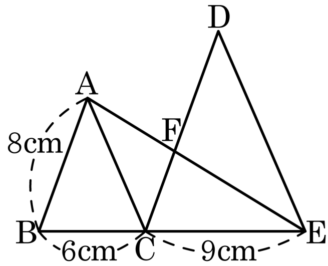
1. 다음 그림에서 $\triangle ABC \backsim \triangle DCE$이고, 점 C는 $\overline{BE}$ 위에 있다. $\overline{AB} = 8\text{cm}$, $\overline{BC} = 6\text{cm}$, $\overline{CE} = 9\text{cm}$일 때, $\overline{DF}$의 길이는?



① 6cm ② 6.8cm ③ 7.2cm

④ 8cm ⑤ 8.2cm

해설

$\triangle ABC \backsim \triangle DCE$이므로 $\overline{AB} : \overline{DC} = \overline{BC} : \overline{CE}$

$8 : \overline{DC} = 6 : 9$이므로 $\overline{DC} = 12(\text{cm})$

$\triangle EAB$ 와 $\triangle EFC$ 에서 $\angle E$ 는 공통, $\angle B = \angle FCE (\because \triangle ABC \backsim \triangle DCE)$

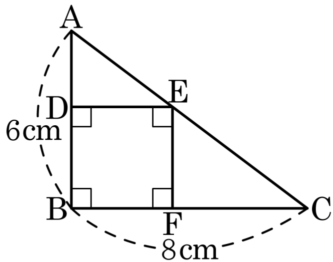
$\triangle EAB \backsim \triangle EFC$ (AA 닮음)

$\overline{EB} : \overline{EC} = \overline{AB} : \overline{FC}$이므로 $15 : 9 = 8 : \overline{CF}$

$\overline{CF} = 4.8(\text{cm})$

$\therefore \overline{DF} = 12 - 4.8 = 7.2(\text{cm})$

2. 다음 그림에서 $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\text{cm}$ 일 때, 정사각형 DBFE 의 한 변의 길이를 구하면?



① $\dfrac{24}{7}\text{cm}$ ② $\dfrac{26}{7}\text{cm}$ ③ $\dfrac{7}{2}\text{cm}$
④ $\dfrac{9}{2}\text{cm}$ ⑤ $\dfrac{11}{3}\text{cm}$

해설

$\triangle ADE$ 와 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 는 공통

$\angle ADE = \angle ABC$ 이므로

$\triangle ADE \backsim \triangle ABC$ (AA 닮음)

정사각형의 한 변의 길이를 x (cm) 라 하면

$\overline{AB} : \overline{BC} = \overline{AD} : \overline{DE}$

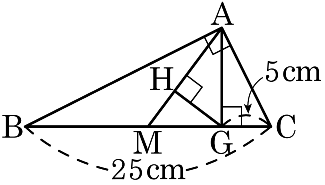
$6 : 8 = (6 - x) : x$

$3 : 4 = (6 - x) : x$

$3x = 24 - 4x$

$\therefore\ x = \dfrac{24}{7}$

3. 다음 그림의 $\triangle ABC$에서 점 M은 $\overline{BC}$의 중점이다. $\overline{AG} \perp \overline{BC}$, $\overline{GH} \perp \overline{AM}$, $\overline{BC} = 25\text{cm}$, $\overline{GC} = 5\text{cm}$일 때, $\overline{AH}$의 길이를 구하면?



① 4 ② 8 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

해설

$\triangle ABC$에서 $\overline{AG}^2 = \overline{CG} \times \overline{BG}$ 이므로 $\overline{AG}^2 = 20 \times 5$

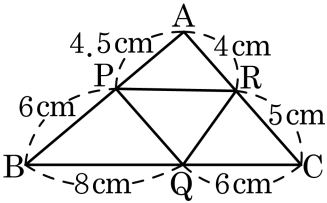
$\therefore \overline{AG} = 10$

$\triangle AMG$에서 $\overline{AG}^2 = \overline{AH} \times \overline{AM}$이고 $\overline{AM} = \dfrac{25}{2} = 12.5$ 이므로

$10^2 = \overline{AH} \times 12.5$

$\therefore \overline{AH} = 8$

4. 다음 그림을 보고 보기에서 옳은 것을 모두 고르면?



보기

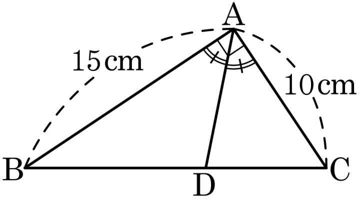
㉠ $\triangle APR \backsim \triangle ACB$
㉡ $\overline{PR} \,//\, \overline{BC}$
㉢ $\overline{PQ} \,//\, \overline{AC}$
㉣ $\triangle CRQ \backsim \triangle CAB$
㉤ $\triangle BQP \backsim \triangle BCA$

① ㉠, ㉤　　② ㉡, ㉣, ㉤　　③ ㉢, ㉤
④ ㉡, ㉣　　⑤ ㉢, ㉣, ㉤

해설

㉢ $\overline{BP} : \overline{PA} = \overline{BQ} : \overline{QC}$ 라면, $\overline{PQ} // \overline{AC}$ 이다.
$6 : 4.5 = 8 : 6$ 이므로 $\overline{PQ} // \overline{AC}$ 이다.
㉤ $\overline{BP} : \overline{BA} = \overline{BQ} : \overline{BC} = 4 : 7$, $\angle B$ 는 공통이므로 $\triangle BQP \backsim \triangle BCA$ (SAS 닮음) 이다.

5. 다음 그림과 같이 $\angle BAD = \angle CAD = 45°$ 일 때, $\triangle ABD$ 의 넓이는?



① $80 \mathrm{cm}^2$ ② $90 \mathrm{cm}^2$ ③ $40 \mathrm{cm}^2$

④ $45 \mathrm{cm}^2$ ⑤ $\frac{75}{2} \mathrm{cm}^2$

해설

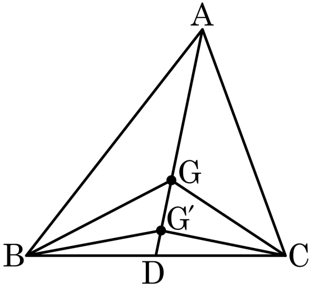
$\triangle ABC$ 는 직각삼각형이므로 $\triangle ABC = 15 \times 10 \times \frac{1}{2} = 75(\mathrm{cm}^2)$ 이다.

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{DC} = 3 : 2$ 이므로

$\triangle ABD : \triangle ADC = 3 : 2$

$\therefore\ \triangle ABD = \frac{3}{5} \triangle ABC = \frac{3}{5} \times 75 = 45(\mathrm{cm}^2)$

6. 다음 그림에서 점 G 와 G′ 은 각각 $\triangle ABC$ 와 $\triangle GBC$ 의 무게중심일 때, $\overline{AG} : \overline{GG'} : \overline{G'D}$는?



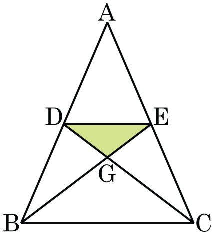
① $2:1:1$ ② $3:2:1$ ③ $4:2:1$

④ $5:2:1$ ⑤ $6:2:1$

해설

점 G 와 G′ 은 각각 $\triangle ABC$ 와 $\triangle GBC$ 의 무게중심이므로 $\overline{GG'} : \overline{G'D} = 2:1$, $\overline{AG} : \overline{GD} = 2:1$ 이다.
$\overline{GG'} = 2\overline{G'D}$, $\overline{AG} = 6\overline{G'D}$ 이므로 $\overline{AG} : \overline{GG'} : \overline{G'D} = 6:2:1$ 이다.

7. 다음 그림에서 점G 는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이다. $\triangle ABC = 60cm^2$, $\overline{DE} // \overline{BC}$ 일 때, $\triangle DGE$ 의 넓이를 구하면?



① $4cm^2$ ② $5cm^2$ ③ $6cm^2$

④ $7cm^2$ ⑤ $8cm^2$

해설

$$\triangle EGC = \frac{1}{6}\triangle ABC = \frac{1}{6} \times 60 = 10(cm^2)$$

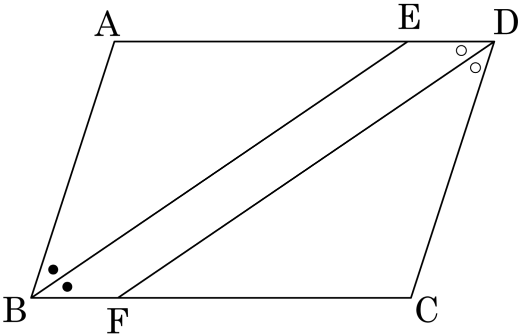
$\overline{DG} : \overline{GC} = 1 : 2$ 이므로

$\triangle EDG : \triangle EGC = 1 : 2$,

$\triangle EDG : 10 = 1 : 2$,

$\therefore \triangle EDG = 5(cm^2)$

8. 다음은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle B$, $\angle D$ 의 이등분선이 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 각각 E, F 라 할 때, □EBFD 가 평행사변형임을 증명하는 과정이다. □ 안에 들어갈 알맞은 것은?



□ABCD 는 평행사변형이고, $\angle B = \angle D$ 이므로 $\frac{1}{2}\angle B = \frac{1}{2}\angle D$, 즉

$\angle EBF = \angle EDF \cdots$ ㉠

$\angle AEB = \angle EBF$, $\boxed{} = \angle CFD$ ($\because$ 엇각)

$\angle AEB = \angle CFD$

$\angle DEB = \angle 180° - \angle AEB = \angle DFB \cdots$ ㉡

㉠, ㉡에 의하여 □EBFD 는 평행사변형이다.

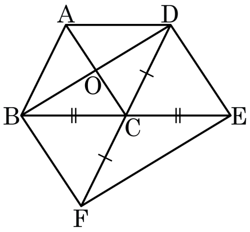
① $\angle EDF$　　② $\angle CDF$　　③ $\angle EAB$

④ $\angle DCF$　　⑤ $\angle DFB$

해설

$\overline{AD} \mathbin{/\!/} \overline{BC}$ 이므로 $\angle CFD = \angle EDF$ 는 엇각으로 같다.

9. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BC} = \overline{FC}$, $\overline{EC} = \overline{DC}$ 이다. $\triangle ABO$ 의 넓이가 $19 cm^2$ 일 때, $\triangle CEF$ 의 넓이는?



① $19 cm^2$ ② $38 cm^2$ ③ $47 cm^2$

④ $50 cm^2$ ⑤ $57 cm^2$

해설

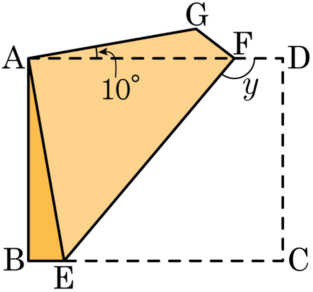
$\square ABCD$ 는 평행사변형이므로

$\triangle ABO = \dfrac{1}{4} \square ABCD$ 이다.

$\triangle CEF \equiv \triangle CDB$ (SAS 합동)

$$\begin{aligned}\triangle CEF &= \triangle CDB = 2\triangle ABO \\ &= 2 \times 19 = 38 \ (cm^2)\end{aligned}$$

10. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 꼭짓점 C가 A에 오도록 접었다. $\angle GAF = 10°$ 일 때, $\angle x$는?

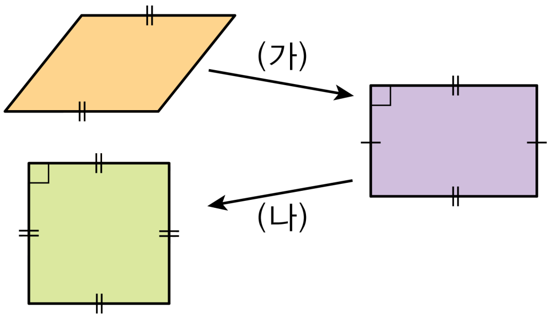


① 110 ° ② 115 ° ③ 120 ° ④ 125 ° ⑤ 130 °

해설

$\angle GAE = \angle GAF + \angle EAF = 90°$, $\angle BAF = \angle BAE + \angle EAF = 90°$
인데 $\angle EAF$ 는 공통이므로 $\angle GAF = \angle BAE = 10°$
따라서 $\triangle ABE$ 에서
$\angle AEB = 180° - (90° + 10°) = 80°$ 이다.
$\angle FEC = \angle FEA$ (접은각),
$\angle CEF + \angle FEA + \angle AEB = 180°$ 에서 $\angle FEC = 50°$
□FDCE 에서 $\angle x + 2 \times 90° + 50° = 360°$
$\therefore \angle x = 130°$

11. 다음 그림을 보고 (가), (나) 에 들어갈 조건을 바르게 나타낸 것은?



① (가) : 두 대각선이 서로 수직 이등분한다.
(나) : 한 내각의 크기가 $90°$이다.

② (가) : 한 내각의 크기가 $90°$이하이다.
(나) : 네 변의 길이가 모두 같다.

③ (가) : 한 내각의 크기가 $90°$이다.
(나) : 두 대각선이 서로 직교한다.

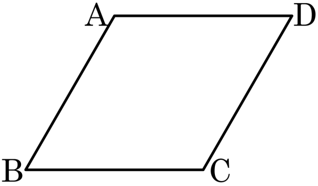
④ (가) : 두 대각선이 서로 직교한다.
(나) : 두 대각선의 길이가 같다.

⑤ (가) : 두 대각선의 길이가 같다.
(나) : 한 내각의 크기가 $90°$이다.

해설

평행사변형이 직사각형이 되려면 한 내각의 크기가 $90°$이거나 두 대각선의 길이가 같으면 된다.
직사각형이 정사각형이 되려면 두 대각선이 서로 직교하거나 네 변의 길이가 모두 같으면 된다.

12. 사각형 ABCD가 평행사변형이 될 수 있는 조건이 아닌 것은? (단, O는 두 대각선의 교점이다.)



① $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$

② $\angle A = 120°$, $\angle B = 60°$, $\angle C = 120°$

③ $\angle A = \angle C$, $\overline{AB} // \overline{DC}$

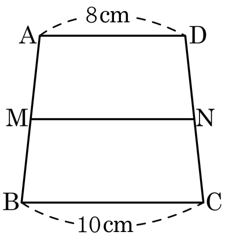
④ $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{AD} // \overline{BC}$

⑤ $\overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OB} = \overline{OD}$

해설

$\overline{AB} // \overline{DC}$인 경우 $\overline{AB} = \overline{DC}$이어야 사각형 ABCD는 평행사변형이다.

13. $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$ 이고 $\overline{AD} = 8\,cm$, $\overline{BC} = 10\,cm$ 인 사다리꼴 ABCD 에서 점 M, N 은 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ 의 중점이다. □AMND $= 34\,cm^2$ 와 □MBCN 의 넓이는?



① $36\,cm^2$　② $37\,cm^2$　③ $38\,cm^2$　④ $39\,cm^2$　⑤ $40\,cm^2$

해설

$\overline{MN} = \dfrac{1}{2}(10+8) = 9\ (cm)$

□AMND 와 □MBCN 은 $\overline{AM} : \overline{MB} = 1 : 1$ 이므로 높이가 같다.

높이를 h 라고 하면

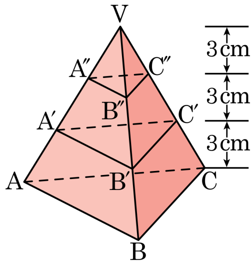
□AMND$= (9+8) \times h \times \dfrac{1}{2} = \dfrac{17}{2}h\ (cm^2)$

□MBCN$= (10+9) \times h \times \dfrac{1}{2} = \dfrac{19}{2}h\ (cm^2)$

□AMND : □MBCN $= 17 : 19 = 34 :$ □MBCN

$\therefore$ □MBCN $= 38\,cm^2$

14. 다음 그림은 삼각뿔 V – ABC 를 밑면에 평행인 평면으로 자른 것이다. $\triangle A'B'C' = 18\,\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle ABC$ 와 $\triangle A''B''C''$ 의 넓이는?



① $\triangle ABC = \frac{41}{2}\,\text{cm}^2, \triangle A''B''C'' = \frac{1}{2}\,\text{cm}^2$

② $\triangle ABC = \frac{51}{2}\,\text{cm}^2, \triangle A''B''C'' = \frac{3}{2}\,\text{cm}^2$

③ $\triangle ABC = \frac{51}{2}\,\text{cm}^2, \triangle A''B''C'' = \frac{5}{2}\,\text{cm}^2$

④ $\triangle ABC = \frac{71}{2}\,\text{cm}^2, \triangle A''B''C'' = \frac{7}{2}\,\text{cm}^2$

⑤ $\triangle ABC = \frac{81}{2}\,\text{cm}^2, \triangle A''B''C'' = \frac{9}{2}\,\text{cm}^2$

해설

$\triangle A''B''C'' : \triangle A'B'C' = 1^2 : 2^2 = 1 : 4$

$\triangle A''B''C'' : 18 = 1 : 4$

$\triangle A''B''C'' = \frac{9}{2}\,(\text{cm}^2)$

$\triangle A'B'C' : \triangle ABC = 2^2 : 3^2 = 4 : 9$

$18 : \triangle ABC = 4 : 9$

$\therefore\ \triangle ABC = \frac{81}{2}\,(\text{cm}^2)$

15. 실제 거리가 200 m 인 두 지점 사이의 거리를 4 cm 로 나타내는 지도가 있다. 이 지도에서 실제 넓이가 $15\,\mathrm{km}^2$ 인 땅의 넓이를 구하여라.

① $6000\,\mathrm{cm}^2$ ② $6500\,\mathrm{cm}^2$ ③ $7000\,\mathrm{cm}^2$
④ $7500\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $8000\,\mathrm{cm}^2$

해설

(축척) $= 4 : 20000 = 1 : 5000$
(넓이의 비) $= 1^2 : 5000^2 = 1 : 25000000$
$1 : 25000000 = x : 150000000000$
$x = 6000 \ \left(\mathrm{cm}^2\right)$