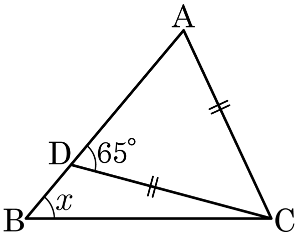
1. $\overline{\mathrm{BA}} = \overline{\mathrm{BC}}$인 이등변삼각형에서 $\overline{\mathrm{CA}} = \overline{\mathrm{CD}}$가 되도록 점 D를 변 AB 위에 잡았다. $\angle x$의 크기는?



① 50° ② 55° ③ 60° ④ 65° ⑤ 70°

해설

$\triangle\mathrm{ACD}$가 이등변삼각형이므로

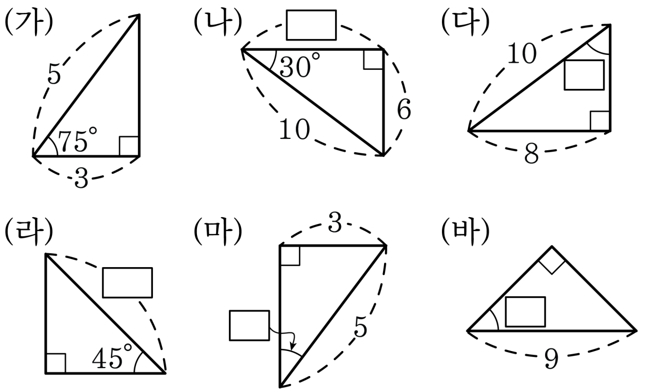
$\angle\mathrm{CAD} = 65°$

또 $\triangle\mathrm{ABC}$는 $\overline{\mathrm{BA}} = \overline{\mathrm{BC}}$인 이등변삼각형이므로

$\therefore \angle x = 180° - 2 \times 65° = 50°$

2. 다음 삼각형 중에서 (가)와(마), (나)와(다), (라)와(바)가 서로 합동이다. 빈 칸에 들어갈 숫자로 옳지 않은 것을 모두 고르면?

보기



① (나) 8　　② (다) 45 °　　③ (라) 9

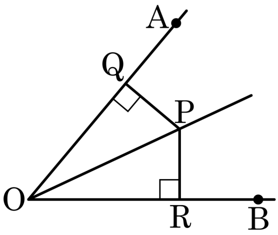
④ (마)30 °　　⑤ (바)45 °

해설

② (다) 60°

④ (마) 15°

3. 다음 그림과 같이 $\angle AOB$ 의 내부의 한 점 P 에서 각 변에 수선을 그어 그 교점을 Q, R 이라 하자. $\overline{PQ} = \overline{PR}$ 이라면, $\overline{OP}$ 는 $\angle AOB$ 의 이등분선임을 증명하는 과정에서 $\triangle QOP \equiv \triangle ROP$ 임을 보이게 된다. 이 때 사용되는 삼각형의 합동 조건은?



① 두 변과 그 사이 끼인각이 같다.

② 한 변과 그 양 끝 각이 같다.

③ 세 변의 길이가 같다.

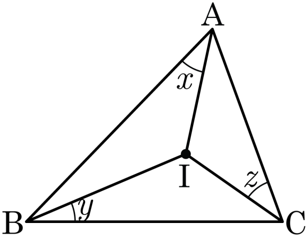
④ 직각삼각형의 빗변과 한 변의 길이가 각각 같다.

⑤ 직각삼각형의 빗변과 한 예각의 크기가 각각 같다.

해설

$\overline{OP}$ 는 공통이고 $\overline{PQ} = \overline{PR}$ 이므로, 빗변과 다른 한 변의 길이가 같은 RHS 합동이다.

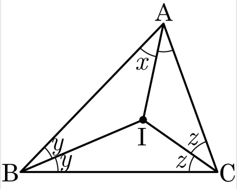
4. 다음 그림에서 점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle x+\angle y+\angle z=($ $)^\circ$ 이다. ( ) 안에 알맞은 수를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 90

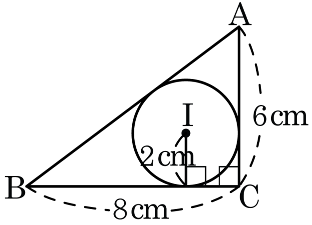
해설



$2(x+y+z)=180^\circ$

$\therefore\ x+y+z=90^\circ$

5. 다음 그림에서 점 I 는 △ABC 의 내심이다. 내접원의 반지름의 길이는 2cm 이고, △ABC 는 직각삼각형일 때, △ABC 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : _____ cm

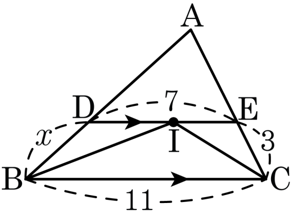
▷ 정답 : 24 cm

해설

△ABC 의 넓이가 $6 \times 8 \times \frac{1}{2} = 24$ 이므로 $\frac{1}{2} \times 2 \times$ (△ABC의 둘레의 길이) $= 24$

따라서 △ABC 의 둘레의 길이는 24cm 이다.

6. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고, $\overline{DE} // \overline{BC}$ 일 때, x 의 길이는?



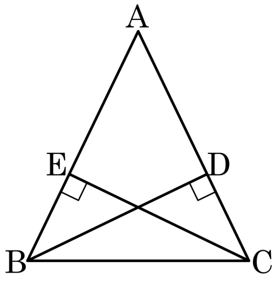
① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

점 I 가 내심이고, $\overline{DE} // \overline{BC}$ 일 때, $\overline{DE} = \overline{DI} + \overline{EI} = \overline{DB} + \overline{EC}$ 이므로

$7 = 3 + x$ 이다. 따라서 $x = 4$ 이다.

7. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형ABC 의 꼭짓점 B ,C 에서 대변에 내린 수선의 발을 각각 D ,E 라고 할 때, $\overline{BD} = \overline{CE}$ 임을 증명하는 과정이다. (가)~(마) 에 들어갈 것으로 옳지 <u>않은</u> 것은?

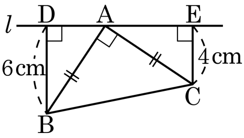


(가정)
(1) ($\overline{AB} = \boxed{(가)}$)
(2) B ,C 에서 대변에 내린 수선의 발을 각각 D ,E
(결론) ($\overline{BD} = \boxed{(나)}$)
(증명)△EBC 와△DCB 에서
(∠BDC = $\boxed{(다)}$ = 90°) ⋯㉠
(∠B = $\boxed{(라)}$) ⋯㉡
$\boxed{(마)}$는 공통 ⋯㉢
△EBC ≡ △DCB
∴ $\overline{BD} = \overline{CE}$

① (가) $\overline{AC}$ ② (나) $\overline{CE}$ ③ (다) ∠BDA
④ (라) ∠C ⑤ (마) $\overline{BC}$

해설
(가정)
(1) ($\overline{AB} = \boxed{\overline{AC}}$)
(2) B ,C 에서 대변에 내린 수선의 발을 각각 D ,E
(결론) ($\overline{BD} = \boxed{\overline{CE}}$)
(증명)△EBC 와△DCB 에서
(∠BDC = $\boxed{∠CEB}$ = 90°) ⋯㉠
(∠B = $\boxed{∠C}$) ⋯㉡
$\boxed{\overline{BC}}$는 공통 ⋯㉢
△EBC ≡ △DCB
∴ $\overline{BD} = \overline{CE}$

8. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\angle A = 90°$ 이고 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이다. 점 B, C 에서 꼭짓점 A 를 지나는 직선 l 위에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 하자. $\overline{DB} = 6\text{cm}$, $\overline{EC} = 4\text{cm}$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이는?



① 5cm ② 7cm ③ 8cm ④ 10cm ⑤ 12cm

해설

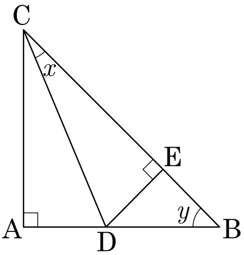
$\angle BAD + \angle CAE = 90°$

$\angle BAD + \angle ABD = 90°$ 이므로 $\angle ABD = \angle CAE$ 이고,

$\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로 $\triangle ABD \equiv \triangle CAE$ (RHA 합동)

$\therefore \overline{DE} = \overline{AE} + \overline{AD} = \overline{DB} + \overline{EC} = 10(\text{cm})$

9. 다음 그림과 같이 $\overline{AC}=\overline{AB}$ 인 직각이등변 삼각형 ABC 에서 $\overline{AD}=\overline{DE}$ 일 때, $\angle x+\angle y$ 의 크기를 구하여라.



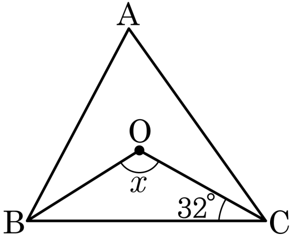
▶ **답 :** $\underline{\quad\quad\quad\quad\quad\quad\circ}$

▷ **정답 :** $67.5\underline{\circ}$

해설

$\triangle$ADC 와 $\triangle$EDC 에서 $\overline{CD}$ 는 공통,
$\angle CAD=\angle CED=90^\circ$, $\overline{DE}=\overline{AD}$ 이므로
$\triangle ADC\equiv\triangle EDC$ 는 RHS 합동이다.
$\triangle$ABC 가 직각 이등변삼각형이므로 $\angle y=45^\circ$,
$\angle ACB=\angle y=45^\circ$ 에서 $\angle DCB=\angle x=\dfrac{1}{2}\times 45^\circ=22.5^\circ$ 이다.
따라서 $\angle x+\angle y=22.5+45=67.5^\circ$ 이다.

10. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 세 변의 수직이등분선이 한 번에서 만나는 점이 점 O 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



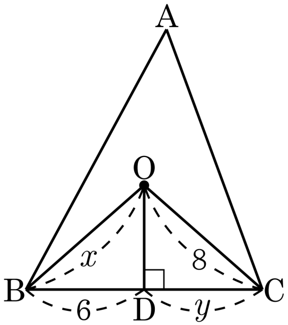
▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad\qquad\quad ^\circ}$

▷ 정답 : $\underline{116\,^\circ}$

해설

$\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $\triangle OBC$ 는 이등변삼각형이다.
따라서 이등변삼각형의 밑각인 $\angle OBC = \angle OCB$ 이므로 $\angle x = 180^\circ - 2 \times 32^\circ = 116^\circ$ 이다.

11. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이고, 점 O 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 D 라 한다. $\overline{OB}$, $\overline{CD}$ 의 길이를 각각 x, y 라 할 때, $x+y$ 의 값은?



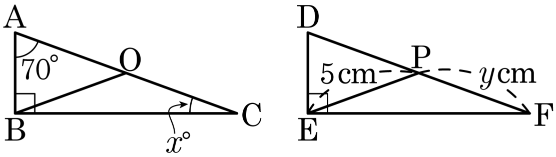
① 11　　② 12　　③ 13　　④ 14　　⑤ 15

해설

$\overline{OC} = \overline{OB}$, $\overline{BD} = \overline{CD}$ 이므로

$x = 8,\ y = 6,\ x + y = 14$ 이다.

12. 다음은 두 직각삼각형을 나타낸 그림이다. 점 O, P 는 각각 삼각형의 빗변의 중심에 위치한다고 할 때, $x+y$ 의 값을 구하여라.



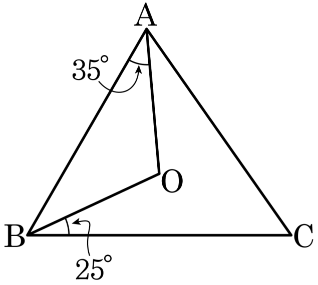
▶ 답 :

▷ 정답 : 25

해설

i) 점 O 가 $\triangle$ABC 의 빗변의 중심에 있으므로 $\triangle$ABC 의 외심이다.
따라서 $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$
$\triangle$AOB 는 이등변삼각형 ($\because \overline{OA} = \overline{OB}$)
$\therefore \angle OAB = \angle OBA = 70°$
삼각형 내각의 크기의 합은 180° 이므로 $\angle AOB = 40°$ 이다.
$\triangle$OBC 는 이등변삼각형이므로 ($\because \overline{OB} = \overline{OC}$)
$\angle OBC = \angle OCB$
$\angle BOC = 180° - \angle AOB = 180° - 40° = 140°$
$\therefore \angle OCB = (180° - 140°) \div 2 = 20°$
$x = 20$
ii) 점 P 가 $\triangle$DEF 의 빗변의 중심에 있으므로 $\triangle$DEF 의 외심이다.
따라서 $\overline{PD} = \overline{PE} = \overline{PF} = 5\text{cm}$
$\therefore y = 5$
i), ii) 에서 $x+y = 25$ 이다.

13. 다음 그림의 $\triangle ABC$에서 점 O는 외심이다. $\angle OAB = 35°$, $\angle OBC = 25°$일 때, $\angle C$의 크기는?



① $40°$　② $45°$　③ $50°$　④ $55°$　⑤ $60°$

해설

$\angle C = \angle x$라 할 때, $\triangle OBC$가 이등변삼각형이므로 $\angle OBC = \angle OCB$

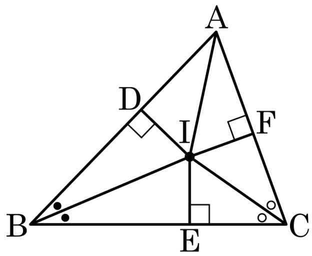
따라서 $\angle x = 25° + \angle OCA$,

$\angle OAC + 35° + 25° = 90°$

$\angle OAC = \angle OCA = 30°$

$\therefore \angle x = 55°$

14. 다음은 '삼각형 ABC의 세 내각의 이등분선은 한 점에서 만난다' 를 나타내는 과정이다. ㉠ ~ ㉤ 중 잘못된 것은?



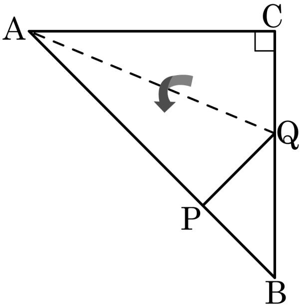
$\angle B$, $\angle C$의 이등분선의 교점을 I라 하면
i) $\overline{BI}$는 $\angle B$의 이등분선이므로
$\triangle BDI \equiv \triangle BEI$ $\therefore$ $\overline{ID} = ($ ㉠ $)$
ii) $\overline{CI}$는 $\angle C$의 이등분선이므로 $\triangle CEI \equiv \triangle CFI$ $\therefore$ $\overline{IE} =$ $($ ㉡ $)$
iii) $\overline{ID} =($ ㉠ $) = ($ ㉡ $)$
iv) $\overline{ID} = \overline{IF}$이므로 $\triangle ADI \equiv ($ ㉢ $)$
$\therefore \angle DAI = ($ ㉣ $)$
따라서 $\overline{AI}$는 $\angle A$의 (㉤)이다.
따라서 $\triangle ABC$의 세 내각의 이등분선은 한 점에서 만난다.

① ㉠ : $\overline{IE}$
② ㉡ : $\overline{IF}$
③ ㉢ : $\triangle BDI$
④ ㉣ : $\angle FAI$
⑤ ㉤ : 이등분선

해설

$\triangle IBE \equiv \triangle IBD$(RHA 합동)이므로 $\overline{ID}$와 대응변인 $\overline{IE}$의 길이가 같고,
$\triangle ICE \equiv \triangle ICF$(RHA 합동)이므로 $\overline{IE}$와 대응변인 $\overline{IF}$의 길이가 같다.
그러므로, $\overline{IE} = \overline{IF}$이므로 $\triangle ADI$와 $\triangle AFI$에서
$\angle ADI = \angle AFI = 90°$, $\overline{AI}$는 공통 변, $\overline{ID} = \overline{IF}$
이므로 $\triangle ADI \equiv \triangle AFI$(RHS 합동)

15. 직각이등변삼각형 모양의 종이를 다음 그림과 같이 접었다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\triangle APQ \equiv \triangle ACQ$

② $\overline{AP} = \overline{AC}$

③ $\angle PAQ = \angle CAQ$

④ $\overline{PQ} = \overline{QC} = \overline{QB}$

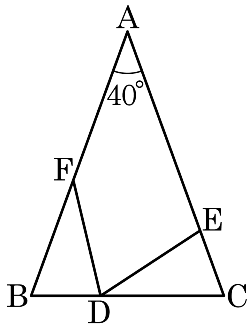
⑤ $\angle APQ = 90^\circ$

해설

종이를 접은 모양이므로

$\triangle APQ \equiv \triangle ACQ$, $\overline{AP} = \overline{AC}$, $\angle PAQ = \angle CAQ$, $\angle APQ = \angle ACQ = 90^\circ$

16. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이다. 점 D, E, F 는 각각 $\overline{BC}$, $\overline{AC}$, $\overline{AB}$ 위의 점이고, $\overline{CD} = \overline{BF}$, $\overline{BD} = \overline{CE}$, $\angle A = 40°$ 일 때, $\angle FDE$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: ______ °

▷ 정답: 70 °

해설

$\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로

$\angle B = \angle C = \frac{1}{2} \times (180° - 40°) = 70°$

또, $\overline{CD} = \overline{BF}$, $\overline{BD} = \overline{CE}$ 이므로

$\triangle FBD \equiv \triangle DCE$ (SAS 합동)

따라서 대응각으로

$\angle BFD = \angle CDE$, $\angle BDF = \angle CED$

$\angle FDE$ 의 크기를 x 라 하면

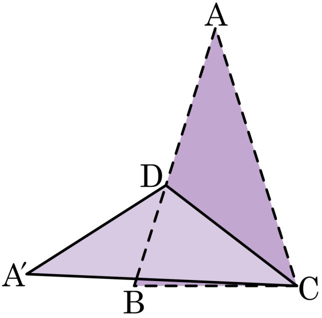
$x + \angle CDE = 70° + \angle BFD$ 이고

$\angle BFD = \angle CDE$ 이므로

$\therefore\ x = 70°$

$\therefore\ \angle FDE = 70°$

17. 다음 그림은 $\angle A$ 를 꼭지각으로 하는 이등변삼각형을 선분 AD 와 선분 CD 의 길이가 같도록 접은 것이다. $\angle A$ 가 $35°$ 일 때, $\angle BCD$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ____ °

▷ 정답 : 37.5 °

해설

$\triangle ADC$는 이등변삼각형이므로

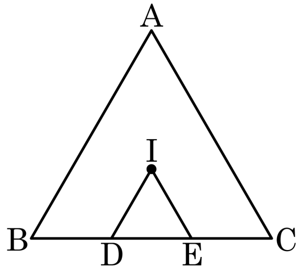
$\angle A = \angle ACD = 35°$

$\angle ACB = (180° - 35°) \div 2 = 72.5°$

$(\because\ \triangle ABC$는 이등변삼각형$)$

$\therefore\ \angle BCD = 72.5° - 35° = 37.5°$

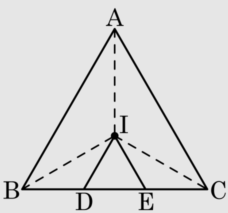
18. 다음 그림에서 점 I 는 정삼각형 ABC 의 내심이고 점 D, E 는 변 BC 의 삼등분점일 때, $\angle DIE$ 의 크기를 구하여라.



▶ **답 :** $\underline{\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\,^\circ}$

▷ **정답 :** $\underline{60\,^\circ}$

해설



점 I 가 삼각형 ABC 의 내심이므로

$\angle ABI = \angle IBC = \angle ICE = \angle ACI = \angle IAB = \angle IAC = 30\,^\circ$

따라서 $\overline{AB} \,/\!/\, \overline{DI}$, $\overline{AC} \,/\!/\, \overline{EI}$

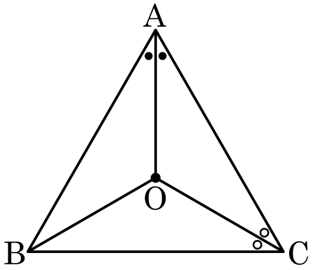
$\angle DIB = \angle ABI = 30\,^\circ$ (엇각)

$\angle EIC = \angle ACI = 30\,^\circ$ (엇각)

또, $\angle BIC = 90\,^\circ + \dfrac{1}{2}\angle A = 120\,^\circ$ 이므로

$\angle DIE = 120\,^\circ - (30\,^\circ + 30\,^\circ) = 60\,^\circ$ 이다.

19. 다음 그림에서 삼각형 ABC의 외심이 점 O라고 할 때, $\angle AOC$의 크기는?
(단, $\angle OAC = \angle OAB = \bullet,\ \angle OCB = \angle OCA = \circ$)

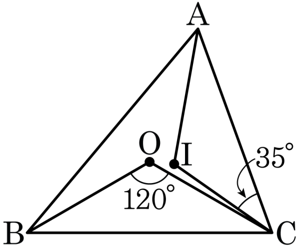


① $100°$ ② $105°$ ③ $110°$ ④ $120°$ ⑤ $130°$

해설

$\triangle OAB$와 $\triangle OBC$는 이등변삼각형이므로
$\angle OAB = \angle OBA,\ \angle OCB = \angle OBC$
따라서 $\angle ABC = \bullet + \circ$이고 $\angle AOC = 2 \times \angle ABC$이므로
$\angle AOC = 2 \times \bullet + 2 \times \circ$이다.
삼각형의 내각의 합은 $180°$이므로 $\triangle AOC$에서
$(2 \times \bullet + 2 \times \circ) + \bullet + \circ = 180°,\ 3 \times (\circ + \bullet) = 180°,\ \bullet + \circ = 60°$
$\therefore \angle AOC = 2(\bullet + \circ) = 2 \times 60° = 120°$

20. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 점 O 는 외심, 점 I 는 내심이다. $\angle BOC = 120°$, $\angle ICA = 35°$ 일 때, $\angle AIC$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad °}$

▷ 정답 : $\underline{115°}$

해설

점 O 가 외심이므로 $\angle BAC = 120° \div 2 = 60°$

점 I 가 내심이므로 $\angle IAC = 60° \div 2 = 30°$

$\therefore \angle AIC = 180° - (35° + 30) = 115°$