1. 다음 설명 중에서 옳지 않은 것은?

- ① 소수의 약수의 개수는 2 개이다.
- ② 7의 배수 중에서 소수는 1개이다.
- ③ 자연수는 소수와 합성수로 되어 있다.
- ④ 서로소인 두 수의 최대공약수는 1이다.
- ⑤ 소수 중에 짝수인 소수는 2 뿐이다.

해설

자연수는 1과 소수, 그리고 합성수로 분류된다.

2. 두 수 $3^a \times 5 \times 11^2$, $3^2 \times 7^b \times 11^c$ 의 최소공배수를 구하면 $3^4 \times 5 \times 7^3 \times 11^3$ 이다. $a + b - c$ 의 값으로 옳은 것은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$3^a = 3^4$ 이므로 $a = 4$,
 $7^b = 7^3$ 이므로 $b = 3$,
 $11^c = 11^3$ 이므로 $c = 3$ 이다.
따라서 $a + b - c = 4$ 이다.

3. 세 자연수 A, B, C 의 최소공배수가 26일 때, A, B, C 의 공배수 중 80 이하의 자연수는 몇 개인가?

① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

세 자연수의 공배수는 최소공배수의 배수를 구하면 된다.
세 자연수 A, B, C 의 최소공배수가 26이므로 A, B, C 의 공배수 중 80 이하의 자연수는 26, 52, 78이다.
따라서 3개이다.

4. 두 분수 $\frac{1}{16}, \frac{1}{6}$ 중 어느 것을 곱해도 자연수가 되는 수 중 두 번째로 큰 자연수는?

- ① 16 ② 32 ③ 48 ④ 96 ⑤ 114

해설

구하는 수는 16 과 6 의 공배수이다.
16 와 6 의 공배수는 16 와 6 의 최소공배수인 48 의 배수이므로
48, 96, 144, ... 이다.

5. 24, 32 의 최대공약수는?

① 2^2

② 3^2

③ 2^3

④ $2^2 \times 3$

⑤ 2×3

해설

$24 = 2^3 \times 3$, $32 = 2^5$ 이므로 최대공약수는 2^3

6. 32와 56의 공약수의 개수를 a , 56과 42의 공약수의 개수를 b , 32와 42의 공약수의 개수를 c , 32와 56, 42의 공약수의 개수를 d 라 할 때, $a + b + c - d$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

32, 56의 최대공약수는 2^3 이므로 $a = 4$ 이다.

56, 42의 최대공약수는 2×7 이므로 $b = 4$ 이다.

32, 42의 최대공약수는 2 이므로 $c = 2$ 이다.

32, 56, 42의 최대공약수는 2 이므로, $d = 2$ 이다.

따라서 $a + b + c - d = 4 + 4 + 2 - 2 = 8$ 이다.

7. 세 자연수의 비가 $2:3:5$ 이고, 최소공배수가 240 일 때, 세 자연수의 합은?

- ① 16 ② 24 ③ 40 ④ 80 ⑤ 120

해설

세 자연수를 $2 \times x$, $3 \times x$, $5 \times x$ 라 하면

$$\begin{array}{r} x) \underline{2 \times x \quad 3 \times x \quad 5 \times x} \\ \underline{2 \quad 3 \quad 5} \end{array}$$

$x \times 2 \times 3 \times 5 = 240$ 이므로 $x = 8$

따라서, 세 자연수는 16, 24, 40 이므로

세 자연수의 합은 $16 + 24 + 40 = 80$ 이다.

8. 61 을 나누면 5 가 남고 165 를 나누면 3 이 부족한 수가 아닌 것은?

- ① 4 ② 7 ③ 14 ④ 28 ⑤ 56

해설

56 과 168 의 최대공약수는 56
56 약수 중 나머지 5 보다 큰 수들은
7, 8, 14, 28, 56 이다.

10. 서로 맞물려 도는 톱니바퀴 ㉠과 ㉡이 있다. ㉠의 톱니 수는 20, ㉡의 톱니 수는 15일 때, 이 톱니가 같은 이에서 다섯 번째로 다시 맞물리는 것은 ㉡이 몇 바퀴 돈 후인가?

- ① 16 바퀴 ② 18 바퀴 ③ 20 바퀴
④ 21 바퀴 ⑤ 24 바퀴

해설

20 와 15 의 최소공배수는 60 이다.
같은 지점에 첫번째로 맞물릴 때까지 ㉠ 톱니바퀴는 $60 \div 15 = 4$ (바퀴) 회전하므로
다섯번째로 맞물릴때까지 바퀴 수는 $4 \times 5 = 20$ (바퀴) 이다.

11. 어떤 자연수를 5, 6, 8 로 나누면 모두 2 가 남는다고 한다. 이러한 수 중에서 가장 작은 수는?

- ① 120 ② 121 ③ 122 ④ 123 ⑤ 125

해설

어떤 자연수를 x 라 하면 $x - 2$ 는 5, 6, 8 의 공배수이다.
5, 6, 8 의 최소공배수는 120 이므로 $x - 2$ 는 120, 240, 360, ... 이다.
 $x = 122, 242, 362, \dots$ 그러므로 가장 작은 수는 122

12. 세 수 3×5^2 , $c^3 \times 3^a \times 5^2$, $2 \times 3 \times 5^b \times 7$ 의 최대공약수가 $d \times 5$ 이고,
최소공배수가 $2^3 \times 3^2 \times 5^2 \times 7$ 일 때, $\frac{d}{c} - \frac{b}{a}$ 의 값을 구하면?

- ① 0 ② 1 ③ 5 ④ 9 ⑤ 12

해설

최대공약수가 $d \times 5$,
최소공배수가 $2^3 \times 3^2 \times 5^2 \times 7$ 이므로
 $a = 2, b = 1, c = 2, d = 3$
 $\therefore \frac{d}{c} - \frac{b}{a} = \frac{3}{2} - \frac{1}{2} = 1$

13. 1에서 100까지 자연수를 다음과 같이 연속한 세 개의 수씩 묶어 차례로 늘어놓았다. 이 때, 세 수의 합이 12의 배수인 것은 모두 몇 쌍인가?

(1, 2, 3), (2, 3, 4), (3, 4, 5), ..., (98, 99, 100)

- ① 19쌍 ② 24쌍 ③ 30쌍 ④ 32쌍 ⑤ 36쌍

해설

세 수는 $n-1, n, n+1$ 로 이루어져 있으므로 세 수의 합은 $3 \times n$, 12의 배수가 되기 위해서 n 은 4의 배수가 되어야 한다. 즉 가운데 수가 4의 배수인 쌍의 갯수는 $96 = 4 \times 24$ 개이다.

14. $\frac{12}{n}, \frac{56}{n}, \frac{32}{n}$ 를 자연수로 만드는 자연수 n 들을 모두 곱하면?

- ① 12 ② 10 ③ 8 ④ 7 ⑤ 6

해설

n 은 12, 56, 32 의 공약수, 공약수는 최대공약수의 약수이므로
12, 56, 32 의 최대공약수는 4 이다.
4 의 약수는 1, 2, 4 이다.
따라서 8 이다.

15. 분모가 24 인 기약분수 중 2 보다 크고 3 보다 작은 수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$$\frac{48}{2} < \frac{x}{24} < \frac{72}{24}, 24 = 2^3 \times 3$$

→ x 는 48 보다 크고 72 보다 작은 수 중 2×3 과 서로소인 수이다.

$$\rightarrow x = 49, 53, 55, 59, 61, 65, 67, 71$$

∴ 분모가 24 인 기약분수 중 2 보다 크고 3 보다 작은 수의

$$\text{합} = \frac{(49 + 53 + 55 + 59 + 61 + 65 + 67 + 71)}{24} = 20$$

16. 24와 k 의 공약수가 1, 2, 4일 때, k 가 될 수 있는 70보다 작은 자연수를 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 4

▷ 정답: 20

▷ 정답: 28

▷ 정답: 44

▷ 정답: 52

▷ 정답: 68

해설

24의 약수가 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24이고 k 의 약수는 1, 2, 4, ...이다.

()안에 들어갈 수 있는 자연수는 70 이하 4의 배수 중 3, 6, 8, 12, 24의 배수를 제외한 수이다.

∴ 4, 20, 28, 44, 52, 68

17. 두 자연수 A, B 의 최대공약수를 $[A, B]$ 로 나타낼 때, $[A, B] = [C, D] = k$ 이다. 다음을 간단히 하여라. (단, A 와 C, D, B 와 C, D 는 서로소)

$$\left[\frac{[AB, CD]}{[A+B, C+D]}, \frac{[AD, BC]}{[A+D, B+C]} \right]$$

▶ 답:

▷ 정답: k

해설

$[A, B] = [C, D] = k \rightarrow A, B, C, D$ 모두 인수 k 를 가진다.
 AB 와 CD, AD 와 BC 는 모두 인수 k^2 을 가지고,
 $(A+B)$ 와 $(C+D), (A+D)$ 와 $(B+C)$ 는 모두 인수 k 를 가진다.

$$\therefore \left[\frac{[AB, CD]}{[A+B, C+D]}, \frac{[AD, BC]}{[A+D, B+C]} \right] = \left[\frac{k^2}{k}, \frac{k^2}{k} \right] = [k, k] = k$$

18. 600을 자연수 a 로 나누면 b^2 이 된다고 할 때, 가능한 $\frac{a}{b}$ 의 값 중 두 번째로 큰 값은? (단, b 는 자연수)

- ① $\frac{1}{2}$ ② 600 ③ 300 ④ 150 ⑤ 75

해설

$\frac{600}{a} = \frac{2^3 \times 3 \times 5^2}{a}$ 가 제곱수이어야 하므로

$a = 2 \times 3 \times p^2$ (p 는 자연수) 꼴의 600의 약수이다.

$a = 2 \times 3 \times 1^2 = 6$ 일 때,

$$\frac{600}{6} = 100 = 10^2 \quad \therefore b = 10$$

$a = 2 \times 3 \times 2^2 = 24$ 일 때,

$$\frac{600}{24} = 25 = 5^2 \quad \therefore b = 5$$

$a = 2 \times 3 \times 5^2 = 150$ 일 때,

$$\frac{600}{150} = 4 = 2^2 \quad \therefore b = 2$$

$a = 2^3 \times 3 \times 5^2 = 600$ 일 때,

$$\frac{600}{600} = 1^2 \quad \therefore b = 1$$

$\frac{6}{10} < \frac{24}{5} < \frac{150}{2} < 600$ 이므로

$\frac{a}{b}$ 의 값 중 두 번째로 큰 값은 $\frac{150}{2} = 75$

19. 한 업체에서 배 392 개, 바나나 588 개, 사과 980 개, 귤 1372 개를 똑같이 나누어서 만든 선물세트를 되도록 많은 고객들에게 나누어 주고자 한다. 상품세트의 개수를 x 라고 각 선물세트에 들어있는 과일들의 개수를 차례대로 a, b, c, d 라 할 때, $(a \times b \times c \times d) - x$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 14

해설

선물세트의 개수는 392, 588, 980, 1372 의 최대공약수이므로

196

배의 개수 : $392 \div 196 = 2$

바나나의 개수 : $588 \div 196 = 3$

사과의 개수 : $980 \div 196 = 5$

귤의 개수 : $1372 \div 196 = 7$

따라서 $(a \times b \times c \times d) - x$ 의 값은

$(a \times b \times c \times d) - x = (2 \times 3 \times 5 \times 7) - 196 = 210 - 196 = 14$

20. 동북이는 학교 운동장 한 편에 있는 농구 코트 주변에 철망을 설치하여 안전하게 농구를 하고자 한다. 철망은 가로 길이 24m, 세로 길이 64m인 농구 코트 주변에 일정한 간격으로 기둥을 고정시키고, 'ㄷ'자 형으로 망을 설치하고자 한다. 기둥은 처음 시작되는 지점과 끝나는 지점 그리고 모서리에는 반드시 고정시키고, 가능한 한 적게 사용하려고 한다면 모두 몇 개의 기둥이 필요하겠는가?

- ① 12개 ② 13개 ③ 14개 ④ 15개 ⑤ 16개

해설

기둥 사이의 간격을 x 라 할 때,
 $24 = x \times \square$, $64 = x \times \Delta$
 x 는 24와 64의 최대공약수
 $24 = 2^3 \times 3$, $64 = 2^6$
 $\therefore x = 2^3 = 8$ (m)
기둥 사이의 간격을 8m 라 할 때
가로 $24 = 8$ (m) $\times 3$ (개), 세로 $64 = 8$ (m) $\times 8$ (개)
직사각형 모양의 운동장의 가장자리에 'ㄷ'자 형으로 망을 설치할 때 필요한 기둥의 수는
 $\therefore (2 \times 3) + 8 + 1 = 15$ (개)