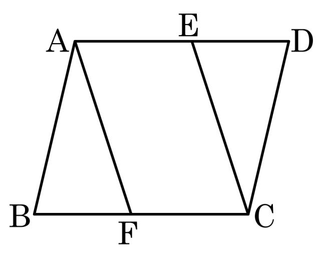
1. 다음은 평행사변형 ABCD에서 변 AD, 변 BC의 중점을 점 E, F라 할 때, □AFCE가 평행사변형임을 증명하는 과정이다. □ 안에 들어갈 알맞은 것은?



[가정] □ABCD는 평행사변형 $\overline{AE} = \overline{ED}$, $\overline{BF} = \overline{FC}$

[결론] □AFCE는 평행사변형

[증명] □ABCD에서

$\overline{AE} = \frac{1}{2}\boxed{} = \frac{1}{2}\overline{BC} = \overline{FC}$

즉, $\overline{AE} = \overline{FC} \cdots$ ㉠

$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$ 이므로

$\overline{AE} /\!/ \overline{FC} \cdots$ ㉡

㉠, ㉡에 의하여 □AFCE는 평행사변형이다.

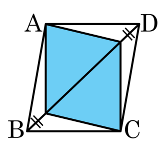
① $\overline{AB}$ ② $\overline{CD}$ ③ $\overline{ED}$ ④ $\overline{BF}$ ⑤ $\overline{AD}$

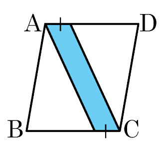
해설

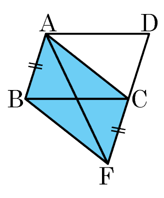
□ABCD에서 $\overline{AE} = \frac{1}{2}\overline{AD} = \frac{1}{2}\overline{BC} = \overline{FC}$

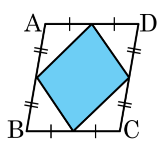
즉, $\overline{AE} = \overline{FC}$와 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이므로 $\overline{AE} /\!/ \overline{FC}$에 의해 □AFCE는 평행사변형이다.

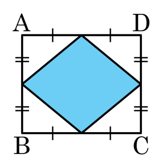
2. □ABCD 가 평행사변형일 때, 다음 색칠된 사각형 중 종류가 <u>다른</u> 하나는?

①


②


③


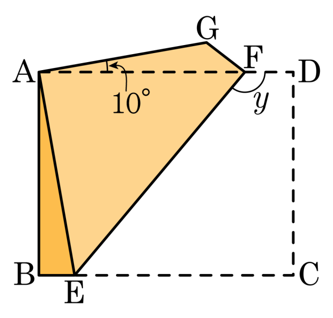
④


⑤


해설

①,②,③,④=> 평행사변형
⑤=> 마름모

3. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 꼭짓점 C가 A에 오도록 접었다. $\angle\mathrm{GAF} = 10°$ 일 때, $\angle x$는?

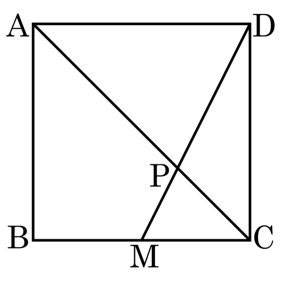


① 110° ② 115° ③ 120° ④ 125° ⑤ 130°

해설

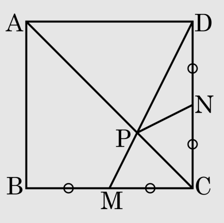
$\angle\mathrm{GAE} = \angle\mathrm{GAF} + \angle\mathrm{EAF} = 90°$, $\angle\mathrm{BAF} = \angle\mathrm{BAE} + \angle\mathrm{EAF} = 90°$
인데 $\angle\mathrm{EAF}$ 는 공통이므로 $\angle\mathrm{GAF} = \angle\mathrm{BAE} = 10°$
따라서 $\triangle\mathrm{ABE}$ 에서
$\angle\mathrm{AEB} = 180° - (90° + 10°) = 80°$ 이다.
$\angle\mathrm{FEC} = \angle\mathrm{FEA}$ (접은각),
$\angle\mathrm{CEF} + \angle\mathrm{FEA} + \angle\mathrm{AEB} = 180°$ 에서 $\angle\mathrm{FEC} = 50°$
$\square\mathrm{FDCE}$ 에서 $\angle x + 2 \times 90° + 50° = 360°$
$\therefore \angle x = 130°$

4. 다음 그림의 정사각형 ABCD 에서 점 M은 B, C의 중점이다. $\triangle PMC = 24\,cm^2$ 일 때, $\square ABCD$의 넓이를 구하여라.



① $72\,cm^2$ ② $144\,cm^2$ ③ $216\,cm^2$
④ $288\,cm^2$ ⑤ $352\,cm^2$

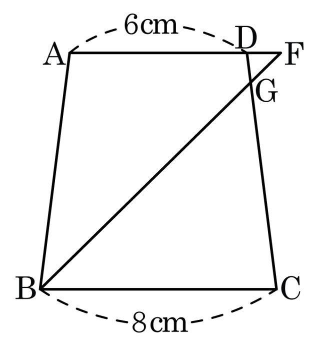
해설



$\overline{CD}$의 중점 N을 잡으면
$\triangle PMC \equiv \triangle PNC$ (SAS 합동)
$\triangle PCN = \triangle PND = \triangle PMC = 24\,cm^2$

$$\begin{aligned} \therefore \square ABCD &= 4\triangle DMC \\ &= 4 \times 24 \times 3 \\ &= 288\,(cm^2) \end{aligned}$$

5. 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{AD}} = 6\,\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{BC}} = 8\,\mathrm{cm}$ 이다. $\overline{\mathrm{AD}}$ 의 연장선 위에 점 F 를 잡을 때, 선분 BF 가 □ABCD 의 넓이를 이등분한다. 이때, $\overline{\mathrm{DF}}$ 의 길이를 구하여라.



① $1\,\mathrm{cm}$ ② $\frac{8}{7}\,\mathrm{cm}$ ③ $\frac{9}{7}\,\mathrm{cm}$
④ $\frac{10}{7}\,\mathrm{cm}$ ⑤ $\frac{11}{7}\,\mathrm{cm}$

해설

□ABCD 의 높이를 h라 할 때,

□ABCD $= (8+6)\times h\times\frac{1}{2} = 7h$

△GBC 의 높이를 m이라 할 때,

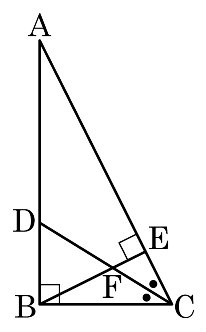
△GBC$= \frac{1}{2}\times 8\times m = 4m$

$4m = \frac{1}{2}\times 7h,\ m = \frac{7}{8}h,\ m : h = 7 : 8$

$\overline{\mathrm{DF}} : \overline{\mathrm{BC}} = 1 : 7$이므로

$\overline{\mathrm{DF}} : 8 = 1 : 7,\ \overline{\mathrm{DF}} = \frac{8}{7}\,(\mathrm{cm})$

6. 다음 그림에서 ∠BFD 와 크기가 같은 것은?



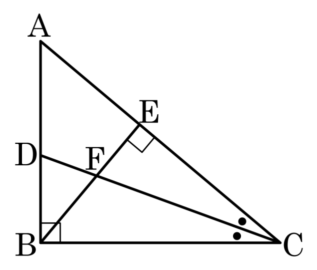
① ∠ADC ② ∠EBC ③ ∠BAC

④ ∠BDC ⑤ ∠ABE

해설

∠BFD = ∠CFE = 180° − (∠FEC + ∠FCE) = 180° − (∠DBC + ∠DCB) = ∠BDC

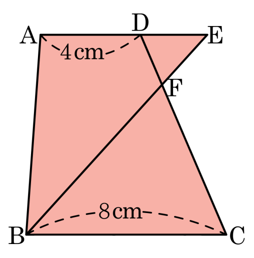
7. 다음 그림에서 $\angle A = 30°$일 때, $\angle BFD$의 크기와 크기가 같은 각은?



① $55°$, $\angle ADC$ ② $50°$, $\angle EBC$ ③ $65°$, $\angle BAC$
④ $60°$, $\angle BDC$ ⑤ $70°$, $\angle ABE$

해설
$\angle BFD = \angle CFE = 180° - (\angle FEC + \angle FCE) = 180° - (\angle DBC + \angle DCB) = \angle BDC = 60°$

8. 다음 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{AD} = 4\,\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\,\text{cm}$ 이다. $\overline{AD}$ 의 연장선 위의 점 E 에 대하여 $\overline{BE}$가 □ABCD 의 넓이를 이등분할 때, $\overline{DE}$ 의 길이를 구하면?



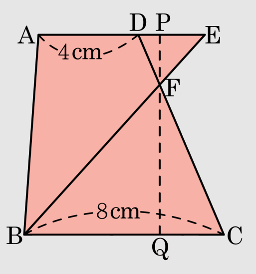
① $\frac{12}{7}$ cm ② $\frac{13}{5}$ cm ③ $\frac{9}{2}$ cm
④ $\frac{11}{4}$ cm ⑤ $\frac{8}{3}$ cm

해설

□ABCD 의 높이를 h 라 하면

□ABCD $= (4+8) \times h \times \frac{1}{2} = 6h$, $\triangle$FBC $= \frac{1}{2}$□ABCD $= 3h$

이다.
점 F 를 지나고 $\overline{AE}$, $\overline{BC}$ 에 수직인 직선을 그어 만나는 점을 P, Q 라고 하면

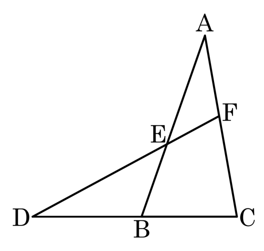


$\triangle FBC = 3h = \frac{1}{2} \times 8 \times \overline{FQ}$, $\overline{FQ} = \frac{3}{4}h$, $\overline{FP} = \frac{1}{4}h$ 이다.

$\triangle FBC \backsim \triangle FED$ 이므로 $3 : 1 = 8 : \overline{DE}$ 이다.

$\therefore \overline{DE} = \frac{8}{3}(\text{cm})$

9. 다음 그림에서 $\overline{AE} : \overline{EB} = 3 : 2$, $\overline{AF} : \overline{FC} = 4 : 5$ 이다. $\overline{BC} = 14\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{BD}$ 의 길이를 구하면?



① 10 cm ② 12 cm ③ 14 cm
④ 16 cm ⑤ 18 cm

해설

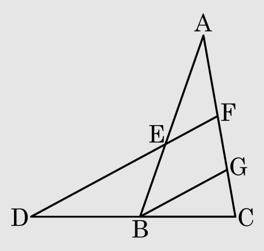
그림에서와 같이 $\overline{DF}$ 와 평행이 되도록 $\overline{BG}$ 를 그으면,

$\overline{AE} : \overline{EB} = \overline{AF} : \overline{FG} = 3 : 2 = 12 : 8$

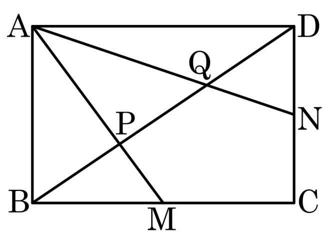
$\overline{AF} : \overline{FC} = 4 : 5 = 12 : 15$

따라서 $\overline{AF} : \overline{FG} : \overline{GC} = 12 : 8 : 7$

$\overline{DB} : \overline{BC} = 8 : 7$ $\therefore$ $\overline{BD} = 16\,\text{cm}$



10. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 점 M, N 은 각각 $\overline{BC}, \overline{CD}$ 의 중점이다. $\overline{BD} = 21\,\text{cm}$ 대각선 $\overline{BD}$ 와 $\overline{AM}, \overline{AN}$ 과의 교점을 각각 P, Q 라 할 때, $\overline{PQ}$ 의 길이를 바르게 구한 것은?

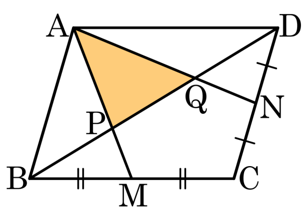


① 5 cm ② 6 cm ③ 7 cm ④ 8 cm ⑤ 9 cm

해설

대각선 AC 를 긋고 $\overline{BD}$ 와 만나는 점을 R 이라고 하자.
점 P 는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이고, $\overline{BP} : \overline{PR} = 2 : 1$ 이다.
같은 방법으로 점 Q 는 $\triangle ACD$ 의 무게중심이고, $\overline{DQ} : \overline{QR} = 2 : 1$ 이다.
$\overline{BR} = \overline{DR}$ 이므로 $\overline{BP} : \overline{PQ} : \overline{QD} = 1 : 1 : 1$ 이다.

11. 다음 그림에서 □ABCD 는 평행사변형이고, 점 M, N 은 각각 $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ 의 중점이다. △APQ 의 넓이가 $12cm^2$ 일 때, □ABCD 의 넓이는?



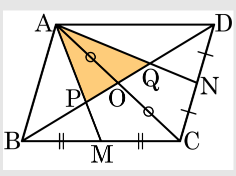
① $48cm^2$ ② $56cm^2$ ③ $64cm^2$

④ $68cm^2$ ⑤ $72cm^2$

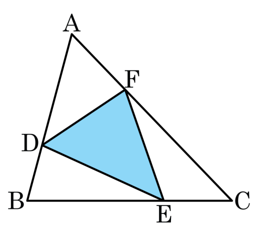
해설

점 P, Q 가 각각 △ABC , △ADC 의 무게중심이므로 △APO $= \frac{1}{6}$△ABC, △AQO $= \frac{1}{6}$△ADC 이고, △APQ $= \frac{1}{6}$(△ABC + △ADC) $= \frac{1}{6}$□ABCD 이다.

따라서 □ABCD = 6△APQ = $72(cm^2)$ 이다.



12. 다음 $\triangle\mathrm{ABC}$ 에서 $\overline{\mathrm{AD}} : \overline{\mathrm{DB}} = \overline{\mathrm{BE}} : \overline{\mathrm{EC}} = \overline{\mathrm{CF}} : \overline{\mathrm{FA}} = 2 : 1$ 이다. $\triangle\mathrm{ADF} = 14\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\triangle\mathrm{DEF}$ 의 넓이는?



① $18\,\mathrm{cm}^2$　② $19\,\mathrm{cm}^2$　③ $20\,\mathrm{cm}^2$　④ $21\,\mathrm{cm}^2$　⑤ $22\,\mathrm{cm}^2$

해설

$\overline{\mathrm{CD}}$ 를 그으면

$\triangle\mathrm{ADC} = \frac{2}{3}\triangle\mathrm{ABC}$

$\triangle\mathrm{ADF} = \frac{1}{3}\triangle\mathrm{ADC} = \frac{2}{9}\triangle\mathrm{ABC}$

$\triangle\mathrm{ABC} = 63\ (\mathrm{cm}^2)$

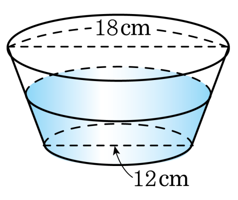
마찬가지로

$\triangle\mathrm{DBE} = \frac{2}{9}\triangle\mathrm{ABC}$

$\triangle\mathrm{FEC} = \frac{2}{9}\triangle\mathrm{ABC}$

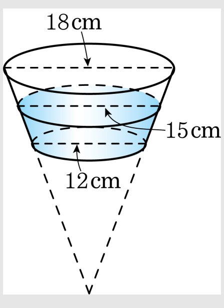
$$\begin{aligned}\therefore\ \triangle\mathrm{DEF} &= \left(1 - \frac{2}{9}\times 3\right)\triangle\mathrm{ABC} \\ &= \frac{1}{3}\times 63 = 21\ (\mathrm{cm}^2)\end{aligned}$$

13. 다음 그림과 같이 원뿔대 모양의 양동이에 높이의 절반만큼 물을 부었다. 물의 부피는 양동이의 부피의 얼마가 되는가?



① $\frac{7}{72}$ ② $\frac{8}{89}$ ③ $\frac{29}{127}$
④ $\frac{32}{141}$ ⑤ $\frac{61}{152}$

해설



깊이가 절반이 되었을 때 원뿔 밑면의 지름의 길이가 15cm이고 세 원뿔의 닮음비는 4 : 5 : 6이다.
(물의 부피) : (양동이의 그릇) $= (5^3 - 4^3) : (6^3 - 4^3)$ 이므로
물의 부피는 양동이의 부피의 $\frac{61}{152}$ 이다.