

1. 1부터 800까지의 자연수 중에서 800과 서로소인 수의 개수를 구하면?

- ① 310 개 ② 320 개 ③ 330 개
④ 340 개 ⑤ 350 개

해설

$800 = 2^5 \times 5^2$ 으로 소인수분해가 된다.
800과 서로소가 되려면 2나 5를 인수로 가져서는 아니되므로 1부터 800까지의 수 중에서 2 또는 5의 배수의 개수를 계산하여 여사건을 이용하면 된다.
2의 배수의 집합을 A , 5의 배수의 집합을 B 라 하면
$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$
$$= 400 + 160 - 80 = 480$$
따라서 800과 서로 소인수의 개수는
 $800 - 480 = 320$ (개)이다.

2. 식 $(a+b+c)(x+y+z)$ 를 전개하였을 때, 항의 개수는?

① 6

② 9

③ 12

④ 15

⑤ 18

해설

a, b, c 가 선택할 수 있는 항이 각각 3 가지씩 있으므로 $3+3+3=9$

3. 18000 의 양의 약수 중에서 짝수의 개수는?

- ① 32 ② 36 ③ 40 ④ 44 ⑤ 48

해설

$$18000 = 2^4 \times 3^2 \times 5^3$$

따라서 양의 약수 중에서 짝수인 것의 개수는

$$4 \times (2 + 1) \times (3 + 1) = 48 \text{ (개)}$$

4. 어떤 등산모임에서는 다음과 같이 강원도, 충청도, 전라도 세 지역의 6개의 산을 6주에 걸쳐 주말마다 하나씩 등산할 계획을 세우고 있다.

지역	산
강원도	설악산, 오대산
충청도	계룡산, 소백산
전라도	내장산, 지리산

같은 지역의 산끼리 연속적으로 등산하지 않도록 계획을 세우는 방법은 모두 몇 가지인가?

- ① 36 ② 48 ③ 60 ④ 120 ⑤ 240

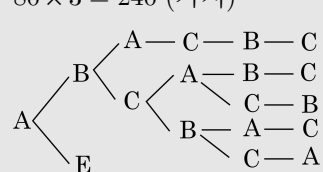
해설

세 지역 강원도, 충청도, 전라도를 각각 A, B, C 라 하면 1주차에 A 지역 산을 등산하고, 2주차에 B 지역 산을 등산하는 경우는 다음 수형도와 같이 5가지가 있고, 같은 지역의 산끼리 위치를 바꾸는 방법은 $2 \times 2 \times 2 = 8$ (가지)

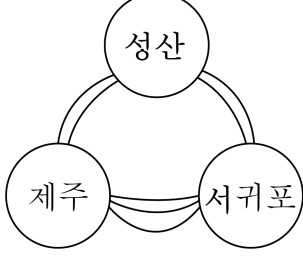
한편, 1주차에 A 지역, 2주차에 C 지역의 산을 등산하는 경우도 같으므로 1주차에 A 지역의 산을 등산하는 방법의 수는 $5 \times 8 \times 2 = 80$ (가지)

또한, 1 주차에 B, C 지역의 산을 등산하는 경우의 수도 같다.
따라서 구하는 방법의 수는

따라서 구하는 방법의 수는

$$80 \times 3 = 240 \text{ (가지)}$$


5. 다음 그림과 같이 제주와 성산을 잇는 길은 2개, 성산과 서귀포를 잇는 길은 2개가 있고, 제주와 서귀포를 잇는 길은 3개가 있다. 제주에서 서귀포로 갔다가 다시 제주로 돌아오는 경우 중 한 번 지나간 길은 다시 지나지 않는 경우의 수는?

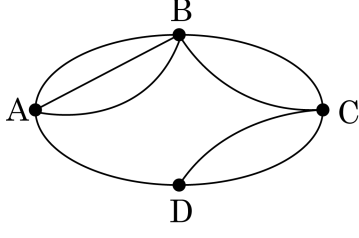


- ① 24 ② 28 ③ 30 ④ 34 ⑤ 42

해설

갈 때, 올 때 성산을 거치는 유무에 따라서 달라진다.
O: 거치는 경우, X: 거치지 않는 경우
갈 때 : X, 올 때 : $X \rightarrow 3 \times 2 = 6$
갈 때 : X, 올 때 : $O \rightarrow 3 \times 4 = 12$
갈 때 : O, 올 때 : $X \rightarrow 4 \times 3 = 12$
갈 때 : O, 올 때 : $O \rightarrow 4 \times 1 = 4$
 $6 + 12 + 12 + 4 = 34$
 $\therefore 34$ 가지

6. 네 개의 도시 A, B, C, D 사이에는 아래 그림과 같은 도로가 있다. A 를 출발하여 모든 도시를 한번 씩만 거치고, 다시 A 로 돌아오는 방법의 수는?

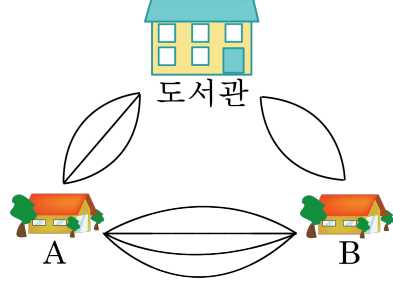


- ① 26 ② 24 ③ 20 ④ 16 ⑤ 12

해설

$A - B$ 도로의 가지 수 : 3 가지
 $B - C$ 도로의 가지 수 : 2 가지
 $C - D$ 도로의 가지 수 : 2 가지
 $D - A$ 도로의 가지 수 : 1 가지
(i) $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A$ 인 경우
 $3 \times 2 \times 2 \times 1 = 12$
(ii) $A \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A$ 인 경우
 $1 \times 2 \times 2 \times 3 = 12$
그런데 (i) 과 (ii) 는 동시에 일어날 수 없으므로 합의 법칙을 이용하여
 $\therefore 12 + 12 = 24$ (가지)

7. A 군의 집과 B 양의 집에서 도서관으로 직접 가는 길은 각각 3 가지, 2 가지가 있고, A 군의 집에서 도서관을 거치지 않고 B 양의 집으로 가는 길은 4 가지가 있다. A 군의 집을 출발하여 B 양의 집과 도서관을 각각 한 번씩만 들린 후 다시 A 군의 집으로 되돌아오는 방법의 수는?



- ① 18 ② 24 ③ 36 ④ 48 ⑤ 60

해설

- (i) A 군의 집에서 도서관을 거쳐 B 양의 집으로 간 다음 도서관을 거치지 않고 A 군의 집으로 되돌아오는 방법의 수는 $3 \times 2 \times 4 = 24$ (가지)
(ii) A 군의 집에서 도서관을 거치지 않고 B 양의 집으로 간 다음 도서관을 거쳐 A 군의 집으로 되돌아오는 방법의 수는 $4 \times 2 \times 3 = 24$ (가지)
따라서, 구하는 방법의 수는 $24 + 24 = 48$ (가지)

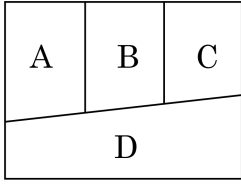
8. 100원짜리, 50원짜리, 10원짜리 세 종류의 동전으로 200원을 지불할 수 있는 경우의 수는 몇 가지인가? (모든 종류의 동전을 사용할 필요는 없다.)

- ① 6
- ② 7
- ③ 8
- ④ 9
- ⑤ 10

해설

(100원짜리, 50원짜리, 10원짜리) 각각의 순서쌍을 구하면
(2, 0, 0), (1, 2, 0), (1, 1, 5), (1, 0, 10), (0, 4, 0), (0, 3, 5), (0, 2, 10),
(0, 1, 15), (0, 0, 20)
∴ 9가지

9. 다음 그림의 네 부분에 4 가지 색을 사용하여 색칠을 하려고 한다. 한 가지 색을 여러 번 쓸 수 있고, 인접한 부분은 서로 다른 색이 칠해져야 한다면 칠하는 방법은 몇 가지인가?



- ① 24 ② 48 ③ 72 ④ 96 ⑤ 108

해설

가장 영역이 넓은 D 영역부터 칠한다면,
 $4 \times 3 \times 2 \times 2 = 48$
 $\therefore$ 48 가지

10. 1, 2, 3, 4 를 일렬로 배열할 때, i 번째 오는 숫자를 a_i ($1 \leq i \leq 4$) 라고 하면 $(a_1 - 1)(a_2 - 2)(a_3 - 3)(a_4 - 4) \neq 0$ 인 경우의 수를 구하여라.

▶ 답: 가지

▶ 정답 : 9가지

해설

가능한 답을 순서쌍 (a_1, a_2, a_3, a_4) 으로 나타내어 보면 다음과 같다.

 $(2, 1, 4, 3), (2, 3, 4, 1), (2, 4, 1, 3),$ $(3, 1, 4, 2), (3, 4, 1, 2), (3, 4, 2, 1),$ $(4, 1, 2, 3), (4, 3, 1, 2), (4, 3, 2, 1)$

$\therefore 9$ 가지

11. 다음은 ${}_{10}P_5 = (\boxed{\text{가}}) + (\boxed{\text{나}})$ 임을 보인 것이다.

10개의 숫자 1, 2, 3, ..., 9, 10 중에서 서로 다른 5개의 숫자를 뽑아서 만들 수 있는 다섯 자리의 자연수의 개수는 ${}_{10}P_5$ 이다.
이 때, 다섯 자리의 자연수 중에서 숫자 2가 들어있는 것의 개수는 $(\boxed{\text{가}})$, 숫자 2가 들어 있지 않은 것의 개수는 $(\boxed{\text{나}})$ 이다.
따라서 다음 등식이 성립한다.
 ${}_{10}P_5 = (\boxed{\text{가}}) + (\boxed{\text{나}})$

위의 과정에서 (가), (나)에 알맞은 것을 순서대로 적으면?

- ① ${}_9P_4, {}_5P_5$
- ② ${}_5P_4, {}_9P_5$
- ③ ${}_9P_4, {}_8P_5$
- ④ ${}_8P_4, {}_4P_5$
- ⑤ ${}_4P_4, {}_9P_5$

해설

다섯 자리의 자연수 중 2가 들어 있는 것의 개수는 2를 제외한 9개의 숫자중에서 4개를 택하여 나열한 후 2를 추가하면 되므로 ${}_9P_4 \times 5 = {}_9P_4$
2가 들어 있지 않은 것의 개수는 2를 제외한 9개의 숫자에서 5개를 택하는 순열의 수와 같으므로 ${}_9P_5$ 이다.
따라서 ${}_{10}P_5 = {}_9P_4 + {}_9P_5$

12. 남자 4 명, 여자 3 명을 일렬로 세울 때, 여자 3 명이 이웃하여 서는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 720 가지

해설

여자 3 명을 한 묶음으로 본다.

$$5! \times 3! = 720$$

13. A, B, C, D 4 명을 일렬로 세울 때, B 와 C 가 이웃하여 서는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 12가지

해설

B 와 C 를 하나로 보면, 세명을 일렬로 세우는 경우와 같다.
 $\Rightarrow 3! = 6$
여기에 B 와 C 가 자리를 바꾸는 방법을 곱해준다.
 $\therefore 6 \times 2 = 12$

14. 남학생 4 명과 여학생 2 명을 일렬로 세울 때, 여학생끼리 이웃하여
서는 방법은 몇 가지인가?

① 60 가지

② 120 가지

③ 180 가지

④ 240 가지

⑤ 300 가지

해설

4 명의 남학생과 2 명의 여학생 중에서 여학생 2명을 한 묶음으로
생각하여 5 명을 일렬로 세우는 경우의 수는 $5!$ 이고, 묶음 안에서
여학생 2 명이 자리를 바꾸는 방법의 수가 2 가지이므로, 구하는
경우의 수는, $5! \times 2 = 240$ (가지) 이다.

15. A, C, E, F, L, O, S, V 의 8 개의 문자를 일렬로 나열할 때, 문자열 속에 $ASLOVECF$ 와 같이 $LOVE$ 라는 단어가 들어 있는 경우의 수는?

① 80 ② 100 ③ 120 ④ 140 ⑤ 160

해설

$LOVE$ 를 한 문자 X 로 생각하면 되므로, 구하는 경우의 수는 X, A, C, F, S 의 5개의 문자를 일렬로 나열하는 경우의 수와 같다.

$\therefore 5! = 120$ (가지)

16. 남자 4명, 여자 4명을 일렬로 세울 때, 남녀 교대로 서는 경우의 수를 구하여라.

① 576 ② 872 ③ 1152 ④ 1680 ⑤ 2304

해설

남자 4명을 먼저 줄 세운 다음 사이 사이에 여자 4명을 배치하는 경우와

여자 4명을 먼저 줄 세우고 사이 사이에 남자 4명을 배치하는 경우

$$4! \times 4! \times 2 = 1152$$

17. 남학생 5 명, 여학생 3 명을 일렬로 세울 때, 양 끝에는 남학생을 세우고 여학생끼리는 서로 이웃하게 세우는 방법의 수는?

① 144 ② 288 ③ 864 ④ 1526 ⑤ 2880

해설

양 끝에 남학생 2명을 세우는 방법의 수는 ${}_5P_2$ (가지),
여학생끼리 서로 이웃하게 세워야 하므로 여학생 3명을 한 명으로 생각하여 남은 남학생 3명과 세우는 방법의 수는 $4!$ (가지)
이때, 여학생 3명끼리 자리를 바꿀 수 있으므로 그 방법의 수는 $3!$ (가지)
따라서 구하는 방법의 수는
 ${}_5P_2 \times 4! \times 3! = 20 \times 24 \times 6 = 2880$ (가지)

18. *various* 의 7 개의 문자를 일렬로 나열할 때, 양 끝에 모두 자음이 오는 경우의 수는?

① 120 ② 360 ③ 600 ④ 720 ⑤ 1080

해설

자음 3 개중 2 개를 뽑아 일렬로 나열하는 수 : ${}_3P_2$

나머지 5 개 문자를 배열하는 수 : $5!$

$${}_3P_2 \times 5! = 720$$

19. 다음 표는 세계 각 국에서 사용하는 긴급구조대의 전화번호이다.

국가	한국	미국	호주	독일
전화번호	119	911	001	110

이들은 모두 0 부터 9 까지의 숫자로 이루어진 세 자리의 숫자이고, 이웃하는 어느 두 자리는 같은 숫자가 중복되어 있다. 이와 같이 세 자리의 숫자 중에서 이웃한 두 자리는 같은 숫자가 되는 전화번호의 종류는 모두 몇 가지인가?

- ① 160
- ② 180
- ③ 200
- ④ 220
- ⑤ 240

해설

이웃하는 방법에 따라 $\triangle\triangle\square$, $\triangle\square\square$ 의 두 가지 경우가 있고, $\triangle$ 에 10가지 $\square$ 가 9 가지이므로, 구하는 경우의 수는

$(10 \times 9) \times 2 = 180$

20. 서울의 어떤 지역에서는 국번 4자리를 포함하여 8자리의 전화 번호를 사용하고 있다. 국번에 사용할 수 있는 숫자가 2, 4, 6, 8, 0일 때, 이 지역에서 사용할 수 있는 전화 번호는 몇 개인가? 단, 국번의 첫 번째 자리의 숫자는 0이 아니고, 숫자는 중복하여 사용한다.
- ① 4500000 ② 4999999 ③ 5000000
④ 6250000 ⑤ 7000000

해설

국번을 먼저 생각하면 첫 번째 자리에 올수 있는 가지수는 4 가지이고
나머진 모두 5 가지 이다.
∴ $4 \times 5 \times 5 \times 5 = 500$
뒤의 4 자리는 각각 10 가지씩 가능하다.
∴ $500 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 5000000$

22. 0, 0, 1, 2, 3, 4를 써 놓은 6장의 카드 중에서 3장을 뽑아 나열하여 세 자리 정수를 만들 때, 짝수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 3 개

▷ 정답 : 34개

해설

1의 자리에 0, 2, 4가 오면 짝수이므로
 $\times \times 0$ 의 꼴 $\rightarrow 4 \times 4$, $\times \times 2$ 의 꼴 $\rightarrow 3 \times 3$, $\times \times 4$ 의 꼴 $\rightarrow 3 \times 3$
따라서 짝수의 개수는 $4 \times 4 + 3 \times 3 + 3 \times 3 = 34$ (개)

23. 남학생 4명, 여학생 6명 중에서 반장 1명, 부반장 1명을 뽑을 때, 반장, 부반장 중에서 적어도 한 명은 여자인 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 78가지

해설

전체의 경우에서 모두 남자인 경우의 수를 빼준다.

$${}_{10}P_2 - {}_4P_2 = 90 - 12 = 78$$

24. 그림과 같은 직사각형의 틀에 숫자 1, 1, 2, 3을 제 1행의 각 칸에 1개씩 나열하고 제 2행에도 숫자 1, 1, 2, 3을 각 칸에 1개씩 나열할 때, 같은 열에는 같은 숫자가 들어가지 않게 나열하는 경우의 수는?

1행				
2행				

- ① 15
- ② 18
- ③ 20
- ④ 22
- ⑤ 24

해설

숫자 1, 1, 2, 3을 같은 열에는 같은 숫자가 들어가지 않게 나열하는 방법의 수는 (1 2), (1 3), (2 1), (3 1)을 일렬로 나열하는 방법의 수와 일치하므로 $4! = 24$

25. $6 \cdot {}_n C_2 = 5 \cdot {}_{n+1} C_2$ 를 만족하는 자연수 n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $n = 11$

해설

$6 \cdot {}_n C_2 = 5 \cdot {}_{n+1} C_2$ 에서

$$6 \cdot \frac{n(n-1)}{2!} = 5 \cdot \frac{(n+1)n}{2!}$$

$$6n^2 - 6n - 5n^2 - 5n = 0$$

$$n^2 - 11n = 0, \quad n(n-11) = 0$$

$$\therefore n = 11 (\because n \geq 2)$$

26. 10 명의 주주 중에서 사장 1 명, 부사장 2 명을 뽑는 방법의 수는?

- ① 240 ② 280 ③ 360 ④ 480 ⑤ 720

해설

10 명 중에서 사장 1 명을 뽑는 가지수는 ${}_{10}C_1$,
나머지 9 명 중에서 부사장 2 명을 뽑는 가지수는 ${}_9C_2$
따라서 ${}_{10}C_1 \times {}_9C_2 = 360$

27. 색이 모두 다른 12개의 색연필 중 5개를 택할 때, 검정은 포함되지 않고 빨강, 노랑, 파랑은 포함되는 경우의 수는?

① 10

② 15

③ 21

④ 28

⑤ 36

해설

8 개의 색연필 중 2 개의 색연필을 택하는 경우와 같다.

$\therefore {}_8C_2 = 28$

28. 남학생 4명과 여학생 6명 중에서 4명을 뽑을 때, 남학생과 여학생이 적어도 1명씩 포함되는 경우는 몇 가지인가?

① 105 ② 194 ③ 195 ④ 209 ⑤ 210

해설

전체 경우의 수에서 남학생만 뽑는 경우와 여학생만 뽑게 되는 경우의 수를 뺀다.

$${}_{10}C_4 - {}_4C_4 - {}_6C_4 = 194$$

29. 5 명의 남자와 4 명의 여자로 구성되어 있는 모임에서 임의로 3 명을 뽑을 때, 그 중에 남자 2 명, 여자 1 명을 포함하고 남자들이 이웃하게 서는 방법의 수는?

① 40 ② 60 ③ 80 ④ 120 ⑤ 160

해설

남자 5명, 여자 4명에서 남자 2명, 여자 1명을 뽑는 방법의 수는 ${}_5C_2 \times {}_4C_1$ 이고
남자 2명과 여자 1명이 일렬로 서는데 남자가 이웃하게 서는 방법의 수는 $2! \times 2$ 이므로
구하는 방법의 수는 ${}_5C_2 \times {}_4C_1 \times 2! \times 2 = 160$

30. $X = \{1, 2, 3\}$ 에서 $Y = \{a, b, c, d, e\}$ 로 대응되는 함수 중 $x_1 < x_2$ 이면 $f(x_1) < f(x_2)$ 인 함수의 개수를 구하여라.

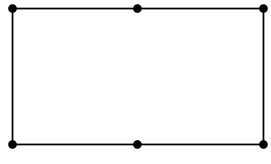
▶ 답 : 개

▷ 정답 : 10 개

해설

Y 의 원소 5개 중 X 의 원소 1, 2, 3에 대응될 원소 3개를 뽑으면 된다.
 ${}_5C_3 = 10$

31. 직사각형에 그림과 같이 6 개의 점을 찍었다. 이 점 중 4 개를 선택하여 만들 수 있는 사각형의 개수는?



- ① 8개 ② 9개 ③ 10개 ④ 11개 ⑤ 12개

해설

(i) 6 개 중에서 4 를 선택할 가짓수는
 $\Rightarrow {}_6C_4 = 15$

(ii) 사각형이 되지 않는 가짓수는 예를 들어
(1, 2, 3, 4), (1, 2, 3, 5) 와 같이 6(가지)

(1)

(2)

(3)

(6)

(5)

(4)

$\therefore 15 - 6 = 9$ 가지

32. 7 송이의 서로 다른 종류의 꽃을 3 송이, 2 송이, 2 송이의 세 묶음으로 나누는 방법의 수는?
- ㉠ 105 ㉡ 120 ㉢ 210 ㉣ 630 ㉤ 1260

해설

7 송이를 3, 2, 2 송이로 나누는 방법의 수는,

$$\begin{aligned} & {}_7C_3 \times {}_4C_2 \times {}_2C_2 \times \frac{1}{2!} \\ &= \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{3 \cdot 2 \cdot 1} \times \frac{4 \cdot 3}{2 \cdot 1} \times 1 \times \frac{1}{2 \cdot 1} = 105 \end{aligned}$$

33. 서로 다른 9 개의 사탕이 있을 때, 사탕을 3 개씩 세 묶음으로 나누어 갑, 을, 병에게 나누어 주는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 1680 가지

해설

$${}_9C_3 \times {}_6C_3 \times {}_3C_3 \times \frac{1}{3!} \times 3! = 1680$$

34. 고교야구 심판 경력이 10 년 이상인 사람 2 명과 10 년 미만인 사람 6 명으로 이루어진 심판진이 있다. 이 8 명을 4 명씩 두 개 조로 나누어 전국 고교야구 대회 준결승전 A , B 두 경기에 배치하려고 한다. 이때, 경력이 10 년 이상인 두 사람이 같은 경기에 배정되지 않도록 심판을 배정하는 방법의 수는?

- ① 10 ② 20 ③ 30 ④ 40 ⑤ 80

해설

경력이 10 년 이상인 두 사람을 제외한 6 명을 세 명씩 2 개조로 나누어 두 경기 A , B 에 배치하는

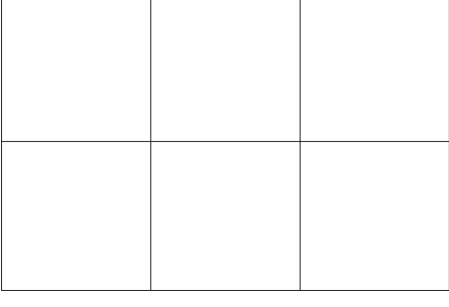
방법의 수는 ${}_6C_3 \times {}_3C_3 \times \frac{1}{2!} \times 2!$

경력이 10 년 이상인 두 사람을두 경기 A , B 에 배치하는 방법의 수 $2!$

따라서 구하는 방법의 수는

$${}_6C_3 \times {}_3C_3 \times \frac{1}{2!} \times 2! \times 2! = 40 \text{ (가지)}$$

36. 다음 그림과 같은 6 개의 정사각형으로 이루어진 직사각형이 있다. 이때, 적어도 두 개 이상의 정사각형을 색칠하는 서로 다른 방법의 수를 구하여라. (단, 직사각형은 고정되어 있다.)



▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 57가지

해설

전체 경우의 수는 $2^6 = 64$ (가지)이다.
여사건을 생각하면 모두 칠하지 않거나 한 개의 정사각형만 칠하는 경우이므로 $1 + 6 = 7$
따라서 구하는 경우의 수는 $64 - 7 = 57$

37. 한 개의 주사위를 두 번 던져서 첫 번째 나온 눈의 수를 a , 두 번째 나온 눈의 수를 b 라 하자. $f(x) = (a-4)x+6$, $g(x) = (3-b)x+2$ 라 할 때 합성함수 $y = (f \circ g)(x)$ 의 그래프가 x 축과 만나지 않는 경우의 수는?

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

해설

$y = f(g(x)) = (a-4)\{(3-b)x+2\}+6$
 $= (a-4)(3-b)x + (2a-2)$
함수의 그래프가 x 축과 만나지 않기 위해서는 $2a-2 \neq 0$ 이고 $(a-4)(3-b) = 0$ 이다.
 $\therefore (a,b)$ 는 $(4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6), (2,3), (3,3), (5,3), (6,3)$ 의 10 가지

38. 남자 아이 4명과 여자 아이 3명이 일렬로 서서 기차놀이를 하려고 있다. 단 여자 아이들은 연속해서 줄세우지 않고 기차를 만든다면 몇 가지의 기차를 만들 수 있는지 구하여라.

▶ 답: 가지

▷ 정답 : 1440가지

해설

남자아이 4 명을 일렬로 세우는 방법의 수는 $4! = 24$
 남자아이들 사이 및 양끝에 5 개의 자리 중 3 개의 자리에
 여자아이를 세우는 방법의 수는 ${}_5P_3 = 60$
 따라서 구하는 방법의 수는 $24 \times 60 = 1440$

39. 자신의 영문 이름을 이용하여 이메일 아이디를 만들려고 한다 첫 번째 자리에는 자신의 영문 이름 중 모음을, 두 번째 자리에는 자음을, 세 번째 자리에는 다시 모음을 사용하여 만들 때, 영문 이름이 Lee Soon-shin인 사람이 만들 수 있는 아이디의 개수는? 단, 대소문자의 구분은 없고, 같은 알파벳은 2번 이상 사용하지 않는다.

- ① 12 ② 18 ③ 24 ④ 30 ⑤ 36

해설

두 번째 자리에 올 수 있는 자음의 가지수는 4가지이고, 모음 3가지를 첫 번째 세 번째에 배열하는 방법은 ${}_3P_2$ 이다.
 $\therefore 4 \times {}_3P_2 = 24$

40. 철수네 분단의 학생을 일렬로 세우려고 한다. 철수, 규철, 영희 세 학생 중에서는 철수가 가장 앞에 서고, 영희가 가장 뒤에 선다고 한다. 이 때, 경우의 수가 120일 때 철수네 분단의 학생들의 수는?

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

전체를 줄세운 다음 철수, 규철, 영희 세 사람 사이에 순서를 바꾸어 줄서는 경우를 나누어 주면 된다. 철수네 분단의 학생의 수를 n 이라 하면

$$\frac{n!}{3!} = 120,$$

$$n! = 120 \times 3! = (6 \times 5 \times 4) \times (3 \times 2 \times 1) = 6!$$

$$\therefore n = 6$$

41. *climate*의 7개의 문자를 일렬로 나열할 때, 세 모음이 알파벳 순서가 되도록 나열하는 방법의 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 840

해설

세 모음의 순서는 a, e, i 로 정해져 있다.

7개의 문자를 나열한 후 a, e, i 를 나열하는 방법의 수로 나눈다.

$$\therefore \frac{7!}{3!} = 840$$

42. 1, 2, 3, 4, 5, 6 을 한 번씩만 사용하여 만들 수 있는 여섯 자리 자연수 중에서 일의 자리의 수와 백의 자리의 수가 모두 3 의 배수인 자연수의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 48개

해설

일의 자리의 수와 백의 자리의 수가 모두 3의 배수인 경우는
다음 두 가지이다.

□□□3□6, □□□6□3

이때, 나머지 네 자리에 1, 2, 4, 5의 숫자를 배열하는 방법의 수는

144

각각 $4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ (가지)

따라서, 구하는 자연수는 모두 $2 \times 24 = 48$ (개)이다.

43. 6개의 숫자 0, 1, 2, 3, 4, 5를 모두 사용하여 여섯 자리의 정수를 만들 때, 100번째로 큰 수는?
- ① 510234 ② 504321 ③ 504312
④ 504231 ⑤ 504213

해설

10⁵ 자리의 숫자가 5로 시작하는 수부터 차례로 따져보면
54□□□□ : 4! = 24개
53□□□□ : 4! = 24개
52□□□□ : 4! = 24개
51□□□□ : 4! = 24개
여기까지의 수가 24 × 4 = 96(개)이므로
97번째 큰 수부터 차례로 나열하면
504321, 504312, 504231, 504213, ...
따라서 100번째로 큰 수는 504213이다.

44. ${}_1C_0 + {}_2C_1 + {}_3C_2 + {}_4C_3 + \cdots + {}_{10}C_9$ 의 값과 같은 것은?

- ① ${}_{11}C_6$ ② ${}_{11}C_7$ ③ ${}_{11}C_8$ ④ ${}_{11}C_9$ ⑤ ${}_{11}C_{10}$

해설

${}_nC_{r-1} + {}_nC_r = {}_{n+1}C_r$
따라서 ${}_1C_0 + {}_2C_1 + {}_3C_2 + {}_4C_3 + \cdots + {}_{10}C_9$
 $= {}_3C_1 + {}_3C_2 + {}_4C_3 + \cdots + {}_{10}C_9 = {}_4C_2 + {}_4C_3 + \cdots + {}_{10}C_9$
 $\cdots = {}_{11}C_9$

45. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

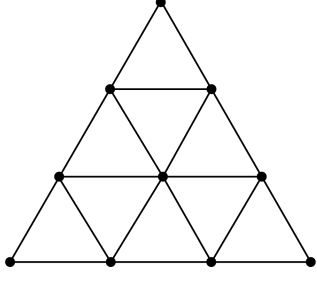
- ㄱ. ${}_3nC_{n-1} = {}_3nC_{2n+1}$
ㄴ. ${}_{4n}P_{3n} = (3n)! \times {}_{4n}C_n$
ㄷ. ${}_{2n+1}C_{n+2} = {}_{2n}C_{n-1} + {}_{2n}C_{n-2}$ (단, $n \geq 2$)

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

해설

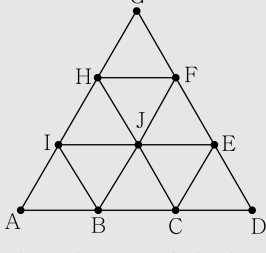
㉠ ${}_nC_r = {}_nC_{n-r}$ 이므로
 ${}_3nC_{n-1} = {}_3nC_{3n-(n-1)} = {}_3nC_{2n+1}$ (참)
㉡ ${}_nC_r = \frac{{}_nP_r}{r!}$ 에서
 ${}_nP_r = r! \times {}_nC_r$
 ${}_{4n}P_{3n} = (3n)! \times {}_{4n}C_{3n}$
 $= (3n)! \times {}_{4n}C_{4n-3n}$
 $= (3n)! \times {}_{4n}C_n$ (참)
㉢ ${}_nC_r = {}_{n-1}C_{r-1} + {}_{n-1}C_r$ 이므로
 ${}_{2n+1}C_{n+2} = {}_{2n}C_{n+1} + {}_{2n}C_{n+2}$
 $= {}_{2n}C_{2n-(n+1)} + {}_{2n}C_{2n-(n+2)}$
 $= {}_{2n}C_{n-1} + {}_{2n}C_{n-2}$ (참)
따라서 옳은 것은 ㉠, ㉡, ㉢ 이다.

46. 다음 그림과 같은 형태의 정삼각형들의 꼭짓점으로 이루어진 10 개의 점이 있다. 이들 점을 연결하여 만들 수 있는 직선의 개수는?



- ① 12 개
- ② 14 개
- ③ 18 개
- ④ 20 개
- ⑤ 24 개

해설



서로 다른 10 개의 점 중에서 두 점을 택하면 직선이 되므로, $_{10}C_2 = 45$, 그런데 위 그림에서 네 점 A, B, C, D 중 어떤 두 점을 택하여 직선을 그려도 모두 동일한 직선이 된다.
A, B, C, D 네 점 중 두 점을 택하는 경우의 수 $_4C_2 = 6$ 가지와 I, J, E 세 점 중 두 점을 택하는 경우의 수 $_3C_2 = 3$ 가지가 각각 동일한 직선이 된다.
다른 두 방향에 대해서도 동일하므로 한 직선이 중복되어 계산된 경우의 수는 $(_4C_2 + _3C_2 - 2) \times 3 = 21$ (가지) 이다.
따라서 구하는 직선의 수는 $45 - 21 = 24$ (개)

47. 가로로 6 개의 평행선과 세로로 4 개의 평행선이 서로 만나고 있다. 이때, 만들 수 있는 평행사변형은 모두 몇 개인가?

- ① 60 개 ② 90 개 ③ 120 개
④ 150 개 ⑤ 180 개

해설

가로와 세로에서 각각 2 개씩을 선택하면 하나의 평행사변형이 만들어진다.

가로 줄에서 2 개를 선택하는 경우의 수는

$${}_6C_2 = \frac{6 \times 5}{2 \times 1} = 15,$$

세로 줄에서 2 개를 선택하는 경우의 수는

$${}_4C_2 = \frac{4 \times 3}{2 \times 1} = 6$$

따라서 구하는 평행사변형의 개수는 $15 \times 6 = 90$ (개)

48. 아시아 4 개국과 아프리카 4 개국이 있다. 8 개국을 2 개국씩 짝지어 4 개의 그룹으로 나누려고 한다. 적어도 한 개의 그룹이 아시아 국가만으로 이루어지도록 4 개의 그룹으로 나누는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답: 가지

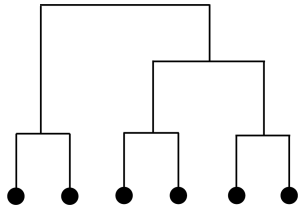
▷ 정답 : 81 가지

해설

적어도 한 그룹이 아시아 국가만으로 이루어지는
사건의 여사건은 아시아 국가만으로 이루어진
그룹이 하나라도 있으면 안 되므로, 아시아 1개
국과 아프리카 1개국으로 모든 그룹이 이루어진다.

$$\begin{aligned} & \therefore {}_8C_2 \times {}_6C_2 \times {}_4C_2 \times {}_2C_2 \times \frac{1}{4!} \\ & - \left\{ ({}_4C_1 \times {}_4C_1) \times ({}_3C_1 \times {}_3C_1) \times ({}_2C_1 \times {}_2C_1) \right. \\ & \times \left. ({}_1C_1 \times {}_1C_1) \times \frac{1}{4!} \right\} \\ & = \frac{28 \times 15 \times 6}{4 \times 3 \times 2} - \frac{16 \times 9 \times 4}{4 \times 3 \times 2} = 105 - 24 = 81 \end{aligned}$$

49. 6 개의 학급이 참가한 줄다리기 대회의 대진표가 그림과 같을 때, 대진표를 작성하는 방법의 수는?



- ① 30 ② 45 ③ 55 ④ 60 ⑤ 65

해설

먼저 6 개팀 중 4 개의 팀을 고른다. $\Rightarrow {}_6C_2 = 15$
선택한 4 개의 팀을 각각 두개의 조로 나눈다.

$$\Rightarrow {}_4C_2 \times {}_2C_2 \times \frac{1}{2!} = 3$$

$$\therefore 15 \times 3 = 45$$

50. 다음 그림은 2008 년 9 월 달력의 일부분이다.

<i>S</i>	<i>M</i>	<i>T</i>	<i>W</i>	<i>T</i>	<i>F</i>	<i>S</i>
	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20

대원은 9 월 1 일부터 9 월 20 일까지 일주일에 2회씩 모두 6 번을 학교에서 보충학습을 하려고 한다. 보충학습을 하는 6 일의 요일을 모두 다르게 정하는 방법의 수는? (단, 일요일에는 보충학습을 하지 않는다.)

- ① 30
- ② 45
- ③ 60
- ④ 90
- ⑤ 120

해설

9 월 셋째 주의 월, 화, 수, 목, 금, 토의 6 일 중에서 이틀을 정하는 방법의 수는

${}_6C_2 = \frac{6 \times 5}{2 \times 1} = 15$ (가지)

둘째 주에는 셋째 주에서 정한 요일을 제외하고 이틀을 정하는 방법의 수는

${}_4C_2 = \frac{4 \times 3}{2 \times 1} = 6$ (가지)

첫째 주에는 남은 요일로 결정되므로 이틀을 정하는 방법의 수는 1가지이다.

따라서 구하는 방법의 수는 $15 \times 6 \times 1 = 90$ (가지)