

1. 함수 $f(x) = \frac{x}{x-1}$ 에 대하여 방정식 $(f \circ f)(x) = x^3$ 의 해의 합을 구하면?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned}(f \circ f)(x) &= f(f(x)) = f\left(\frac{x}{x-1}\right) \\ &= \frac{\frac{x}{x-1}}{\frac{x}{x-1} - 1} = \frac{\frac{x}{x-1}}{\frac{x - (x-1)}{x-1}} = x\end{aligned}$$

$$\therefore x^3 = x, \quad x^3 - x = 0, \quad x(x-1)(x+1) = 0$$

$$\therefore x = -1 \text{ or } 0 \text{ or } 1$$

그런데 $x \neq 1$ 이므로 $x = -1 \text{ or } 0$

$$\therefore -1 + 0 = -1$$

2. $g(x) = 2 + \frac{7}{x-2}$ 에 대해 $(f^{-1} \circ g^{-1})^{-1}(x) = x$ 를 만족시키는 $f(x)$ 의 값은? (단, f^{-1}, g^{-1} 은 $f(x), g(x)$ 의 역함수)

① $\frac{2x-3}{x+2}$
④ $\frac{x+2}{2x-3}$

② $\frac{x-2}{2x+3}$
⑤ $\frac{x-2}{2x-3}$

③ $\frac{2x+3}{x-2}$

해설

$$(f^{-1} \circ g^{-1})^{-1}(x) = (g \circ f)(x) = g\{f(x)\}$$

$$\therefore g\{f(x)\} = 2 + \frac{7}{f(x)-2} = x$$

$$\rightarrow \frac{7}{f(x)-2} = x-2$$

$$\rightarrow 7 = \{f(x)-2\}(x-2)$$

$$\rightarrow 7 = xf(x) - 2f(x) - 2x + 4$$

$$\rightarrow 2x + 3 = f(x)(x-2)$$

$$\therefore f(x) = \frac{2x+3}{x-2}$$

해설

$$(f^{-1} \circ g^{-1})^{-1}(x) = (g \circ f)(x) = x \text{ 에서}$$

$$f(x) = g^{-1}(x)$$

$$g(x) = 2 + \frac{7}{x-2} \text{ 에서 역함수를 구하기 위해 } x, y \text{ 를 바꾸면}$$

$$x = 2 + \frac{7}{y-2}, (x-2)(y-2) = 7$$

$$y-2 = \frac{7}{x-2}, y = \frac{7}{x-2} + 2 = \frac{2x+3}{x-2}$$

$$\therefore f(x) = g^{-1}(x) = \frac{2x+3}{x-2}$$

3. $f(5) = 10$, $f(10) = 30$ 이고 $g(x) = ax - 10$ 인 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 에 대하여 $f^{-1} \circ g = f$ 를 만족하는 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 8$

해설

$f \circ (f^{-1} \circ g) = f \circ f$ 에서

$g = f \circ f \cdots \textcircled{1}$

$g(5) = f(f(5)) = f(10) = 30 \cdots \textcircled{2}$

$\therefore 5a - 10 = 30$

따라서 구하는 a 의 값은 8 이다.

4. 함수 $f(x) = x^2 - 4x + k (x \geq 2)$ 의 그래프와 그 역함수 $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프가 서로 다른 두 점에서 만날 때, 상수 k 의 값의 범위는?

- ① $0 < k < \frac{25}{4}$ ② $k < \frac{25}{4}$ ③ $6 \leq k \leq \frac{25}{4}$
 ④ $6 < k \leq \frac{25}{4}$ ⑤ $6 \leq k < \frac{25}{4}$

해설

주어진 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 그 역함수 $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프는 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이므로 두 함수의 그래프의 교점은 $y = x$ 위에 있다.

따라서, 조건을 만족하려면 $f(x) = x^2 - 4x + k = (x - 2)^2 + k - 4 (x \geq 2)$ 의 그래프와 직선 $y = x$ 가 서로 다른 두 점에서 만나야 한다.

(i) $y = f(x)$ 의 그래프와 직선 $y = x$ 가 접할 때,

$$x^2 - 4x + k = x, x^2 - 5x + k = 0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면

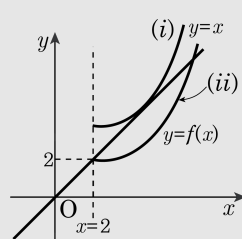
$$D = 5^2 - 4k = 0$$

$$\therefore k = \frac{25}{4}$$

(ii) $y = f(x)$ 의 그래프가 점 $(2, 2)$ 를 지날 때

$$2^2 - 4 \cdot 2 + k = 2 \text{ 이므로 } k = 6$$

(i), (ii) 에서 $6 \leq k < \frac{25}{4}$



5. 일차함수 $f(x) = ax + b(a \neq 0)$ 의 그래프를 $y = x$ 에 대칭이동한 그래프의 함수를 $g(x)$ 라고 하자. 두 함수 f, g 가 $f(2) = 5, g(2) = 1$ 을 만족할 때, $f(4)$ 의 값은?

① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

해설

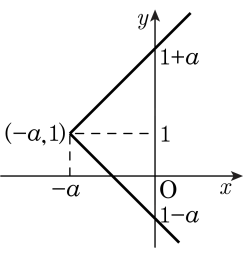
함수 $f(x) = ax + b(a \neq 0)$ 의 그래프를
 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 그래프는
 $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프이다.
따라서 $g(2) = 1$ 에서 $f^{-1}(2) = 1$
 $\therefore f(1) = 2$
 $f(1) = a + b = 2, f(2) = 2a + b = 5$
위의 식에서 $a = 3, b = -1$
 $\therefore f(x) = 3x - 1$
 $\therefore f(4) = 3 \cdot 4 - 1 = 11$

6. $|y-1|=x+a$ 의 그래프와 y 축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이가 4일 때, 양수 a 의 값은?

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

해설

$|y-1|=x+a$ 의
그래프는 $|y|=x$ 를
 x 축 음의 방향으로 a ,
 y 축 양의 방향으로 1만큼 평행이동시킨
그래프이므로 다음 그림과 같다.
이때, y 절편은 $|y-1|=a$ 에서 $y=1\pm a$
 $\therefore S=\frac{1}{2}\cdot 2a\cdot a=4 \quad \therefore a=2(a>0)$



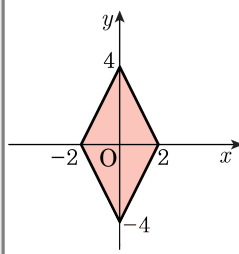
7. 함수 $2|x| + |y| = 4$ 의 그래프로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$2|x| + |y| = 4$ 의 그래프는 $2x + y = 4$,
즉 $y = -2x + 4$ 의 그래프에서
 $x \geq 0, y \geq 0$ 인 부분만 남기고,
이 그래프를 x 축, y 축, 원점에 대하여 각
각 대칭시킨 것이므로 다음 그림과 같다.
따라서 구하는 도형의 넓이는 $8 \times 4 \times \frac{1}{2} =$
16



8. 함수 $f(x) = |x-1| + |x-2| + |x-a|$ 가 $x=a$ 에서 최솟값을 가질 때, $f(0) + f(3)$ 의 값은?

① 9

② -9

③ $2a$

④ $2a-3$

⑤ $-2a+3$

해설

절댓값 기호가 홀수 개 있을 때, 절댓값 기호 안의 값이 0 이 되게 하는 x 의 값 중 가운데 값에서 최솟값을 가지므로 $x=a$ 에서 $f(x)$ 가 최솟값을 가지려면 $1 \leq a \leq 2$ 이어야 한다.

$$\text{이 때, } f(0) = |-1| + |-2| + |-a| = 3 + a$$

$$f(3) = |2| + |1| + |3-a| = 6 - a$$

$$\therefore f(0) + f(3) = 3 + a + 6 - a = 9$$

9. $A = \{-1, 0, 1\}$ 일 때, 집합 A 에서 집합 A 로의 함수 f 가 있다.
 $f(-x) = f(x)$ 인 함수 f 의 개수는?

① 3

② 6

③ 9

④ 12

⑤ 15

해설

$$3 \times 3 = 9$$

10. 다항함수 $f(x) = \frac{x-a}{(a-b)(a-c)} + \frac{x-b}{(b-c)(b-a)} + \frac{x-c}{(c-a)(c-b)}$ 일 때, $f(2013)$ 의 값은?
- ① $a+b+c$ ② $a^2+b^2+c^2$ ③ $a^3+b^3+c^3$
④ $ab+bc+ca$ ⑤ 0

해설

주어진 식을 통분하면
(분자)
 $= \{(x-a)(b-c) + (x-b)(c-a) + (x-c)(a-b)\}$
 $= (b-c+c-a+a-b)x$
 $+ (-ab+ac-bc+ab-ca+cb) = 0$
 $\therefore f(x) = 0 \quad \therefore f(2013) = 0$

해설

주어진 식의 분모는 0이 아니므로
 a, b, c 는 서로 다른 수이고
 $f(a) = \frac{a-b}{(b-c)(b-a)} + \frac{a-c}{(c-a)(c-b)}$
 $= \frac{-1}{b-c} + \frac{1}{b-c} = 0$
 $f(b) = \frac{b-a}{(a-b)(a-c)} + \frac{b-c}{(c-a)(c-b)}$
 $= \frac{-1}{a-c} + \frac{1}{a-c} = 0$
그런데 $f(x)$ 는 일차이하의 함수이고
 $f(a) = f(b) = 0$ 이므로
모든 실수 x 에 대하여 $f(x) = 0$ 이다.
 $\therefore f(2013) = 0$

11. $A = \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}}$, $B = \frac{2}{2 + \frac{2}{2 + \frac{2}{x}}}$, $C = \frac{3}{3 + \frac{3}{3 + \frac{3}{x}}}$ 에 대하여 $x = \frac{2}{5}$

일 때의 A, B, C 의 대소 관계를 순서대로 옳게 나타낸 것은?

- ① $A > B > C$

② $A \geq B = C$

③ $A < B < C$

④ $A \leq B = C$

⑤ $A = B = C$

해설

$$A = \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{5}{2}}} = \frac{1}{1 + \frac{5}{7}}$$

$$= \frac{1}{1 + \frac{5}{7}} = \frac{1}{\frac{12}{7}} = \frac{7}{12}$$

$$B = \frac{2}{2 + \frac{2}{2 + \frac{2}{x}}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{5}{2}}} = \frac{1}{1 + \frac{2}{9}} = \frac{9}{11}$$

$$C = \frac{3}{3 + \frac{3}{3 + \frac{3}{x}}} = \frac{1}{1 + \frac{1}{3 + \frac{5}{3}}} = \frac{1}{1 + \frac{3}{14}} = \frac{14}{17}$$

$$\therefore A = \frac{7}{12}, B = \frac{9}{11}, C = \frac{14}{17}$$

$$\therefore A < B < C$$

12. $a + b + c \neq 0$, $abc \neq 0$ 인 세 실수 a, b, c 가 $\frac{b+c-a}{3a} = \frac{c+a-b}{3b} = \frac{a+b-c}{3c}$ 를 만족할 때, $\frac{(a+b)(b+c)(c+a)}{abc}$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$\frac{b+c-a}{3a} = \frac{c+a-b}{3b} = \frac{a+b-c}{3c} = k$$

$$b+c-a = 3ak \cdots \textcircled{1}$$

$$c+a-b = 3bk \cdots \textcircled{2}$$

$$a+b-c = 3ck \cdots \textcircled{3}$$

$$\textcircled{1} + \textcircled{2} + \textcircled{3} : a+b+c = 3(a+b+c)k$$

$$a+b+c \neq 0 \text{ 이므로 } k = \frac{1}{3}$$

$k = \frac{1}{3}$ 를 $\textcircled{1}, \textcircled{2}, \textcircled{3}$ 에 각각 대입하여 정리하면

$$b+c = 2a, \quad c+a = 2b, \quad a+b = 2c$$

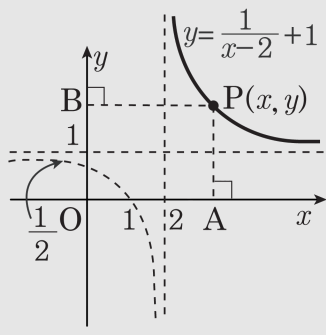
$$\therefore \frac{(a+b)(b+c)(c+a)}{abc} = \frac{8abc}{abc} = 8$$

13. 분수함수 $y = \frac{1}{x-2} + 1 (x > 2)$ 의 그래프 위의 한 점 $P(x, y)$ 에서 x 축, y 축에 내린 수선의 발을 각각 A, B 라 하자. 이 때, $\overline{PA} + \overline{PB}$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답:

▶ 정답 : 5

해설



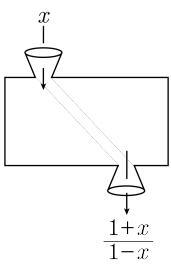
위 그림에서 $\overline{PA} = y = \frac{1}{x-2} + 1$ $\overline{PB} = x(x > 2)$

$$\therefore \overline{PA} + \overline{PB} = x + \frac{1}{x-2} + 1 = x - 2 + \frac{1}{x-2} + 3$$

$$\geq 2\sqrt{(x-2) \cdot \frac{1}{x-2}} + 3 = 5$$

(단, 등호는 $x-2 = \frac{1}{x-2}$ 일 때 성립)

14. 다음 그림과 같이 x 를 넣으면 $\frac{1+x}{1-x}$ 가 나오는 상자
가 있다. 이 상자에 x_1 을 넣었을 때, 나오는 것을 x_2 ,
 x_2 를 다시 넣었을 때 나오는 것을 x_3 라 한다. 이와
같이 계속하여 x_n 을 넣었을 때 나오는 것을 x_{n+1}
이라 한다. $x_1 = -\frac{1}{2}$ 일 때, x_{2000} 을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$$x_1 = -\frac{1}{2} \text{ 이면}$$

$$x_2 = \frac{1 + \left(-\frac{1}{2}\right)}{1 - \left(-\frac{1}{2}\right)} = \frac{1}{3}$$

$$x_3 = \frac{1 + \frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{3}} = 2,$$

$$x_4 = \frac{1 + 2}{1 - 2} = -3,$$

$$x_5 = \frac{1 + (-3)}{1 - (-3)} = -\frac{1}{2}, x_6 = \frac{1}{3}, \dots$$

그러므로 $k = 0, 1, 2, 3, \dots$ 일 때

$$x_{4k+1} = -\frac{1}{2}, x_{4k+2} = \frac{1}{3}, x_{4k+3} = 2, x_{4k+4} = -3$$

따라서, $2000 = 4 \times 499 + 4$ 이므로

$$x_{2000} = x_4 = -3$$

15. 두 함수 $y = \sqrt{x+1}+2$, $y = mx$ 의 그래프가 서로 만나지 않도록 하는 실수 m 의 값의 범위는 $a < m \leq b$ 이다. 이 때 $a+b$ 의 값은?

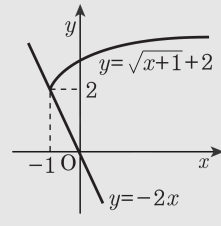
① -4 ② -3 ③ -2 ④ -1 ⑤ 0

해설

다음 그림에서 두 함수의 그래프가 만나지 않으려면 m 의 값의 범위는 $-2 < m \leq 0$ 이어야 한다.

$$\therefore a = -2, b = 0$$

$$\therefore a + b = -2$$



16. 함수 $f(x) = \begin{cases} 1 - \sqrt{x} & (x \geq 0) \\ \sqrt{2-x} & (x < 0) \end{cases}$ 에 대하여

$(f \circ f)(k) = 2$ 일 때, 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$(f \circ f)(k) = f(f(k)) = 2$ 에서

$f(k) = k'$ 이라 하면 $f(k') = 2$

i) $k' \geq 0$ 이면

$y = 1 - \sqrt{x}$ 이고, $y \leq 1$ 이므로

함숫값이 2 가 될 수 없다.

$\therefore k' < 0$

ii) $k' < 0$ 이므로

$$f(k') = \sqrt{2-k'} = 2$$

$$2 - k' = 4 \quad \therefore k' = -2$$

$f(k) = -2$ 인 k 의 값을 구하면 된다.

iii) $k < 0$ 이면

$y = \sqrt{2-x}$ ($x < 0$) 이고, $y > \sqrt{2}$ 이므로

함숫값이 -2 가 될 수 없다.

$\therefore k \geq 0$

iv) $k \geq 0$ 이므로

$$f(k) = 1 - \sqrt{k} = -2$$

$$\therefore k = 9$$

17. $y = \sqrt{x+2}$ 와 $x = \sqrt{y+2}$ 의 교점의 좌표를 $P(a, b)$ 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ $\frac{7}{5}$

해설

두 곡선은 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이므로
두 곡선의 교점은 $y = \sqrt{x+2}$ 와 $y = x$ 와의
교점이다.

$$\sqrt{x+2} = x \text{ 에서 } x^2 = x+2$$

$$\therefore x^2 - x - 2 = 0$$

$$(x-2)(x+1) = 0 \text{ 에서}$$

$$x = -1 \text{ 또는 } x = 2$$

$$\therefore P(a, b) = P(2, 2)$$

($\therefore P(a, b)$ 는 제 1 사분면에 존재한다.)

18. $f(x) = \frac{x}{x-1}$ 라 할 때, $f(3x)$ 를 $f(x)$ 로 나타내면?

① $\frac{f(x)}{f(x)-1}$
④ $\frac{3f(x)}{2f(x)-1}$

② $\frac{3f(x)}{2f(x)+1}$
⑤ $\frac{f(x)}{2f(x)-1}$

③ $\frac{f(x)}{f(x)+1}$

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{x}{x-1} \text{ 에서 } x = \frac{f(x)}{f(x)-1} \\ \therefore f(3x) &= \frac{3x}{3x-1} = \frac{3 \cdot \frac{f(x)}{f(x)-1}}{3 \cdot \frac{f(x)}{f(x)-1} - 1} \\ &= \frac{3f(x)}{2f(x)+1} \end{aligned}$$

19. 자연수 전체의 집합 N 에서 N 으로의 함수 f 를

$$f(n) = \begin{cases} \frac{n}{2} & (n \text{이 } 2 \text{의 배수일 때}) \\ n+1 & (n \text{이 } 2 \text{의 배수가 아닐 때}) \end{cases} \text{로 정의하자.}$$

$f = f^1, f \circ f = f^2, f \circ f^2 = f^3, \dots, f \circ f^n = f^{n+1}$ 으로 나타낼 때, $f^k(10) = 2$ 를 만족하는 자연수 k 의 최솟값은? (단, n 은 자연수 이다.)

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

$f^k(10)$ 에 $k = 1, 2, 3, \dots$ 을 차례로 대입하면

$$f(10) = 5$$

$$f^2(10) = f(f(10)) = f(5) = 6$$

$$f^3(10) = f(f^2(10)) = f(6) = 3$$

$$f^4(10) = f(f^3(10)) = f(3) = 4$$

$$f^5(10) = f(f^4(10)) = f(4) = 2$$

따라서, $f^k(10) = 2$ 가 되는 k 의 최솟값은 5이다.

20. 함수 $f(x) = \begin{cases} x^2 & (x \geq 0) \\ x & (x < 0) \end{cases}$ 에 대하여 $g(x) = f(x-2)$ 라할 때, $g^{-1}(9)$

의 값은? (단, $g^{-1}(x)$ 는 $g(x)$ 의 역함수)

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$g(x) = f(x-2)$ 이므로

$$g(x) = \begin{cases} (x-2)^2 & (x \geq 2) \\ x-2 & (x < 2) \end{cases}$$

$g^{-1}(9) = k$ 라 하면 $g(k) = 9$

$k \geq 2$ 일 때, $(k-2)^2 = 9$ 에서 $k = 5$

$k < 2$ 일 때, $k-2 = 9$ 를 만족하는 k 가 없다.

$\therefore g^{-1}(9) = 5$

21. $\frac{x+3}{x+2} - \frac{x+4}{x+3} - \frac{x+5}{x+4} + \frac{x+6}{x+5}$ 를 간단히 하면?

- ① $\frac{2(2x-1)}{(x+2)(x+3)(x+4)(x+5)}$
 ② $\frac{2(2x+1)}{(x+2)(x+3)(x+4)(x+5)}$
 ③ $\frac{2(2x+3)}{(x+2)(x+3)(x+4)(x+5)}$
 ④ $\frac{2(x+5)}{(x+2)(x+3)(x+4)(x+5)}$
 ⑤ $\frac{2(2x+7)}{(x+2)(x+3)(x+4)(x+5)}$

해설

$$\begin{aligned}
 (\text{준 식}) &= \left(1 + \frac{1}{x+2}\right) - \left(1 + \frac{1}{x+3}\right) \\
 &\quad - \left(1 + \frac{1}{x+4}\right) + \left(1 + \frac{1}{x+5}\right) \\
 &= \frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+3} - \frac{1}{x+4} + \frac{1}{x+5} \\
 &= \frac{2x+7}{(x+2)(x+5)} - \frac{2x+7}{(x+3)(x+4)} \\
 &= \frac{(2x+7)(x^2+7x+12-x^2-7x-10)}{(x+2)(x+3)(x+4)(x+5)} \\
 &= \frac{2(2x+7)}{(x+2)(x+3)(x+4)(x+5)}
 \end{aligned}$$

22. a, b, c 가 실수일 때, $a + b = 4ab$, $b + c = 10bc$, $c + a = 6ca$ 이 성립한다. $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$ 의 값을 구하라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

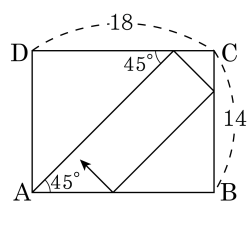
$$a + b = 4ab \text{에서 } \frac{a+b}{ab} = 4, \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = 4$$

$$\text{같은 방법으로 } \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 10, \frac{1}{c} + \frac{1}{a} = 6$$

$$\therefore 2\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) = 20$$

$$\therefore \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 10$$

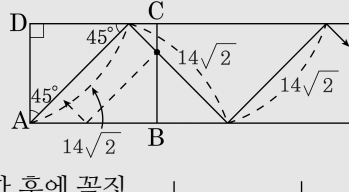
23. 가로, 세로가 각각 18, 14 인 직사각형 ABCD 의 한 꼭짓점 A 에서 45° 각도로 빛을 내보냈다. 사각형의 각 변이 모두 거울로 이루어졌다고 생각할 때, 빛의 이동 거리는? (단, 빛은 최초로 도달한 꼭짓점에 도달하면 소멸한다.)



- ① 126 ② $126\sqrt{2}$ ③ 32
 ④ $32\sqrt{2}$ ⑤ 무한하다.

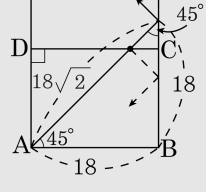
해설

빛이 윗변 DC 와 밑변 AB 를 한 번 횡단할 때에 움직인 거리는 $14\sqrt{2}$



변 DC 와 변 AB 를 n 번 횡단한 후에 꼭짓점에 도달했다고 가정하면 움직인 거리는 $14\sqrt{2}n \dots \textcircled{1}$

한편, 빛이 좌변 DA 와 우변 BC 를 한 번 횡단할 때에 움직인 거리는 $18\sqrt{2}$



변 DA 와 변 BC 를 m 번 횡단한 후에 꼭짓점에 도달했다고 가정하면 움직인 거리는 $18\sqrt{2}m \dots \textcircled{2}$

$\textcircled{1} = \textcircled{2}$ 에서 $14\sqrt{2}n = 18\sqrt{2}m$

$\therefore 7n = 9m$ 이 식을 만족시키는 최소의 자연수 n, m 은 $n = 9, m = 7$

이때, 움직인 거리는 $14\sqrt{2} \cdot 9 = 126\sqrt{2}$

24. a 가 실수일 때, 다음 식이 성립하기 위한 a 값의 범위를 구하면?

$$a\sqrt{1-\left(\frac{1}{a}\right)^2}=\sqrt{a^2-1}$$

① $a > 0$

② $a \geq 1$

③ $a = -1$ 또는 $a \geq 1$

④ $a \geq 1$ 또는 $a \leq -1$

⑤ $a > 1$ 또는 $a < -1$

해설

$$\text{좌변} = a\sqrt{\frac{a^2-(1)^2}{(a)^2}} = \frac{a}{|a|}\sqrt{a^2-1}$$

$$\therefore \frac{a}{|a|}\sqrt{a^2-1} = \sqrt{a^2-1} \text{ 에서}$$

$$\sqrt{a^2-1}\left(\frac{a}{|a|}-1\right)=0 \text{ 이므로}$$

$$\sqrt{a^2-1}=0 \text{ 또는 } \frac{a}{|a|}=1$$

$$\therefore a=\pm 1 \text{ 또는 } a>0 \cdots \textcircled{+}$$

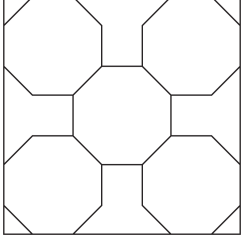
한편 근호 안의 값은 양수이므로

$$a^2-1 \geq 0 \text{ 으로부터 } a \geq 1 \text{ 또는 } a \leq -1 \cdots \textcircled{-}$$

$$\therefore \textcircled{+}, \textcircled{-} \text{에서 } a=-1 \text{ 또는 } a \geq 1$$

25. 한 변의 길이가 2인 정사각형의 내부에 그림과 같이 합동인 5개의 정팔각형이 위치할 때, 한 개의 정팔각형의 넓이는?

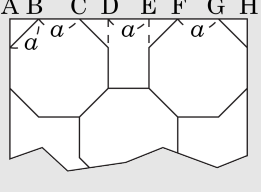
- ① $2(5\sqrt{2}-7)$ ② $4(5\sqrt{2}-7)$
 ③ $6(5\sqrt{2}-7)$ ④ $8(5\sqrt{2}-7)$
 ⑤ $10(5\sqrt{2}-7)$



해설

정팔각형의 한 변의 길이를 a 라 하면

그림에서 $\overline{BC} = \overline{DE} = \overline{FG} = a$
 $\overline{AB} = \overline{CD} = \overline{EF} = \overline{GH} = \frac{a}{\sqrt{2}}$



$$\therefore \overline{AH} = 3a + 4 \times \frac{a}{\sqrt{2}}$$

$$= (3 + 2\sqrt{2})a$$

그런데 문제의 조건에서 $\overline{AH} = 2$ 이므로

$$(3 + 2\sqrt{2})a = 2$$

$$\therefore a = \frac{2}{3 + 2\sqrt{2}} = 2(3 - 2\sqrt{2})$$

따라서 한 개의 정팔각형의 넓이는 한 변의 길이가 $\overline{AD}$ 인 정사각형의 넓이에서

네 귀퉁이의 직각이등변삼각형의 넓이를 뺀 값과 같으므로

$$\left(a + 2 \cdot \frac{a}{\sqrt{2}}\right)^2 - 4 \cdot \frac{1}{2} \left(\frac{a}{\sqrt{2}}\right)^2 = (2 + 2\sqrt{2})a^2$$

$$\therefore (2 + 2\sqrt{2})a^2 = (2 + 2\sqrt{2}) \{2(3 - 2\sqrt{2})\}^2$$

$$= 8(5\sqrt{2} - 7)$$