1. 다음 중 일차함수 $y = ax$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것을 모두 고르면?

① 점 $(-2, -2a)$ 를 지난다.

② $a > 0$ 이면 왼쪽 아래로 향하는 직선이다.

③ $a < 0$ 이면 제2 사분면과 제4 사분면을 지난다.

④ a 의 절댓값이 클수록 x 축에 가까워진다.

⑤ x 의 값이 증가할 때 y 의 값은 감소한다.

해설

④ 절댓값이 클수록 y 축에 가까워진다.
⑤ 기울기가 양수인지 음수인지 알 수 없다.

2. 다음 중 일차함수 $y=-\frac{1}{2}x+4$를 y축의 음의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프 위의 점은?

㉠ $\left(1,\ -\frac{3}{2}\right)$	㉡ $(-2,\ 3)$	㉢ $(-4,\ 2)$
㉣ $(4,\ 1)$	㉤ $(6,\ -1)$	

① ㉠, ㉡　② ㉡, ㉢　③ ㉡, ㉤　④ ㉢, ㉣　⑤ ㉣, ㉤

해설

$y=-\frac{1}{2}x+4$를 y축의 음의 방향으로 2만큼 평행이동 한 그래프는 $y=-\frac{1}{2}x+2$이므로 주어진 점을 x, y에 대입하여 등식이 성립하는 것을 찾는다.

㉡ $3=-\frac{1}{2}\times(-2)+2$

㉤ $-1=-\frac{1}{2}\times(6)+2$이므로 ㉡, ㉤은 $y=-\frac{1}{2}x+2$ 위의 점이다.

3. 일차함수 $y = \frac{1}{3}x - 1$ 의 그래프의 x 절편과 y 절편의 합은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

x 절편 : $-\dfrac{-1}{\frac{1}{3}} = 3$, y 절편 : -1

$\therefore\ 3 - 1 = 2$

4. 기울기가 4 이고, 점 $(1, -2)$ 를 지나는 직선의 방정식은?

① $y = 4x - 8$ ② $y = 4x - 6$ ③ $y = 4x - 4$

④ $y = 4x + 2$ ⑤ $y = 4x + 4$

해설

$y = 4x + b$ 가 점 $(1, -2)$ 지나므로

$-2 = 4 + b$

$b = -6$

$\therefore y = 4x - 6$

5. 일차함수 $y=\frac{3}{4}x+5$ 과 평행하고, 일차함수 $y=2x-\frac{1}{3}$ 과 y 축 위에서 만나는 일차함수의 식은?

① $y=\frac{3}{4}x-\frac{1}{3}$　② $y=\frac{3}{4}x+\frac{1}{3}$　③ $y=\frac{4}{3}x-\frac{1}{3}$
④ $y=\frac{4}{3}x+\frac{1}{3}$　⑤ $y=\frac{4}{3}x-2$

해설

기울기가 $\frac{3}{4}$, y 절편이 $-\frac{1}{3}$ 인 그래프이다.

6. 연립방정식 $\begin{cases} 3x + 6y = 4 \\ x + ay = 5 \end{cases}$ 의 해가 한 쌍일 때, a 의 값이 될 수 <u>없는</u> 것은?

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

해설

연립방정식의 해가 한 쌍이라는 것은 두 직선의 기울기가 다르다는 것이다. 따라서 기울기가 같은 것을 찾는다.

② $a = 2$ 이면 $\begin{cases} 3x + 6y = 4 \\ x + 2y = 5 \end{cases}$ 가 된다. 따라서 $\frac{3}{1} = \frac{6}{2} = 3$ 이므로 기울기가 같다.

따라서 2 는 a 의 값이 될 수 없다.

7. 일차함수 $f(x) = ax + b$ 에서 $f(-3) = 2$, $f(5) = 1$ 일 때, $\dfrac{2f(4) + f(-1)}{5}$ 의 값을 구하여라.

▶ **답 :**

▷ **정답 :** $\dfrac{4}{5}$

해설

$2 = -3a + b, 1 = 5a + b$

$\therefore a = -\dfrac{1}{8},\ b = \dfrac{13}{8}$

$f(x) = -\dfrac{1}{8}x + \dfrac{13}{8}$

$f(4) = \dfrac{9}{8},\ f(-1) = \dfrac{14}{8} = \dfrac{7}{4}$

$\therefore \dfrac{2f(4) + f(-1)}{5} = \dfrac{4}{5}$

8. 다음 중 기울기가 같고, y 절편이 다른 세 일차함수의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것은?

① 모든 그래프는 서로 만나지 않는다.

② 그래프끼리는 서로 두 번 만난다.

③ 세 그래프는 x 축 위에서 만난다

④ 세 그래프 중 두 개 이상의 그래프는 원점을 지난다.

⑤ 세 그래프는 모두 일치한다.

해설

기울기가 같고 y 절편이 다르므로 각각의 그래프는 모두 평행하고, 일치하지 않는다.
또한 평행하므로 서로 만나지 않으며, 같은 점을 지나지 않는다.

9. 다음 일차방정식의 그래프는 x절편이 b , y절편이 4이다. 이 때, $a+b$의 값을 구하여라.

$$ax + 2(a+2)y - 8 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : -9

해설

y절편이 4이므로 $(0,\ 4)$를 $ax + 2(a+2)y - 8 = 0$에 대입하면 $2(a+2)4 - 8 = 0$이므로 $a = -1$이다.
x절편이 b이므로 $(b,\ 0)$를 $-x+2y-8 = 0$에 대입하면 $-b-8 = 0,\ b = -8$이다.
따라서 $a + b = -9$이다.

10. 두 점 $(-1,\ k-3)$, $(4,\ 6-2k)$ 를 지나는 직선이 y 축에 수직일 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

y 축에 수직이면 $y=$ (상수) 이므로

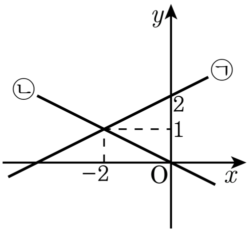
$k-3=6-2k$

$3k=9$

$\therefore k=3$

11. x, y 에 관한 연립방정식

$$\begin{cases} ax+by=c & \cdots ㉠ \\ a'x+b'y=c' & \cdots ㉡ \end{cases}$$



을 다음 그림과 같이 그래프를 이용하여 풀었다. 해가 $(m,\ n)$ 일 때, $m+n$ 의 값은?

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 1 ⑤ 2

해설

연립방정식의 해는 두 그래프의 교점의 좌표와 같으므로 $m=-2$, $n=1$

따라서 $m+n=-2+1=-1$

12. 일차함수 $y = -ax - 1$ 이 두 점 A$(2,\ 5)$, B$(4,\ 3)$ 을 이은 선분 AB 와 만나는 a 의 값의 범위가 $p \leq a \leq q$ 일 때, $p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$y = -ax - 1$ 이
점 A$(2, 5)$ 를 지날 때,
$5 = -2a - 1$
$\therefore a = -3$
점 B$(4, 3)$ 을 지날 때,
$3 = -4a - 1$
$\therefore a = -1$
선분 사이를 지나려면 $-3 \leq a \leq -1$ 이므로 $p = -3$, $q = -1$
$\therefore p + q = -4$

13. 두 함수 $y=(a-b+1)x+2a$, $y=(a+b-3)x-b$ 가 모두 일차함수가 되지 않도록 하는 상수 a, b 의 값을 차례대로 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a=1$

▷ 정답 : $b=2$

해설

두 함수가 일차함수가 되지 않으려면
두 함수의 x 항의 계수가 0 이 되어야 하므로

$$\begin{cases} a-b+1=0 \\ a+b-3=0 \end{cases}$$

연립방정식을 풀면
$a=1$, $b=2$ 이다.

14. 다음 중 일차함수 $y = \frac{1}{4}x + \frac{3}{2}$ 의 그래프 위에 있는 점이 아닌 것은?

① $(-2,\ 1)$ ② $\left(0,\ \frac{3}{2}\right)$ ③ $\left(1,\ \frac{7}{4}\right)$

④ $(2,\ 2)$ ⑤ $\left(4,\ \frac{7}{2}\right)$

해설

⑤ $\left(\frac{7}{2}\right) \neq \frac{1}{4} \times (4) + \frac{3}{2}$

15. 일차함수 $f(x) = -3x + c$ 에서 $\dfrac{f(b) - f(a)}{a - b}$ 의 값은?

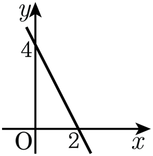
① -3 ② $-\dfrac{3}{2}$ ③ -1 ④ 3 ⑤ $\dfrac{3}{2}$

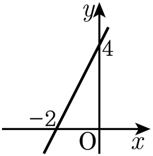
해설

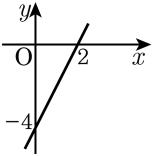
기울기 $= \dfrac{f(a) - f(b)}{a - b} = -3$ 이므로

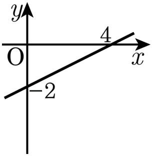
$$\frac{f(b) - f(a)}{a - b} = -\frac{f(b) - f(a)}{b - a} = -(-3) = 3$$

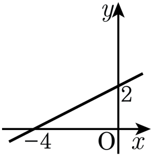
16. 일차함수 $-2y + 4x - 8 = 0$의 그래프를 옳게 나타낸 것은?

①


②


③


④


⑤


해설

$-2y + 4x - 8 = 0$에서 $y = 2x - 4$,

$y = 0$일 때, $0 = 2x - 4$, $x = 2$

y절편은 -4

17. 길이가 15cm, 20cm 인 두 개의 양초 A, B 에 불을 붙였더니 A 는 1 분에 0.3cm, B 는 1 분에 0.5cm 씩 길이가 줄어들었다. 동시에 불을 붙였을 때, A, B 의 길이가 같아지는 것은 불을 붙인지 몇 분 후인지 구하여라.

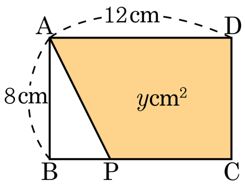
▶ 답 : ______ 분후

▷ 정답 : 25 분후

해설

x 분 후의 두 양초 A, B 의 길이 $y$cm 는 각각 $y = 15 - 0.3x$, $y = 20 - 0.5x$ 이다. 따라서 두 일차함수의 그래프의 교점은 $(25,\ 7.5)$ 이므로 두 양초의 길이는 25 분 후에 같아진다.

18. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD에서 $\overline{AB} = 8\text{cm}$, $\overline{AD} = 12\text{cm}$이고, 점 P가 점 B를 출발하여 매초 2cm씩 $\overline{BC}$ 위를 움직여서 C까지 이동한다. x초 후의 사각형 APCD의 넓이를 $y\text{cm}^2$라 할 때, x, y 사이의 관계식은?



① $y = 96 - 6x(0 \le x \le 8)$
② $y = 96 - 8x(0 \le x \le 12)$
③ $y = 96 - 8x(0 \le x \le 6)$
④ $y = 48(0 \le x \le 12)$
⑤ $y = 12x - 24\,(0 \le x \le 12))$

해설

사각형 APCD의 넓이는 전체 직사각형 ABCD에서 $\triangle$ABP의 넓이를 빼면 된다.

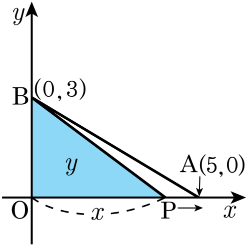
따라서 $y = 96 - \dfrac{1}{2} \times 2x \times 8$이므로

$y = 96 - 8x$이다.

이 때, x의 범위는 $0 \le 2x \le 12$이다.

따라서 $0 \le x \le 6$이다.

19. 다음 그림에서 점 P가 점 O를 출발하여 삼각형의 변을 따라 점 A까지 움직이고, 점P가 점 O로부터 움직인 거리를 x, $\triangle$OBP의 넓이를 y라고 한다. $\triangle$OBP의 넓이가 6 일 때 점 P의 좌표가 $(a,\ 0)$이었다면 a의 값은?



① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

($\triangle$OBP 의 넓이)

$= \frac{1}{2}\times$ (점 P가 점 O로부터 움직인 거리) $\times$ (높이) 이므로

$y = \frac{1}{2}\times 3\times x$

$y = \frac{3}{2}x$

$\triangle$OBP의 넓이가 6이므로 $6 = \frac{3}{2}a,\ a = 4$이다.

20. 일차방정식 $ax - y + b = 0$의 그래프 위의 두 점 $(a, f(a)), (b, f(b))$에 대하여

$\dfrac{f(b) - f(a)}{b - a} = -3$, $f(0) = 5$일 때, $f(-2)$의 값은? (단, $y = f(x)$)

① -1 ② 3 ③ 5 ④ 8 ⑤ 11

해설

$\dfrac{f(b) - f(a)}{b - a} = -3$은 기울기, $f(0) = 5$는 y절편이 5를 의미하므로 $y = ax + b$ 는 $y = -3x + 5$이다.

따라서 $f(x) = -3x + 5$

$\therefore f(-2) = 11$

21. 직선 $x - my + n = 0$ 이 제 3 사분면을 지나지 않을 때, 일차함수 $y = mx - n$ 의 그래프는 제 몇 사분면을 지나지 않는지 구하여라. (단, $mn \neq 0$)

▶ 답 : ______사분면

▷ 정답 : 제 3사분면

해설

$x - my + n = 0$ 을 y에 관하여 풀면 $my = x + n$, $y = \frac{1}{m}x + \frac{n}{m}$ 이다. 제 3 사분면을 지나지 않으면 (기울기) < 0, (y절편) > 0 이어야 하므로 $\frac{1}{m} < 0$, $m < 0$ 이고 $\frac{n}{m} > 0$, $m < 0$ 이므로 $n < 0$ 이다. 따라서 $y = mx - n$ 의 그래프는 (기울기) < 0, (y절편) > 0 이므로 제 3 사분면을 지나지 않는다.

22. 두 일차함수 $ax + y - c = 0$, $-x + by + d = 0$ 이 수직일 때, 직선 $y = -\frac{b}{a}x + ab$ 의 그래프가 지나지 <u>않는</u> 사분면을 구하여라.

▶ **답 :** <u>사분면</u>

▷ **정답 :** 제 3 <u>사분면</u>

해설

$ax + y - c = 0$ 에서 $y = -ax + c$

$-x + by + d = 0$ 에서 $y = \frac{1}{b}x - \frac{d}{b}$

두 그래프가 수직이므로 $-a \times \frac{1}{b} = -1$ 이다.

$\therefore\ a = b$

$y = -\frac{b}{a}x + ab,\ y = -x + a^2$ 이다.

따라서 기울기 < 0, y절편 > 0 이므로

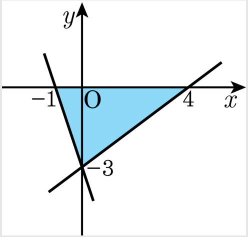
제 3 사분면은 지나지 않는다.

23. 두 일차함수 $y=-3x-3$, $y=\frac{3}{4}x-3$의 그래프와 x축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이를 구하여라.

▶ **답 :**

▷ **정답 :** $\frac{15}{2}$

해설



$\therefore$ (넓이) $=\frac{1}{2}\times5\times3=\frac{15}{2}$

24. $|y| = 3|x| - 5$ 의 그래프로 둘러싸인 도형의 대각선의 길이의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{40}{3}$

해설

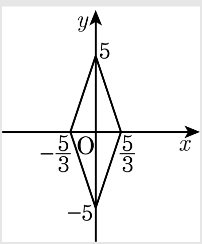
$|y| = 3|x| - 5$

1) $x \geq 0,\ y \geq 0$ 일 때, $y = 3x - 5$

2) $x \geq 0,\ y < 0$ 일 때, $-y = 3x - 5$ 에서
$y = -3x + 5$

3) $x < 0,\ y \geq 0$ 일 때, $y = -3x - 5$

4) $x < 0,\ y < 0$ 일 때, $-y = -3x - 5$ 에서
$y = 3x + 5$ 이므로 다음 그래프와 같다.



따라서 구하는 도형의 대각선의 길이의 합은

$5 \times 2 + \frac{5}{3} \times 2 = \frac{40}{3}$ 이다.

25. 일차함수 $ax-5y+b=0$ 의 그래프가 한 점 $(3,\ 3)$ 을 지나고 x 절편이 -2 일 때, a^2+b^2 의 값은?

① 18 ② 27 ③ 36 ④ 45 ⑤ 54

해설

$ax-5y+b=0$이 두 점 $(3, 3)$, $(-2,\ 0)$ 을 지나므로
$3a-15+b=0 \quad \cdots$ ㉠
$-2a+b=0 \quad \cdots$ ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=3,\ b=6$
$\therefore a^2+b^2=9+36=45$

26. 함수 $f(x) = \frac{a}{c}x + \frac{c}{b}$ 의 그래프에서, y 절편이 3 이고, x 절편이 1 일 때 $\dfrac{b-a}{c}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{10}{3}$

해설

y 절편이 3 이면 $\frac{c}{b} = 3$

x 절편이 1 이면 $0 = \frac{a}{c} + \frac{c}{b} = \frac{a}{c} + 3$

$\therefore \ \frac{a}{c} = -3$

$c = 3b,\ a = -3c = -9b$ 이다.

따라서 $\dfrac{b-a}{c} = \dfrac{b-(-9b)}{3b} = \dfrac{10b}{3b} = \dfrac{10}{3}$ 이다.

27. 반지름의 길이가 2 인 원 A 는 y 축과 점 $(0,\ 4)$ 에서 접하고, 반지름의 길이가 1 인 원 B 는 x 축과 점 $(6,\ 0)$ 에서 접한다. 이 두 원의 넓이를 동시에 이등분하는 직선을 $y = ax + b$ 라고 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라. (단, A 는 제 2 사분면, B 는 제 4 사분면에 존재)

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{17}{8}$

해설

두 원의 넓이를 이등분하는 직선은 두 원 각각의 중심을 지나야 한다. 원 A 의 중심의 좌표는 $(-2,\ 4)$, 원 B 의 중심의 좌표는 $(6,\ -1)$

따라서 $(-2,\ 4)$ 과 $(6,\ -1)$ 를 지나는 직선

$y = ax + b$ 를 구하면,

$$y - 4 = \frac{-1-4}{6-(-2)}(x+2)$$

$$y = -\frac{5}{8}x + \frac{11}{4}$$

$a = -\frac{5}{8},\ b = \frac{11}{4}$ 이다.

$\therefore\ a + b = \frac{17}{8}$

28. 두 직선 $y = ax - 4$, $y = -x + b$ 가 점 $(3,\ 2)$ 에서 만날 때, 기울기가 ab 이고, y 절편이 $a + b$ 인 직선의 방정식은?

① $y = 3x + 7$　② $y = 7x + 10$　③ $y = 7x + 3$

④ $y = 10x + 7$　⑤ $y = -10x + 7$

해설

$y = ax - 4$가 점 $(3,\ 2)$ 를 지나므로 $2 = 3a - 4$, $3a = 6$ $\therefore a = 2$

$y = -x + b$가 점 $(3,\ 2)$ 를 지나므로 $2 = -3 + b$ $\therefore b = 5$

$ab = 10$, $a + b = 7$

$\therefore y = 10x + 7$

29. 좌표평면 위의 직선 l 의 x 절편은 3, y 절편은 2 이고, 직선 m 의 x 절편은 -2, y 절편은 2 이다. 이 두 직선과 $-a(x+2)+y=0$ 의 그래프를 이용하여 삼각형을 만들 수 없을 때, a 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : $-\frac{2}{3}$

해설

$-a(x-2)+y=0$, 즉 $y=ax+2a$ 의 그래프가 다음과 같을 때, 세 직선으로 삼각형을 만들 수 없다.

1) 직선 l 또는 직선 m 과 평행할 때

(직선 l의 기울기) $=-\frac{2}{3}$

(직선 m의 기울기) $=1$

$\therefore\ a=1$ 또는 $a=-\frac{2}{3}$

2) 직선 $l,\ m$ 의 교점을 지날 때,

직선 l 과 m 의 교점은 $(0,\ 2)$ 이므로

$2=2a \qquad \therefore\ a=1$

1), 2) 에 의해 a 의 값은 $1,\ -\frac{2}{3}$ 이다.

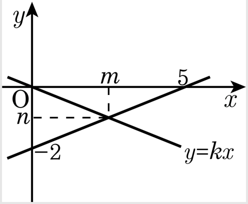
30. x절편이 5, y절편이 -2인 직선과 x축, y축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 직선 $y=kx$의 그래프가 이등분할 때, k의 값은?

① $-\frac{4}{5}$ ② $-\frac{3}{5}$ ③ $-\frac{2}{5}$ ④ $-\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{1}{5}$

해설

x, y절편이 각각 5, -2이므로 넓이를 구하면

$\frac{1}{2}\times 5\times 2=5$이다.



두 직선의 교점의 x좌표를 m이라고 하면

$\frac{1}{2}\times 2\times m=5\times\frac{1}{2}$에서 $m=\frac{5}{2}$

교점의 y좌표를 n이라고 하면

$\frac{1}{2}\times 5\times(-n)=5\times\frac{1}{2}$에서 $n=-1$

$k=\frac{-1}{\frac{5}{2}}=-\frac{2}{5}$