1. 지원이는 일차방정식 문제를 풀다가 음료수를 엮질러 다음 그림과 같이 여기저기에 얼룩이 생겼다. 그런데 먼저 폰 친구들이 방정식의 해는 모두 4이고, 지워진 부분은 모두 숫자라는 사실을 알려주었다. 보이지 않는 부분에 알맞은 수를 차례대로 써라.

$$\begin{array}{l}
 1) 3(x-2)=\square \\
 2) \frac{3x}{\square}=6 \\
 3) -2(x-\square)=6 \\
 4) \frac{2x}{5}+1=\square
 \end{array}$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : 7

▷ 정답 : $\frac{13}{5}$

해설

$$3(x-2) = 3(4-2) = 6 = \square$$

$$\frac{3x}{\square} = \frac{12}{\square} = 6, \square = 2$$

$$-2(x-\square) = 6, -2(4-\square) = 6, 4-\square = -3, \square = 7$$

$$\frac{2x}{5} + 1 = \square, \frac{8}{5} + 1 = \square, \square = \frac{13}{5}$$

2. $3ax + 4 = 2(b - x) - 5$ 가 모든 x 에 대하여 참일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.(단, a, b 는 상수)

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{23}{6}$

해설

$$3ax + 2x = 2b - 5 - 4$$

$$(3a + 2)x = 2b - 9$$

$$3a + 2 = 0, 2b - 9 = 0$$

따라서 $a = -\frac{2}{3}, b = \frac{9}{2}$ 이므로 $a + b = \frac{23}{6}$ 이다.

3. 500원짜리 과자와 700원짜리 빵을 합하여 12개를 사고 7400원을 지불하였다. 구입한 과자의 개수를 구하면?

① 3개 ② 5개 ③ 7개 ④ 9개 ⑤ 12개

해설

구입한 과자의 개수를 x 개 라 하면, 구입한 빵의 개수는 $(12-x)$ 개이다.

(과자의 값) + (빵의 값) = 7400원 이므로 방정식으로 나타내면

$$500x + 700(12 - x) = 7400 \text{이다.}$$

$$500x + 8400 - 700x = 7400$$

$$-200x = -1000$$

$$\therefore x = 5$$

따라서, 구입한 과자는 5개이다.

4. 일정한 속력으로 달리는 기차가 길이가 550m 인 터널을 통과하는 데 20 초, 길이가 860m 인 터널을 통과하는 데 30 초가 걸린다. 이 기차의 길이를 구하면?

① 60m ② 65m ③ 70m ④ 75m ⑤ 80m

해설

기차의 길이를 x m 라 하면

$$\frac{550 + x}{20} = \frac{860 + x}{30}$$

$$1650 + 3x = 1720 + 2x$$

$$\therefore x = 70$$

따라서 기차의 길이는 70m 이다.

5. 다음 등식 중에서 x 에 관한 항등식인 것을 모두 고르면?

① $2x - 3 = 3 - 2x$

② $4x - 3 = 2(2x - 1) - 1$

③ $x^2 - 2x + 3 = 3 + x(x - 2)$

④ $\frac{2x - 1}{3} = \frac{3x - 2}{2}$

⑤ $3x + 4(x - 3) = 4(2x + 3) - x$

해설

② $2(2x - 1) - 1 = 4x - 3$

③ $3 + x(x - 2) = x^2 - 2x + 3$

좌변과 우변이 같으므로 항등식이다.

6. 등식 $\frac{2x+2}{3} - 1 = ax+b$ 가 x 의 값에 관계없이 항상 성립할 때, 상수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은?

- ① 0 ② -1 ③ $\frac{3}{4}$ ④ $-\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

해설

양변에 3을 곱하여 분모를 소거하여 정리한다.

$$2x + 2 - 3 = 3ax + 3b$$

$$2x - 1 = 3ax + 3b$$

$$2 = 3a, a = \frac{2}{3}$$

$$-1 = 3b, b = -\frac{1}{3}$$

$$a + b = \frac{2}{3} + \left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{1}{3}$$

7. 다음 방정식 중 해가 $x = -2$ 가 아닌 것은?

① $3(x+2) = 0$

② $\frac{4-x}{3} = x+4$

③ $x(x+1) = 8+3x$

④ $x^3 + 10 = 2$

⑤ $x^2 - 4 = x - 2$

해설

⑤ $x^2 - 4 = x - 2$ 에서 $x = -2$ 일 때

좌변 = $(-2)^2 - 4 = 4 - 4 = 0$

우변 = $-2 - 2 = -4$

좌변과 우변이 같지 않으므로 $x = -2$ 는 해가 아니다.

8. 세 유리수 a, b, c 에 대하여 $a+3=b-5, c>0$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $a+8=b$

② $a-b+c=c-8$

③ $ac+bc=-8c$

④ $\frac{a+5}{c} = \frac{b-3}{c}$

⑤ $a-c=b-c-8$

해설

③ $a+3=b-5$

$a-b=-8$

$(a-b)c=-8c$

$ac-bc=-8c$

9. 다음 과정에서 이항이 이용된 것을 고르면?

① $-\frac{1}{2x} = 4, x = -8$

② $6x = -9, x = -\frac{3}{2}$

③ $\frac{x+3}{2} = 4, x+3 = 8$

④ $3x - 4 = 1 - 2x, 5x = 5$

⑤ $\frac{3}{2}x = 1, x = \frac{2}{3}$

해설

④

$$3x - 4 = 1 - 2x$$

$$3x + 2x = 1 + 4$$

$$5x = 5$$

10. 일차방정식 $3(x+2) = -2(3x-1)$ 를 x 를 포함한 항은 좌변으로, 상수항은 우변으로 이항하여 정리하였을 때, x 의 계수와 상수항의 합은?

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$$3(x+2) = -2(3x-1)$$

$$3x+6 = -6x+2$$

$$3x+6x = 2-6$$

$$9x = -4$$

따라서 x 의 계수와 상수항의 합은 $9-4=5$ 이다.

11. 등식 $2x + 3 = ax - 1$ 이 x 에 대한 일차방정식이 되기 위한 a 의 조건은?

① $a \neq 2$

② $a \neq 3$

③ $a \neq -2$

④ $a \neq -3$

⑤ $a \neq 0$

해설

$$2x - ax + 3 + 1 = 0$$

$$(2 - a)x + 4 = 0$$

일차방정식이 되려면, $2 - a \neq 0$ 이어야 하므로 $a \neq 2$

12. $3x + 3y = 5(x + y) - 6$ 일 때, $-x - y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -3

해설

$$3x + 3y = 5(x + y) - 6$$

$$3(x + y) = 5(x + y) - 6$$

$$-2(x + y) = -6$$

$$x + y = 3$$

$$\therefore -x - y = -(x + y) = -3$$

13. 두 일차방정식 $\frac{5x-1}{4} = 2(x-3) - 2$, $\frac{2(1-5y)}{3} - 2 = \frac{1}{2} - 0.2(y-3)$ 의 해가 $x = \frac{p}{3}$, $y = \frac{q}{94}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $p+q = -42$

해설

$\frac{5x-1}{4} = 2(x-3) - 2$ 의 양변에 4를 곱하면

$$5x - 1 = 8x - 24 - 8$$

$$x = \frac{31}{3} \therefore p = 31 \text{ 이다.}$$

$\frac{2(1-5y)}{3} - 2 = \frac{1}{2} - 0.2(y-3)$ 의 양변에 60을 곱하면

$$40(1-5y) - 120 = 30 - 12(y-3)$$

$$y = -\frac{73}{94} \therefore q = -73 \text{ 이다.}$$

따라서 $p+q = 31 - 73 = -42$ 이다.

14. 다음 방정식의 해는?

$$\frac{2x+5}{3} = \frac{2x-\frac{3x}{4}}{9}$$

- ① $-\frac{60}{13}$ ② $-\frac{60}{17}$ ③ $-\frac{60}{19}$ ④ $-\frac{60}{23}$ ⑤ $-\frac{60}{29}$

해설

주어진 식의 양변에 9를 곱하면

$$3(2x+5) = 2x - \frac{3x}{4}$$

양변에 4를 곱하면

$$24x + 60 = 5x$$

$$19x = -60$$

$$x = -\frac{60}{19}$$

15. 다음 비례식을 만족하는 x 의 값을 구하여라.

$$2.5 : \frac{3}{10}(x - 0.8) = 5 : 3(x - 0.44)$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = \frac{7}{20}$

해설

비례식은 외항의 곱과 내항의 곱이 같으므로

$$7.5(x - 0.44) = \frac{3}{2}(x - 0.8)$$

양변에 20 을 곱하면

$$150x - 66 = 30x - 24$$

$$\therefore x = \frac{7}{20}$$

16. 방정식 $0.3(x-4) = 0.4x-1$ 과 $ax+3 = 2x-7$ 의 해가 같을 때, a 의 값은?

- ① -14 ② -7 ③ -2 ④ 7 ⑤ 14

해설

$$0.3x - 1.2 = 0.4x - 1$$

$$-0.1x = 0.2$$

$$\therefore x = -2$$

$ax + 3 = 2x - 7$ 에 $x = -2$ 를 대입하면

$$-2a + 3 = -11$$

$$-2a = -14$$

$$\therefore a = 7$$

17. 등식 $5x - (x + 2) = ax - (2x + 3)$ 에서 x 에 어떤 값을 넣어도 참이 될 수 없게 하는 a 의 값은?

- ① 3 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 15

해설

x 에 어떤 값을 넣어도 참이 될 수 없는 방정식은 해가 없는 방정식이므로 $0 \times x = a (a \neq 0)$ 의 꼴이다.

$$4x - 2 = ax - 2x - 3 \text{에서}$$

$$(a - 6)x = 1$$

$$\therefore a = 6$$

18. x 에 관한 일차방정식 $0.1(7x - a) = 0.2(x + 4)$ 의 해는 $x = 2$ 인데 4를 잘못 보고 풀어서 $x = 4$ 가 되었다. 4를 얼마로 잘못 보고 풀었는지 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 9

해설

주어진 방정식에 10을 곱하여 정리하면

$$7x - a = 2x + 8$$

$x = 2$ 를 대입하면

$$14 - a = 4 + 8$$

$$a = 2$$

$$\therefore 0.1(7x - 2) = 0.2(x + 4)$$

4를 잘못 보았으므로 $4 = b$ 라고 하면

$$0.1(7x - 2) = 0.2(x + b)$$

$x = 4$ 를 대입하면

$$28 - 2 = 8 + 2b$$

$$2b = 18$$

$$b = 9$$

따라서 4를 9로 잘못 보았다.

19. 다음 x 에 관한 두 방정식의 해가 같을 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

$$\begin{aligned}2(x-5) &= -13-3(4+x) \\ 5x-(x+1) &= a-x\end{aligned}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : -16

해설

먼저 $2(x-5) = -13-3(4+x)$ 의 해를 구하면

$$2(x-5) = -13-3(4+x)$$

$$2x-10 = -13-12-3x$$

$$5x = -15$$

$$x = -3$$

두 방정식의 해가 같다고 했으므로 $5x-(x+1) = a-x$ 에 $x = -3$ 을 대입하면

$$5 \times (-3) - (-3+1) = a - (-3)$$

$$-15+2 = a+3$$

$$\therefore a = -16$$

20. 어떤 시험의 합격자 중에서 가장 낮은 점수는 65 점이었다. 합격자의 평균은 불합격자의 평균보다 10 점이 높았고, 불합격자의 평균은 최저 합격 점수보다 5 점이 낮다. 응시생 전체의 평균은 62 점일 때, 이 시험의 합격률을 구하여라.

▶ 답: %

▷ 정답: 20%

해설

합격자의 수를 a , 불합격자의 수를 b 라 두면,
합격자의 평균은 70 점, 불합격자의 평균은 60 점 이므로,

$$62 = \frac{70a + 60b}{a + b} \text{ 이고, } 62a + 62b = 70a + 60b$$

$$b = 4a \text{ 이므로 합격률은 } \frac{a}{a + b} \times 100 = \frac{a}{5a} \times 100 = 20 (\%) \text{ 이다.}$$

21. 연속한 세 개의 4의 배수를 각각 a, b, c ($a > b > c$)라고 할 때, 이 세 수는 $c + \frac{1}{2}b = a + 18$ 을 만족한다. 이 때, b 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $b = 52$

해설

연속하는 4의 배수 중 가운데 수가 b 일 때,
 $a = b + 4, c = b - 4$ 이다.

$c + \frac{1}{2}b = a + 18$ 에 대입하면

$$(b - 4) + \frac{1}{2}b = (b + 4) + 18$$

$$\frac{1}{2}b = 26$$

$$\therefore b = 52$$

해설

$b = 4x$ 라 하면,

$a = 4(x + 1), c = 4(x - 1)$ 이 되고

$c + \frac{1}{2}b = a + 18$ 에 대입하면

$$4(x - 1) + \frac{1}{2} \times 4x = 4(x + 1) + 18 \text{ 이다.}$$

식을 정리하면 $x = 13$ 이고, $b = 4x$ 이므로

$$b = 52$$

22. 승기네 학교의 올해 학생 수는 작년에 비하여 남학생이 9% 감소하고, 여학생은 6% 증가하였다. 작년의 전체 학생수는 950 명이었고 올해의 전체 학생 수는 작년보다 18 명이 줄었다고 할 때, 올해의 남학생 수는?

- ① 450 명 ② 455 명 ③ 460 명
④ 465 명 ⑤ 470 명

해설

$$\begin{aligned} -\frac{9}{100}x + \frac{6}{100}(950 - x) &= -18 \\ -9x + 5700 - 6x &= -1800 \\ -15x &= -7500 \\ \therefore x &= 500 \end{aligned}$$

작년의 남학생 수는 500 명이고, 올해의 남학생 수는 9% 감소한

$$500 \left(500 \times \frac{9}{100} \right) = 455 \text{ (명) 이다.}$$

23. 어떤 일을 완성하는 데 A 는 4 일, B 는 16 일이 걸린다고 한다. 이 일을 A 가 3 일 동안 하고, 그 나머지 일을 B 가 마무리 하였을 때, B 는 이 일을 몇 일 동안 했을까?

① 1 일 ② 2 일 ③ 3 일 ④ 4 일 ⑤ 5 일

해설

전체 일을 1 로 두고 B 가 이 일을 x 일 동안 하였다고 하면,

$$\frac{1}{4} \times 3 + \frac{1}{16} \times x = 1$$

$$\frac{3}{4} + \frac{x}{16} = 1$$

$$12 + x = 16$$

$$\therefore x = 4(\text{일})$$

24. 많은 사람들이 줄을 서서 거리 행진을 하고 있다. 행진 속도는 일정하고, 행렬의 길이는 1.5km 이다. 행렬의 가장 마지막에 서 있던 A 는 중간에 행렬에서 이탈하여 행진 속도의 4 배 속도로 달려 행렬의 제일 앞부분에 도착한 후, 그 자리에 멈추어 1 시간을 기다렸더니 A 의 원래 자리인 행렬의 끝으로 오게 되었다. A 가 행렬에서 이탈한 후 달린 거리를 구하여라.

▶ 답: km

▷ 정답: 2km

해설

행렬의 속도를 x (km/h), A 가 4 배 속도로 달린 시간을 y (시간) 이라 두면, A 가 행렬에서 이탈한 후 달린 거리는 $4xy$ (km) 이다.
 $4xy = xy + 1.5$
 $3xy = 1.5$
 $\therefore xy = 0.5$
A 가 행렬에서 이탈한 후에 달린 거리는 행렬의 끝에서 끝까지 갈 때의 거리와 행렬이 원래 움직이던 속도로 갈 때 간 거리를 더해줘야 한다. 그러므로 $1.5\text{km} + xy$ 를 구하면 되는데 $xy = 0.5$ 이므로 A 가 행렬에서 이탈한 후 달린 거리는 2km 이다.

25. 두 그릇 A, B 에 $a\%$ 의 소금물과 15% 의 소금물이 각각 들어 있다. 두 그릇의 소금물을 섞으면 13% 의 소금물이 되고, B 그릇의 소금물이 A 그릇의 소금물의 양의 2.5 배일 때, a 의 값을 구하면?

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

A 그릇의 소금물의 양을 xg 이라 하면, B 그릇의 소금물의 양을 $2.5xg$

$$\frac{a}{100} \times x + \frac{15}{100} \times 2.5x = \frac{13}{100}(x + 2.5x)$$

$$a + 37.5 = 45.5$$

$$\therefore a = 8$$