

1. 유리식 $\frac{a^2 - b^2}{a^2 - 2ab + b^2}$ 을 간단히 하면? (단, $a \neq b$)

① $\frac{a+b}{a-b}$ ② $\frac{a-b}{a+b}$ ③ $\frac{a}{a+b}$ ④ $\frac{a}{a-b}$ ⑤ 1

해설

$$\frac{a^2 - b^2}{(a - b)^2} = \frac{(a - b)(a + b)}{(a - b)^2} = \frac{a + b}{a - b}$$

2. 분수식 $\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x-3} - \frac{1}{x-4}$ 을 간단히 하면 $\frac{ax^2+bx+c}{(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)}$ 일 때, 상수 a, b, c 에 대하여 $a+b+c$ 의 값은?

- ① -6 ② -3 ③ 0 ④ 3 ⑤ 6

해설

$$\begin{aligned} & \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-2} - \frac{1}{x-3} - \frac{1}{x-4} \\ &= \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x-3} \right) + \left(\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x-4} \right) \\ &= \frac{-2}{(x-1)(x-3)} + \frac{-2}{(x-2)(x-4)} \\ &= \frac{-2(x^2-6x+8+x^2-4x+3)}{(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)} \\ &= \frac{-2(2x^2-10x+11)}{(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)} \\ &= \frac{ax^2+bx+c}{(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)} \\ \therefore a &= -4, b = 20, c = -22 \\ \therefore a+b+c &= -6 \end{aligned}$$

3. 유리식 $\frac{a+b}{ac-bc} \div \frac{ab+b^2}{a^2-ab}$ 을 간단히 하면?

- ① $\frac{a}{b}$ ② $\frac{b}{ac}$ ③ $\frac{c}{ab}$ ④ $\frac{a}{bc}$ ⑤ $\frac{a}{c}$

해설

$$\frac{a+b}{ac-bc} \div \frac{ab+b^2}{a^2-ab} = \frac{a+b}{(a-b)c} \times \frac{a(a-b)}{b(a+b)} = \frac{a}{bc}$$

4. 분수식 $\frac{x}{x^2-4} \times \frac{x-2}{x^2+2x}$ 의 계산 결과는?

① $\frac{-1}{(x+2)^2}$

② $\frac{1}{(x+2)^2}$

③ $\frac{2}{(x+2)^2}$

④ $\frac{-1}{x(x+2)^2}$

⑤ $\frac{1}{x(x+2)^2}$

해설

$$\frac{x}{(x+2)(x-2)} \times \frac{x-2}{x(x+2)} = \frac{1}{(x+2)^2}$$

5. 분수식 $\frac{\frac{x+1}{x-1}}{\frac{x-1}{4}}$ 을 간단히 하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{x+1}{4}$

해설

$$(\text{준 식}) = \frac{(x+1)(x-1)}{4(x-1)} = \frac{x+1}{4}$$

6. $x : y = 4 : 3$ 일 때, $\frac{xy}{x^2 - 2y^2}$ 의 값을 구하면?

① -2

② 2

③ -4

④ 4

⑤ -6

해설

$x = 4k, y = 3k$ (단, $k \neq 0$)

$$\frac{xy}{x^2 - 2y^2} = \frac{12k^2}{16k^2 - 18k^2} = -6$$

7. $\frac{x}{3} = \frac{y}{2} \neq 0$ 일 때, $\frac{x-y}{x+y}$ 의 값을 구하면?

① $\frac{1}{5}$

② $\frac{3}{2}$

③ 1

④ $\frac{1}{2}$

⑤ $\frac{1}{4}$

해설

$\frac{x}{3} = \frac{y}{2} = k (k \neq 0)$ 라고 가정하면

$x = 3k, y = 2k$

$$\therefore \frac{x-y}{x+y} = \frac{3k-2k}{3k+2k} = \frac{1}{5}$$

8. 어떤 수 x 의 8배에 2를 더한 수의 4분의 1은?

㉠ $2x + \frac{1}{2}$

㉡ $x + \frac{1}{2}$

㉢ $2x + 2$

㉣ $2x + 4$

㉤ $2x + 16$

해설

$$\frac{8x+2}{4} = 2x + \frac{1}{2}$$

9. 함수 $y = \frac{2}{x+3} - 4$ 의 그래프의 점근선의 방정식이 $x = a, y = b$ 일 때, $a - b$ 의 값은?

① -7 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 7

해설

점근선이 $x = -3, y = -4$ 이므로 $a - b = 1$

10. 분수함수 $y = \frac{3x-1}{x+1}$ 의 점근선을 $x = a$, $y = b$ 라고 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$y = \frac{3x-1}{x+1} = \frac{-4}{x+1} + 3 \text{ 에서}$$

점근선은 $x = -1$, $y = 3$

$$a = -1, b = 3$$

$$a + b = 2$$

11. 다음은 유리식과 무리식의 정의이다.

유리식: 두 다항식 A, B($B \neq 0$)에 대하여, $\frac{A}{B}$ 와같이 분수의 꼴로 나타내어지는식, 특히 B가 상수인 유리식 $\frac{A}{B}$ 는 다항식이므로 다항식도 유리식이다. 한편, 유리식 중에서 다항식이 아닌 유리식을 분수식이라고 한다.
무리식: 근호 안에 문자가 포함되어 있는 식으로 유리식으로 나타낼 수 없는 식

주어진 식에 대한 설명으로 바르게 짝지어진 것을 고르면?

- ① $\frac{x^2+5}{3x+2}$ -다항식

② $\sqrt{2}x+3$ -유리식
- ③ $\frac{x^2-1}{3}$ -분수식

④ $\sqrt{x^2-1}$ -유리식
- ⑤ $2x+\sqrt{x^2+5}$ -다항식

해설

① 분수식 ③유리식 ④무리식 ④무리식

12. $a > 0$, $b < 0$ 일 때, $\sqrt{a^2b^2} = \square$ 이다. $\square$ 에 알맞은 식을 써넣어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-ab$

해설

$a^2 > 0$, $b^2 > 0$ 이므로

$$\sqrt{a^2b^2} = \sqrt{a^2} \sqrt{b^2} = |a||b|$$

$a > 0$ 일 때, $|a| = a$ 이고

$b < 0$ 일 때, $|b| = -b$

따라서 $\sqrt{a^2b^2} = a \cdot (-b) = -ab$

13. $\frac{\sqrt{5}-2\sqrt{2}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}$ 의 분모를 유리화하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : $3 - \sqrt{10}$

해설

분모, 분자에 각각 $\sqrt{5} - \sqrt{2}$ 를 곱하면

$$\begin{aligned}\frac{\sqrt{5}-2\sqrt{2}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}} &= \frac{(\sqrt{5}-2\sqrt{2})(\sqrt{5}-\sqrt{2})}{(\sqrt{5}+\sqrt{2})(\sqrt{5}-\sqrt{2})} \\ &= \frac{9-3\sqrt{10}}{5-2} = 3 - \sqrt{10}\end{aligned}$$

14. $3 - \sqrt{2}$ 의 정수 부분을 a , 소수 부분을 b 라 할 때, $a + \frac{2}{b}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $3 + \sqrt{2}$

해설

$1 < \sqrt{2} < 2$ 이므로 $a = 1, b = 2 - \sqrt{2}$

$$\begin{aligned}\text{따라서 } a + \frac{2}{b} &= 1 + \frac{2}{2 - \sqrt{2}} \\ &= 1 + \frac{2(2 + \sqrt{2})}{2} \\ &= 3 + \sqrt{2}\end{aligned}$$

15. $x = 4 - \sqrt{3}$ 일 때, $x^2 - 8x + 15$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$x = 4 - \sqrt{3}$ 에서 $x - 4 = -\sqrt{3}$ 의 양변을 제곱하면, $(x - 4)^2 = x^2 - 8x + 16 = 3$ 이므로
 $x^2 - 8x = -13$
 $\therefore x^2 - 8x + 15 = -13 + 15 = 2$

16. $\frac{x^2-5x+6}{x^2+5x+4} \times \frac{2x^2+3x+1}{x^2-4x+3} \div \frac{2x^2-3x-2}{x^2+3x-4}$ 을 간단히 하면 ?

- ① $\frac{4}{x-3}$ ② $\frac{1}{x+4}$ ③ $\frac{2}{x+2}$ ④ 1 ⑤ 0

해설

(주어진 식)

$$\begin{aligned} &= \frac{(x-2)(x-3)}{(x+1)(x+4)} \times \frac{(x+1)(2x+1)}{(x-1)(x-3)} \\ &\quad \div \frac{(x-2)(2x+1)}{(x-1)(x+4)} \\ &= \frac{(x-2)(x-3)}{(x+1)(x+4)} \times \frac{(x+1)(2x+1)}{(x-1)(x-3)} \\ &\quad \times \frac{(x-1)(x+4)}{(x-2)(2x+1)} = 1 \end{aligned}$$

17. $\frac{x+1}{x(x-1)} = \frac{a}{x} + \frac{b}{x-1}$ 가 x 에 대한 항등식일 때, 상수 $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$\frac{x+1}{x(x-1)} = \frac{(a+b)x-a}{x(x-1)}$$

따라서, $a+b=1$, $a=-1$

$\therefore a=-1$, $b=2$

$\therefore a^2 + b^2 = (-1)^2 + 2^2 = 5$

18. 분수식 $\frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{a}}} \times \frac{1}{1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{a}}}$ 을 간단히 하면?

① 1

② $1 - a$

③ $1 - a^2$

④ $1 + a^2$

⑤ $1 + a$

해설

$$\begin{aligned}\text{준식} &= \frac{1}{1 - \frac{1}{a-1}} \times \frac{1}{1 - \frac{1}{a+1}} \\ &= \frac{a-1}{a-1-a} \times \frac{a+1}{a+1-a} \\ &= \frac{a-1}{-1} \times \frac{a+1}{1} = 1 - a^2\end{aligned}$$

19. $x^2 - 3x + 1 = 0$ 에서 $x^2 + \frac{1}{x^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$x - 3 + \frac{1}{x} = 0, x + \frac{1}{x} = 3$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = 3^2 - 2 = 7$$

20. $\frac{x}{4} = \frac{y}{3} \neq 0$ 일 때, $\frac{xy}{x^2 + 2y^2}$ 의 값을 구하면?

- ① $\frac{2}{17}$ ② $\frac{3}{17}$ ③ $\frac{4}{17}$ ④ $\frac{5}{17}$ ⑤ $\frac{6}{17}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{x}{4} = \frac{y}{3} &\Rightarrow x = \frac{4}{3}y \\ \therefore \frac{xy}{x^2 + 2y^2} &= \frac{16}{9} \frac{\frac{4}{3}y^2}{y^2 + 2y^2} = \frac{6}{17}\end{aligned}$$

21. $\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4} (\neq 0)$ 일 때, $\frac{3a-b-c}{3a+b+c} = -\frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하여라. (단, p, q 는 서로 소인 양의 정수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$\frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{4} = k (k \neq 0)$ 로 놓으면

$a = 2k, b = 3k, c = 4k$

$\therefore \frac{3a-b-c}{3a+b+c} = \frac{6k-3k-4k}{6k+3k+4k} = \frac{-k}{13k} = -\frac{1}{13}$

$\therefore p = 13, q = 1 \quad p+q = 14$

22. 양수 a, b, c, d 는 $a : b = c : d$ 가 성립한다. 다음 중에서 옳은 것은?

① $ac = bd$

② $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$

③ $a + b = c + d$

④ $a - c = b - d$

⑤ $\frac{a}{d} = \frac{b}{c}$

해설

$a : b = c : d$ 이면 $ad = bc$

23. 1 초에 120바이트를 송신하는 전자 통신망(PC 통신)이 있다. 1블럭을 512바이트라 할 때, 다음 중 60블럭 크기의 자료를 송신하는 데 소요되는 시간의 근삿값은?

- ① 0.04 초
- ② 0.4 초
- ③ 4 초
- ④ 4 분
- ⑤ 4 시간

해설

60(블럭)= 60 × 512 (바이트) 이므로

(소요 시간) = $\frac{60 \times 512}{120} = 256(초)$

= $\frac{256}{60}(분) \approx 4(분)$

24. 함수 $y = \frac{x+1}{x-4}$ 의 정의역은 $x \neq a$ 인 모든 실수이고 치역은 $y \neq b$ 인 모든 실수이다. 이때, $a+b$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

함수 $y = \frac{x+1}{x-4}$ 의 정의역이 $x \neq a$ 인 모든 실수이고
치역이 $y \neq b$ 인 모든 실수이면 $x = a$, $y = b$ 는 점근선이다.
따라서 $y = \frac{(x-4)+5}{x-4} = \frac{5}{x-4} + 1$ 에서
 $a = 4$, $b = 1$ 이므로
 $\therefore a + b = 4 + 1 = 5$

25. 다음 보기 중 곡선 $y = \frac{1}{x}$ 을 평행이동하여 겹칠 수 있는 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $y = \frac{x}{x+1}$

㉡ $y = \frac{2-x}{x-1}$

㉢ $y = \frac{2x-3}{x-2}$

① ㉠

② ㉡

③ ㉢

④ ㉠, ㉢

⑤ ㉡, ㉢

해설

$y = \frac{1}{x}$ 의 그래프를 평행이동하여

겹칠 수 있는 것은 $y = \frac{1}{x-p} + q$ 의 꼴이다.

㉠ $y = \frac{x}{x+1} = \frac{x+1-1}{x+1} = \frac{-1}{x+1} + 1$

㉡ $y = \frac{2-x}{x-1} = \frac{-(x-1)+1}{x-1} = \frac{1}{x-1} - 1$

㉢ $y = \frac{2x-3}{x-2} = \frac{2(x-2)+1}{x-2} = \frac{1}{x-2} + 2$

따라서, 곡선 $y = \frac{1}{x}$ 을 평행이동하여

겹칠 수 있는 것은 ㉡, ㉢ 이다.

26. 함수 $y = \frac{2x-4}{x-3}$ 에 관한 설명 중 틀린 것을 고르면?

- ① 점근선 중 하나는 $x = 3$ 이다.
- ② 점근선 중 하나는 $y = 2$ 이다.
- ③ 함수 $y = \frac{2}{x} + 2$ 의 그래프를 x 축 방향으로 3만큼 평행이동한 그래프다.
- ④ 이 그래프는 x 축을 지나지 않는다.
- ⑤ 함수 $y = \frac{2}{x-3}$ 의 그래프를 y 축 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프다.

해설

$$y = \frac{2x-4}{x-3} = \frac{2(x-3)+2}{x-3} = \frac{2}{x-3} + 2$$

그러므로 함수의 점근선은 $x = 3$, $y = 2$ 이고

$y = \frac{2}{x}$ 의 그래프를 x 축 방향으로 3만큼,

y 축 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프이다.

따라서 설명 중 틀린 것은 ④이다.

27. $f(t) = \frac{t}{1-t}$ (단, $t \neq 1$) 인 함수 f 가 있다. $y = f(x)$ 일 때, $x = \square$ 로 나타낼 수 있다. $\square$ 안에 알맞은 것은?

① $-f(y)$

② $-f(-y)$

③ $f(-y)$

④ $f\left(\frac{1}{y}\right)$

⑤ $f(y)$

해설

$$y = f(x) = \frac{x}{1-x} \text{ 에서}$$

$$y - xy = x, \quad x(1+y) = y$$

$$\therefore x = \frac{y}{1+y} = \frac{-y}{1-(-y)} = -f(-y)$$

28. 함수 $y = \frac{ax+b}{x-2}$ 의 그래프와 그 역함수의 그래프가 모두 점 $(3, -2)$ 를 지날 때, 상수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$f(x) = \frac{ax+b}{x-2}$ 의 그래프가 점 $(3, -2)$ 를 지나므로 $f(3) = -2$

$$\Rightarrow -2 = 3a + b \cdots \textcircled{1}$$

또, 이 함수의 역함수 $y = f^{-1}(x)$ 가 점 $(3, -2)$ 을 지나므로

$$f^{-1}(3) = -2 \Rightarrow f(-2) = 3$$

$$\Rightarrow 3 = \frac{-2a+b}{-4}$$

$$\Rightarrow -2a + b = -12 \cdots \textcircled{2}$$

①, ② 에서 $a = 2, b = -8$

$$\therefore a + b = -6$$

29. $y = \sqrt{2x}$ 의 그래프를 x 축으로 m 만큼 y 축으로 n 만큼 평행이동하면 $y = \sqrt{2x+6} - 2$ 과 일치한다. $n - m$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

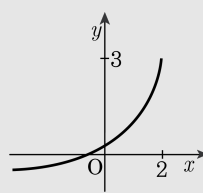
$y = \sqrt{2x+6} - 2 = \sqrt{2(x+3)} - 2$ 이므로
 $y = \sqrt{2x}$ 를 x 축으로 -3만큼
 y 축으로 -2만큼 평행이동하면 서로 일치한다.
따라서 $m = -3$, $n = -2$ 이므로
 $\therefore n - m = 1$

30. 무리함수 $y = -\sqrt{-2(x-2)} + 3$ 가 지나는 모든 사분면은?

- ① 1, 2 사분면
- ② 1, 4 사분면
- ③ 1, 2, 3 사분면
- ④ 2, 3, 4 사분면
- ⑤ 1, 3, 4 사분면

해설

꼭지점이 (2,3)이고 (0,1)을 지나므로
∴ 1,2,3 사분면을 지난다.

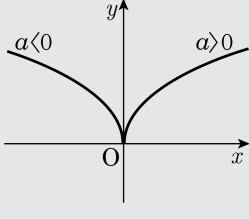


31. 무리함수 $y = \sqrt{ax}$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① 정의역은 $\{x \mid x \geq 0\}$ 이다.
- ② 치역은 $\{y \mid y \geq 0\}$ 이다.
- ③ $y = -\sqrt{ax}$ 와 x 축에 대하여 대칭이다.
- ④ $y = \sqrt{-ax}$ 와 y 축에 대하여 대칭이다.
- ⑤ $a > 0$ 이면 원점과 제 1사분면을 지난다.

해설

$a > 0$ 일 때와 $a < 0$ 일 때의 $y = \sqrt{ax}$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.
그림에서 ②,③,④,⑤는 참임을 알 수 있다.
그러나 $a > 0$ 일 때의 정의역은 $\{x \mid x \geq 0\}$
 $a < 0$ 일 때의 정의역은 $\{x \mid x \leq 0\}$ 이므로
①은 틀린 것이다.



32. $1 \leq x \leq 5$ 에서 함수 $y = -\sqrt{3x+1} + 4$ 의 최댓값을 a , 최솟값을 b 라 할 때, $a-b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$y = -\sqrt{3x+1} + 4 = -\sqrt{3\left(x + \frac{1}{3}\right)} + 4$$

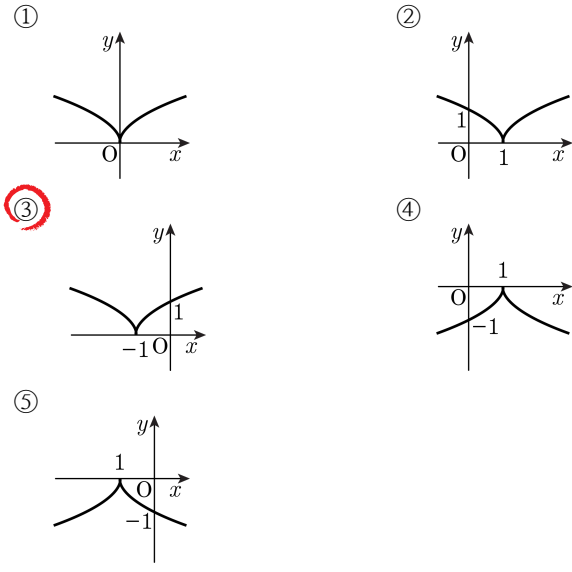
주어진 함수의 그래프는 $y = -\sqrt{3x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 $-\frac{1}{3}$ 만큼, y 축의 방향으로 4 만큼 평행이동한 것이므로 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소한다.

$x = 1$ 일 때, 최댓값 $a = -\sqrt{3+1} + 4 = 2$

$x = 5$ 일 때, 최솟값 $b = -\sqrt{15+1} + 4 = 0$

$\therefore a - b = 2 - 0 = 2$

33. 다음 중 함수 $y = \sqrt{|x+1|}$ 의 그래프를 구하면?



해설

$x \geq -1$ 이면 $y = \sqrt{x+1}$
 $x < -1$ 이면 $y = \sqrt{-x-1}$ 이므로
3번이 정답임.

34. 분수식 $\frac{1}{x+2} + \frac{-2}{x-2} + \frac{x^2+x+6}{x^2-4}$ 를 간단히 하면?

① $\frac{1}{x^2-4}$

② $\frac{-1}{x^2-4}$

③ $\frac{x}{x^2-4}$

④ $\frac{-x}{x^2-4}$

⑤ $\frac{x^2}{x^2-4}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{1}{x+2} + \frac{-2}{x-2} + \frac{x^2+x+6}{x^2-4} \\ &= \frac{x-2-2x-4+x^2+x+6}{x^2-4} \\ &= \frac{x^2}{x^2-4} \end{aligned}$$

35. $x + y - z = 2x + 3y - 2z = -x - 2y + 2z$ 일 때,
 $\left(\frac{1}{y} + \frac{2}{z}\right) : \left(\frac{1}{z} + \frac{2}{x}\right) : \left(\frac{1}{x} + \frac{2}{y}\right)$ 를 가장 간단한 정수비로 나타내면?

- ① 3 : 2 : 5
- ② 3 : 5 : -5
- ③ 2 : 3 : 5
- ④ 3 : 5 : 2
- ⑤ 2 : 3 : -2

해설

$x + y - z = 2x + 3y - 2z$ 에서 $x + 2y = z \cdots \cdots \textcircled{A}$
 $x + y - z = -x - 2y + 2z$ 에서 $2x + 3y = 3z \cdots \textcircled{B}$
 $\textcircled{A}, \textcircled{B}$ 에서 $y = -z, x = 3z$
 $\left(\frac{1}{y} + \frac{2}{z}\right) : \left(\frac{1}{z} + \frac{2}{x}\right) : \left(\frac{1}{x} + \frac{2}{y}\right)$
 $= \left(-\frac{1}{z} + \frac{2}{z}\right) : \left(\frac{1}{z} + \frac{2}{3z}\right) : \left(\frac{1}{3z} - \frac{2}{z}\right)$
 $= \left(\frac{1}{z}\right) : \left(\frac{5}{3z}\right) : \left(-\frac{5}{3z}\right)$
 $= 3 : 5 : -5$

36. $\frac{c}{a+b} = \frac{a}{b+c} = \frac{b}{c+a}$ 의 값을 구하면?

① $\frac{1}{2}, -1$

② $\frac{1}{2}, 1$

③ $\frac{1}{2}$

④ $\frac{1}{2}, 2$

⑤ $\frac{1}{2}, -2$

해설

$$\frac{c}{a+b} = \frac{a}{b+c} = \frac{b}{c+a} = k \text{로 놓자.}$$

$$\begin{cases} c = k(a+b) \\ a = k(b+c) \\ b = k(c+a) \end{cases}$$

세 식을 더하면 $a+b+c = 2k(a+b+c)$

i) $a+b+c \neq 0$ 이면 $k = \frac{1}{2}$

ii) $a+b+c = 0$ 이면 $k = \frac{c}{-c} = \frac{a}{-a} = \frac{b}{-b} = -1$

37. $\frac{2b+c}{3a} = \frac{c+3a}{2b} = \frac{3a+2b}{c}$ 의 값을 구하면?

① 1, 2

② 1, -2

③ -1, -2

④ -1, 2

⑤ 1

해설

(i) $3a + 2b + c \neq 0$ 일 때,

가비의 리에서

$$\frac{(2b+c) + (c+3a) + (3a+2b)}{3a+2b+c} = 2$$

(ii) $3a + 2b + c = 0$ 일 때, $2b + c = -3a$

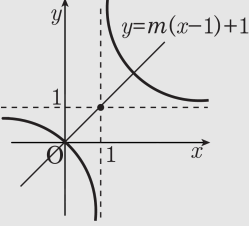
$$\therefore \frac{-3a}{3a} = -1$$

38. 두 함수 $y = \frac{1}{x-1} + 1$, $y = m(x-1) + 1$ 의 그래프가 만날 때, 다음 중 m 의 값이 될 수 있는 것을 고르면?

- ① -3
- ② -2
- ③ -1
- ④ 0
- ⑤ 1

해설

분수함수 $y = \frac{1}{x-1} + 1$ 의 그래프는
점근선이 $x = 1$, $y = 1$ 이고,
점 $(0, 0)$ 을 지난다.
 $y = m(x-1) + 1$ 의 그래프는 점 $(1, 1)$ 을
지나는 직선이므로 두 함수가 만나기 위한
실수 m 의 값의 범위는
다음 그림에서 $m > 0$ 이다.
따라서, 보기 중 m 의 값이 될 수 있는 것은
⑤이다.



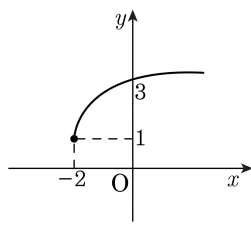
39. 무리함수 $y = \sqrt{a-x} - 1$ 의 그래프가 원점을 지나고 정의역이 $\{x \mid x \leq \alpha\}$, 치역이 $\{y \mid y \geq \beta\}$ 일 때, $a + \alpha + \beta$ 의 값을 구하면?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

주어진 무리함수의 그래프가
점 $(0, 0)$ 을 지나므로
 $0 = \sqrt{a-1}$
 $\therefore a = 1$
즉, 주어진 무리함수는 $y = \sqrt{1-x} - 1$ 이고
 $1-x \geq 0$ 에서 $x \leq 1$ 이므로
정의역은 $\{x \mid x \leq 1\}$
 $\therefore \alpha = 1$
또, $y = \sqrt{1-x} - 1$ 에서
 $y+1 = \sqrt{1-x} - 1$ 이므로 $y+1 \geq 0$
치역은 $\{y \mid y \geq -1\}$
 $\therefore \beta = -1$
 $\therefore a + \alpha + \beta = 1$

40. 무리함수 $y = \sqrt{ax+b}+c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

주어진 그래프는 $y = \sqrt{ax}$ 의 그래프를 x 축으로 -2 만큼, y 축으로 1 만큼 평행이동한 것과 같으므로 $y = \sqrt{a(x+2)} + 1$

또, 점 $(0, 3)$ 을 지나므로

$$3 = \sqrt{2a} + 1, \quad \sqrt{2a} = 2$$

$$\therefore a = 2$$

따라서 $y = \sqrt{2(x+2)} + 1 = \sqrt{2x+4} + 1$ 이고,

이것이 $y = \sqrt{ax+b}+c$ 와 일치하므로

$$a = 2, \quad b = 4, \quad c = 1$$

$$\therefore a + b + c = 7$$

41. 무리함수 $y = \sqrt{kx}$ 의 그래프가 두 점 (2, 2), (3, 6)을 잇는 선분과 만나도록 하는 정수 k 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 11개

해설

함수 $y = \sqrt{kx}$ 의 그래프가 점 (2, 2)를 지날 때
 $2 = \sqrt{2k}$, $2k = 4$
 $\therefore k = 2$
또, 함수 $y = \sqrt{kx}$ 의 그래프가 점 (3, 6)을 지날 때
 $6 = \sqrt{3k}$, $3k = 36$
 $\therefore k = 12$
따라서 구하는 실수 k 의 값의 범위는
 $2 \leq k \leq 12$ 이므로
정수 k 는 2, 3, 4, $\dots$, 12의 11개다.

42. 양의 실수 전체의 집합에서 정의된 두 함수 $f(x) = \frac{x}{1+x}$, $g(x) = \sqrt{x}$ 에 대하여

$(f \circ g)(a) = \frac{1}{2}$ 일 때, $(g \circ f)(4a)$ 의 값은? (단, $a > 0$)

- ① $\frac{\sqrt{5}}{5}$ ② $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ ③ $\frac{3\sqrt{5}}{5}$ ④ $\frac{4\sqrt{5}}{5}$ ⑤ $\frac{6\sqrt{5}}{5}$

해설

$$(f \circ g)(a) = f(g(a)) = f(\sqrt{a}) = \frac{\sqrt{a}}{1 + \sqrt{a}} \text{ 이므로}$$

$$\frac{\sqrt{a}}{1 + \sqrt{a}} = \frac{1}{2}, \quad 2\sqrt{a} = 1 + \sqrt{a}$$

$$\sqrt{a} = 1 \quad \therefore a = 1$$

$$\begin{aligned} \therefore (g \circ f)(4a) &= (g \circ f)(4) = g(f(4)) = g\left(\frac{4}{5}\right) \\ &= \sqrt{\frac{4}{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5} \end{aligned}$$

43. 무리함수 $y = \sqrt{x-a} + 1$ 에 대하여 $f^{-1}(2) = 3$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} f(3) &= 2 \\ \therefore 2 &= \sqrt{3-a} + 1 \\ \therefore a &= 2 \end{aligned}$$

44. $\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{6}} + \frac{\sqrt{4}-\sqrt{3}}{\sqrt{12}} + \frac{\sqrt{5}-\sqrt{4}}{\sqrt{20}} + \frac{\sqrt{6}-\sqrt{5}}{\sqrt{30}}$ 의 값은?
- ㉠ $\frac{6-\sqrt{6}}{6}$ ㉡ $\frac{\sqrt{5}-1}{12}$ ㉢ $\frac{10-\sqrt{2}}{20}$
 ㉣ $\frac{16-\sqrt{5}}{30}$ ㉤ $\frac{\sqrt{30}-1}{2}$

해설

$\sqrt{2} = \sqrt{1} \times \sqrt{2}$, $\sqrt{6} = \sqrt{2} \times \sqrt{3}$, $\dots$, $\sqrt{30} = \sqrt{5} \times \sqrt{6}$ 임을 이용한다.

$$\begin{aligned}
 & \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{6}} + \frac{\sqrt{4}-\sqrt{3}}{\sqrt{12}} + \frac{\sqrt{5}-\sqrt{4}}{\sqrt{20}} + \frac{\sqrt{6}-\sqrt{5}}{\sqrt{30}} \\
 &= \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3} \times \sqrt{2}} + \frac{\sqrt{4}-\sqrt{3}}{\sqrt{4} \times \sqrt{3}} + \frac{\sqrt{5}-\sqrt{4}}{\sqrt{5} \times \sqrt{4}} + \frac{\sqrt{6}-\sqrt{5}}{\sqrt{6} \times \sqrt{5}} \\
 &= \left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right) + \left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{3}}\right) + \left(\frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{4}}\right) \\
 &\quad + \left(\frac{1}{\sqrt{4}} - \frac{1}{\sqrt{5}}\right) + \left(\frac{1}{\sqrt{5}} - \frac{1}{\sqrt{6}}\right) \\
 &= 1 - \frac{1}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}-1}{\sqrt{6}} = \frac{6-\sqrt{6}}{6}
 \end{aligned}$$

45. 양수 a, b, c, d 는 $a : b = c : d$ 가 성립한다. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $ad + bc = 2ad$

② $\frac{ad}{bc} = 1$

③ $\frac{bc-1}{bc} + \frac{1}{ad} = 1$

④ $\frac{1}{bc} - \frac{1}{ad} = 0$

⑤ $a - b = \frac{1}{c - d}$

해설

①, ② $ad = bc$

③ $\frac{adbc - ad + bc}{adbc} = \frac{adbc}{adbc} = 1$

④ $\frac{1}{bc} = \frac{1}{ad}$

46. 함수 $y = \frac{2x+5}{x+1}$ 의 그래프가 직선 $y = ax + b$ 에 대하여 대칭일 때, $a - b$ 의 값은? (단, $a < 0$)

① -4 ② -3 ③ -2 ④ -1 ⑤ 0

해설

$$y = \frac{2x+5}{x+1} = \frac{2(x+1)+3}{x+1} = \frac{3}{x+1} + 2$$

이므로

주어진 함수의 그래프는 점 $(-1, 2)$ 를 지나

고

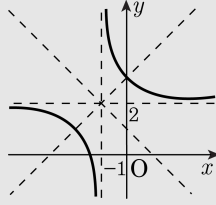
기울기가 ± 1 인 직선에 대하여 대칭이다.

이 때, 구하는 직선의 기울기가 음수이므로

직선의 방정식은 $y - 2 = -(x + 1)$

$\therefore y = -x + 1$

따라서 $a = -1$, $b = 1$ 이므로 $a - b = -2$

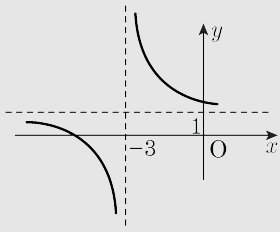


47. 다음 중 함수 $y = \frac{x+6}{x+3}$ 의 그래프는 제 a 사분면을 지나지 않고, 점 $(0, b)$ 를 지난다고 할 때, $a - b$ 의 값은?

① -6 ② -4 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

해설

$$y = \frac{x+3+3}{x+3} = 1 + \frac{3}{x+3}$$



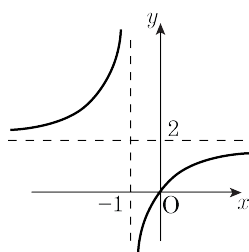
따라서 제4사분면을 지나지 않는다. $\therefore a = 4$

$x = 0$ 일 때 $y = \frac{6}{3} = 2$, $\therefore b = 2$

$\therefore a - b = 4 - 2 = 2$

48. 함수 $y = \frac{cx+b}{x+a}$ 의 그래프가 그림과 같을 때, $a+b+c$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5



해설

점근선이 $x = -1, y = 2$ 이므로 $y = 2 + \frac{k}{x+1}$, ($k \neq 0$)

점 $(0, 0)$ 을 지나므로 $k = -2$

따라서 $y = 2 + \frac{-2}{x+1} = \frac{2x}{x+1}$

$\therefore a = 1, b = 0, c = 2$

$\therefore a + b + c = 3$

49. 분수함수 $y = \frac{1}{x-2} + 1 (x > 2)$ 의 그래프 위의 한 점 $P(x, y)$ 에서 x 축, y 축에 내린 수선의 발을 각각 A, B 라 하자. 이 때, $\overline{PA} + \overline{PB}$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

위 그림에서 $\overline{PA} = y = \frac{1}{x-2} + 1$ $\overline{PB} = x(x > 2)$

$\therefore \overline{PA} + \overline{PB} = x + \frac{1}{x-2} + 1 = x - 2 + \frac{1}{x-2} + 3$

$\geq 2\sqrt{(x-2) \cdot \frac{1}{x-2}} + 3 = 5$

(단, 등호는 $x-2 = \frac{1}{x-2}$ 일 때 성립)

50. $\left(\frac{1}{x}\right)^2 = 7 + 2\sqrt{12}$, $\left(\frac{1}{y}\right)^2 = 7 - 2\sqrt{12}$ 을 만족하는 두 양수 x, y 에 대하여, $x^3 + y^3$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 52

해설

$$\left(\frac{1}{x}\right)^2 = 7 + 2\sqrt{12}, \frac{1}{x} = \sqrt{3} + 2, x = 2 - \sqrt{3}$$

$$\left(\frac{1}{y}\right)^2 = 7 - 2\sqrt{12}, \frac{1}{y} = 2 - \sqrt{3}, y = 2 + \sqrt{3}$$

$$x + y = 4, xy = 1$$

$$x^3 + y^3 = (x + y)^3 - 3xy(x + y) = 64 - 12 = 52$$