 $= (x+1)\{a(x+1)^2 + b(x+1) + c\} + d$
 $= (x+1)[(x+1)\{a(x+1) + b\} + c] + d$ 이므로
 $x^3 - 1$ 을 $x + 1$ 로 연속으로 나눌 때
차례대로 나오는 나머지가 d, c, b 가 되고 마지막 몫이 a 이다.

-1	1	0	0	-1	
		-1	1	-1	
-1	1	-1	1	-2	← d
		-1	2		
-1	1	-2	3	← c	
		-1			
	1	-3	← b		
	↑				
	a				

7. a, b 는 정수이고, $ax^3 + bx^2 + 1$ 이 $x^2 - x - 1$ 로 나누어 떨어질 때, b 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

전개했을 때 양변의 최고차항과 상수항이 같아야 하므로

$$ax^3 + bx^2 + 1$$

$$= (x^2 - x - 1)(ax - 1)$$

$$= ax^3 - (1+a)x^2 + (1-a)x + 1$$

양변의 계수를 비교하면

$$-(1+a) = b, 1-a = 0$$

$$\therefore a = 1, b = -2$$

8. x 에 대한 다항식 $(4x^2-3x+1)^5$ 을 전개하였을 때, 모든 계수들 (상수항 포함)의 합은?

- ① 0 ② 16 ③ 32 ④ 64 ⑤ 1024

해설

$(4x^2-3x+1)^5$ 을 전개하여 x 에 대한 내림차순으로 정리하면 $(4x^2-3x+1)^5=a_0x^{10}+a_1x^9+a_2x^8+\cdots+a_9x+a_{10}$ 과 같이 된다.

여기서 모든 계수들의 합

$a_0+a_1+a_2+\cdots+a_{10}$ 을 구하려면

$x=1$ 을 대입하면 된다.

즉, $(4-3+1)^5=a_0+a_1+a_2+\cdots+a_{10}$

모든 계수들의 합은 $2^5=32$

9. 다항식 $f(x) = x^3 - 2x^2 + 5x - 6$ 을 $x - 2$, $x - 1$ 로 나누었을 때의 나머지를 각각 a, b 라 할 때, $a + b$ 의 값은?

① -8

② -2

③ -16

④ 4

⑤ 2

해설

$$f(x) = (x - 2)Q(x) + a$$

$$f(x) = (x - 1)Q'(x) + b$$

$$f(2) = 4 = a, \quad f(1) = -2 = b$$

$$\therefore a + b = 2$$

10. 다항식 $f(x) = x^3 + 2x^2 - x + k$ 가 일차식 $x - 1$ 을 인수로 가질 때, 이 다항식 $f(x)$ 를 인수분해 하면?

① $(x - 2)(x - 1)(x + 1)$

② $(x - 1)x(x + 2)$

③ $(x + 1)(x - 1)(x + 2)$

④ $(x - 2)(x - 1)(x + 2)$

⑤ $(x - 2)(x + 1)(x + 2)$

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= (x - 1)Q(x) \Rightarrow f(1) = 0 \\ \therefore f(1) &= 2 + k = 0, \quad \therefore k = -2 \\ \therefore f(x) &= x^3 + 2x^2 - x - 2 \\ &= (x - 1)(x + 1)(x + 2) \end{aligned}$$

11. 세 다항식 $A = x^2 + 3x - 2$, $B = 3x^2 - 2x + 1$, $C = 4x^2 + 2x - 3$ 에 대하여

$3A - \{5A - (3B - 4C)\} + 2B$ 를 간단히 하면?

① $3x^2 + 12x - 13$

② $-3x^2 + 24x + 21$

③ $3x^2 - 12x + 21$

④ $-3x^2 - 24x + 21$

⑤ $x^2 + 12x + 11$

해설

$$\begin{aligned} & 3A - \{5A - (3B - 4C)\} + 2B \\ &= -2A + 5B - 4C \\ &= -2(x^2 + 3x - 2) + 5(3x^2 - 2x + 1) - 4(4x^2 + 2x - 3) \\ &= -3x^2 - 24x + 21 \end{aligned}$$

12. 다음은 연산법칙을 이용하여 $(x+3)(x+2)$ 를 계산한 식이다.

$$\begin{aligned}(x+3)(x+2) &= (x+3)x + (x+3)\times 2 \\ &= (x^2+3x) + (2x+6) \\ &= x^2 + (3x+2x) + 6 \\ &= x^2 + 5x + 6\end{aligned}$$

위의 연산과정에서 사용한 연산법칙을 바르게 고른 것은?

- ① 교환법칙, 결합법칙
- ② 교환법칙, 분배법칙
- ③ 분배법칙, 결합법칙
- ④ 결합법칙, 분배법칙, 교환법칙
- ⑤ 연산법칙을 사용하지 않았다.

해설

$$\begin{aligned}(x+3)(x+2) &= (x+3)x + (x+3)\times 2 \text{ (분배)} \\ &= (x^2+3x) + (2x+6) \text{ (분배)} \\ &= x^2 + (3x+2x) + 6 \text{ (결합)} \\ &= x^2 + 5x + 6\end{aligned}$$

13. $x^3 + x^2 + 2$ 를 다항식 $x^2 + 2x - 1$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$ 나머지를 $R(x)$ 라 할 때, $Q(x) + R(x)$ 의 값은?

① $2x - 3$

② $2x$

③ $3x + 2$

④ $4x$

⑤ $4x + 1$

해설

$x^3 + x^2 + 2$ 를 $x^2 + 2x - 1$ 로 직접 나누면

$$Q(x) = x - 1, \quad R(x) = 3x + 1$$

$$\therefore Q(x) + R(x) = 4x$$

14. $(10^5 + 2)^3$ 의 각 자리의 숫자의 합을 구하여라.

① 15

② 18

③ 21

④ 26

⑤ 28

해설

준식을 전개하면

$$10^{15} + 2^3 + 3 \times 2 \times 10^5(10^5 + 2)$$

$$= 10^{15} + 2^3 + 6 \times 10^{10} + 12 \times 10^5$$

$$= 10^{15} + 10^{10} \times 6 + 10^5 \times 12 + 8$$

$$\therefore 1 + 6 + 1 + 2 + 8 = 18$$

15. $x^2 - x + 1 = 0$ 일 때, $x^5 + \frac{1}{x^5}$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$x^2 - x + 1 = 0$, 양변에 $x + 1$ 을 곱하면,

$$(x + 1)(x^2 - x + 1) = 0$$

$$x^3 + 1 = 0, x^3 = -1 \text{ 에서 } x^5 = x^3 \times x^2 = -x^2$$

$$x^5 + \frac{1}{x^5} = -\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) \dots\dots ①$$

$x^2 - x + 1 = 0$ 를 x 로 나누어 정리한다.

$$x + \frac{1}{x} = 1$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = -1$$

$$① \text{ 에 대입하면, } x^5 + \frac{1}{x^5} = 1$$

16. $\frac{2x+3a}{4x+2}$ 가 x 에 관계없이 일정한 값을 가질 때, a 의 값을 구하면?
(단, $x \neq -\frac{1}{2}$)

① 1 ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{5}$

해설

$$\frac{2x+3a}{4x+2} = k \text{ (일정)라 놓으면}$$

$$2x+3a = k(4x+2) \text{ 에서 } (2-4k)x + (3a-2k) = 0$$

이 식은 x 에 대한 항등식이므로

$$2-4k = 0, 3a-2k = 0$$

$$\therefore k = \frac{1}{2} \text{ 이므로 } a = \frac{1}{3}$$

17. 다항식 $f(x)$ 를 $x-2$, $x+3$ 으로 나누었을 때의 나머지가 각각 1, -4 이다. $f(x)$ 를 x^2+x-6 으로 나누었을 때의 나머지를 $R(x)$ 라 할 때, $R(5)$ 의 값을 구하면?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$$f(2) = 1, f(-3) = -4$$

$$R(x) = ax + b \text{라 하면}$$

$$f(x) = (x+3)(x-2)Q(x) + ax + b$$

$$2a + b = 1, -3a + b = -4$$

$$\therefore a = 1, b = -1$$

$$R(x) = x - 1$$

$$R(5) = 5 - 1 = 4$$

18. 다항식 $(x+2)f(x)$ 를 $x-1$ 로 나눈 나머지가 9, 다항식 $(2x-3)f(3x-7)$ 을 $x-3$ 으로 나눈 나머지가 -3 이다. 이때 다항식 $f(x)$ 를 $(x-1)(x-2)$ 로 나눈 나머지는?

① $-4x+7$

② $-4x-3$

③ $2x+3$

④ $2x-3$

⑤ $3x-1$

해설

나머지정리에 의하여

$(x+2)f(x)$ 에 $x=1$ 을 대입하면

$$3f(1)=9 \text{ 이므로 } f(1)=3 \cdots \textcircled{\text{㉠}}$$

$(2x-3)f(3x-7)$ 에 $x=3$ 을 대입하면

$$3f(2)=-3 \text{ 이므로 } f(2)=-1 \cdots \textcircled{\text{㉡}}$$

$f(x)=(x-1)(x-2)Q(x)+ax+b$ 에 $\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}}$ 을 대입하면

$$\begin{cases} a+b=3 \\ 2a+b=-1 \end{cases}$$

이므로 $a=-4, b=7$

19. x 에 대한 다항식 $x^3 + ax^2 + bx + 1$ 를 $x + 1$ 로 나누었을 때 몫과 나머지를 다음과 같은 조립제법으로 구하려고 한다. 다음 중 옳지 않은 것은?

$$\begin{array}{r|rrrr} k & 1 & a & b & 1 \\ & & c & d & 1 \\ \hline & 1 & 3 & -1 & 2 \end{array}$$

- ① $a = 3$ ② $b = 2$ ③ $c = -1$
 ④ $d = -3$ ⑤ $k = -1$

해설

다항식 x^3+ax^2+bx+1 를 $x+1$ 로 나누었을 때의 몫과 나머지를 조립제법을 이용하여 구하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r|rrrr} -1 & 1 & a & b & 1 \\ & & -1 & -a+1 & -b+a-1 \\ \hline & 1 & a-1 & b-a+1 & -b+a \end{array}$$

이때 $k = -1, c = -1, d = -a + 1, b - a + 1 = -1, -b + a = 2$ 이므로
 $k = -1, c = -1, a = 4, b = 2, d = -3$ 따라서 옳지 않은 것은 ①이다.

20. $x^3 - 4x^2 + 5x - 3$ 을 $A(x-3)^3 + B(x-3)^2 + C(x-3) + D$ 로 나타낼 때, $ABCD$ 의 값을 구하면?

① -20 ② 40 ③ -60 ④ 120 ⑤ -120

해설

$x^3 - 4x^2 + 5x - 3$ 을 $x - 3$ 에 대해 내림차순으로 정리하기 위해 $x - 3$ 으로 반복하여 나누면 나머지가 차례로 D, C, B, A 가 되므로

3		1	-4	5	-3	
			3	-3	6	
3		1	-1	2	3	← d
			3	6		
3		1	2	8		← c
			3			
		1	5			← b
		↑				
		a				

∴ $ABCD = 1 \times 5 \times 8 \times 3 = 120$