1. 다음에서 일차함수가 아닌 것을 모두 고르면?

① $y=-6x+1$ ② $y=3-5x$ ③ $y=x(4-x)$

④ $xy=6$ ⑤ $y=-\frac{2}{5}x+1$

해설

③ 이차함수

④ 일차함수가 아니다.

2. 일차함수 $y=2x$의 x의 범위가 $-1,\ 2,\ a,$ 함숫값의 범위는 $-2,\ 4,\ 6$일 때, a의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

일차함수 $y=2x$의 함숫값의 범위는 $-2,\ 4,\ 6$이므로
x의 범위는 $-1,\ 2,\ 3$
따라서 $a=3$이다.

3. 다음 일차함수 중 그 그래프가 y 축에 가장 가까운 것은?

① $y=-5x$ ② $y=\frac{1}{2}x$ ③ $y=3x$

④ $y=-2x$ ⑤ $y=6x$

해설

y 를 x 로 나타냈을 때
x 의 계수의 절댓값이 클수록 y 축에 가깝다.

4. 일차함수 $y = -3x+2$ 의 그래프는 일차함수 $y = -3x-2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 얼마만큼 평행이동한 그래프인가?

① 4　　② 2　　③ 6　　④ -4　　⑤ -2

해설

$y = -3x-2$ 의 그래프를
y 축 방향으로 α 만큼 평행이동하면
$y = -3x-2+\alpha \Rightarrow y = -3x+2$
$\therefore\ \alpha = 4$

5. 기울기가 -4 , y 절편은 3 인 직선 위에 점 $(a,\ 4)$ 가 있을 때, a 의 값은?

① $-\frac{1}{2}$　　② 4　　③ 0　　④ $-\frac{1}{4}$　　⑤ $\frac{1}{6}$

해설

$y=-4x+3$ 에 $(a,\ 4)$ 를 대입

$4=-4a+3$

$\therefore\ a=-\frac{1}{4}$

6. 일차함수 $y=2x+1$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동한 그래프가 지나지 <u>않는</u> 사분면을 고르면?

① 제 1사분면 ② 제 2사분면 ③ 제 3사분면
④ 제 4사분면 ⑤ 알 수 없다

해설

$y-(-3)=2x+1$
$y+3=2x+1$
$y=2x-2$
즉, y절편은 -2 , x절편은 1이므로 제 2사분면을 지나지 않는다.

7. $a < 0,\ b < 0$ 일 때, 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 지나지 <u>않는</u> 사분면은?

① 제 1사분면　② 제 2사분면　③ 제 3사분면
④ 제 4사분면　⑤ 없다.

해설

$a < 0,\ b < 0$ 이므로 그래프는
왼쪽 위를 향하고 음의 y 절편 값을 갖는다.
그러므로 제 1사분면을 지나지 않는다.

8. 다음 중 일차함수 $y = ax + b$ (단, $b \neq 0$) 의 그래프에 대한 설명 중 옳은 것은?

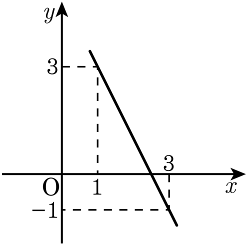
㉠ 원점을 지난다. ㉡ 점 $\left(-\dfrac{b}{a},\ 0\right)$ 를 지난다. ㉢ $a < 0$ 이면 그래프는 왼쪽 위로 향한다. ㉣ 일차함수 $y = bx + a$ 와 평행하다. ㉤ 일차함수 $y = -ax$ 와 y 축 위에서 만난다.

① ㉠, ㉡　② ㉡, ㉢　③ ㉡, ㉣　④ ㉢, ㉣　⑤ ㉣, ㉤

해설

㉠ 원점을 지나지 않는다.
㉣ 기울기가 다르므로 평행하지 않는다.
㉤ y 절편이 다르므로 y 축 위에서 만나지 않는다.
따라서 옳은 것은 ㉡, ㉢이다.

9. 다음과 같은 직선을 그래프로 하는 일차함수의 식은?



① $y = -2x + 3$ ② $y = -2x + 5$

③ $y = -\dfrac{1}{2}x + 5$ ④ $y = \dfrac{1}{2}x + 3$

⑤ $y = 2x - 1$

해설

$(1,\ 3), (3,\ -1)$을 지나므로,

기울기는 $\dfrac{3-(-1)}{1-3} = -2$

$y = -2x + k$에 $(1,\ 3)$을 대입하면 $k = 5$

$\therefore\ y = -2x + 5$

10. 다음 일차방정식의 그래프가 지나지 않는 사분면은?

$6x - 2y + 8 = 0$

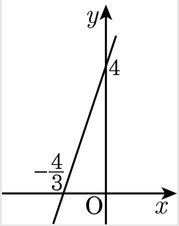
① 제1사분면 ② 제2사분면

③ 제3사분면 ④ 제4사분면

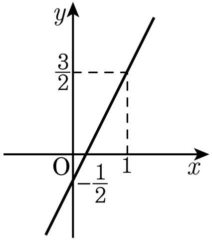
⑤ 제2사분면과 제4사분면

해설

$6x - 2y + 8 = 0$에서 $y = 3x + 4$이고 이 함수의 그래프는 다음과 같으므로 지나지 않는 사분면은 제4사분면이다.



11. 일차함수 $y = ax - \frac{1}{2}$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 그래프 $y = 2x + a$ 위의 점이 <u>아닌</u> 것은?



① $(1,\ 4)$　② $(-1,\ 0)$　③ $(2,\ 6)$

④ $\left(-\frac{1}{2},\ 1\right)$　⑤ $\left(-\frac{3}{2},\ \frac{1}{2}\right)$

해설

$y = ax - \frac{1}{2}$ 은 점 $\left(1,\ \frac{3}{2}\right)$ 을 지나므로

$x = 1,\ y = \frac{3}{2}$ 을 대입하면

$\frac{3}{2} = a \times 1 - \frac{1}{2}$, $a = 2$ 이므로

주어진 함수는 $y = 2x + 2$ 이다.

⑤ $\frac{1}{2} \neq 2 \times \left(-\frac{3}{2}\right) + 2$ 이므로 $\left(-\frac{3}{2},\ \frac{1}{2}\right)$ 은

$y = 2x + 2$ 위의 점이 아니다.

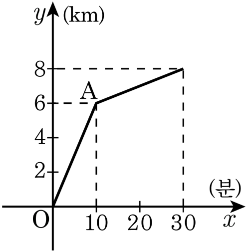
12. 지면에서 10m 높아질 때마다 기온이 0.06 °C 내려간다고 한다. 현재 지면의 기온은 20 °C 이다. 높이 xm 에서의 기온을 y °C 라고 할 때, x 와 y 의 관계 식은? (단, $x \geq 0$)

① $y = -00.6x + 20$
② $y = 0.006x + 20$
③ $y = -0.006x + 20$
④ $y = -0.006x$
⑤ $y = 1.2x + 20-$

해설

10m 높아질 때 0.06 °C 씩 내려가므로 1m 높아질 때는 0.006 °C 씩 내려간다.
따라서 관계식은
$y = 20 - 0.006x$ 이므로
$y = -0.006x + 20$(단, $x \geq 0$)

13. 동생이 정오에 오토바이를 타고 집을 출발했다. A 지점에서 오토바이가 고장이 나서 그 후부터는 걸어서 갔다. 다음 그래프는 동생이 집을 출발한 후의 시간과 거리의 관계를 나타낸 것이다. 이 그래프를 보고 오토바이의 분속과 걸어간 분속은?



① 6km, 2km ② 0.6km, 0.8km ③ 6km, 0.1km

④ 0.6km, 0.1km ⑤ 0.6km, 2.4km

해설

속력 $= \dfrac{\text{거리}}{\text{시간}}$ 이므로 각각의 기울기를 구한다.

오토바이 $= \dfrac{6}{10} = 0.6$

걸음 $= \dfrac{8-6}{30-10} = \dfrac{2}{20} = 0.1$

14. 농도가 5% 인 소금물과 8% 의 소금물을 섞어서 농도가 7% 인 소금물로 만들었다. 농도가 5% 인 소금물의 양을 x g, 8% 의 소금물의 양을 y g 라고 하여 식을 세웠다. 이 식으로 맞는 것은?

① $\frac{5}{100}x+\frac{8}{100}y=\frac{7}{100}xy$

② $5x+8y=x+y$

③ $\frac{8}{100}x+\frac{5}{100}y=\frac{7}{100}(x+y)$

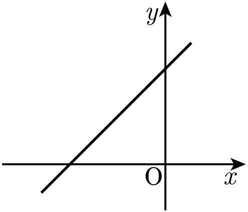
④ $\frac{5}{100}x+\frac{8}{100}y=\frac{7}{100}(x+y)$

⑤ $\frac{5}{100}x+\frac{8}{100}x=\frac{7}{100}y$

해설

$$\frac{5}{100}x+\frac{8}{100}y=\frac{7}{100}(x+y)$$

15. 일차방정식 $x-ay+b=0$의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 옳은 것은?



① $a>0,\ b>0$　② $a>0,\ b<0$　③ $a<0,\ b>0$

④ $a<0,\ b=0$　⑤ $a=0,\ b=0$

해설

$x-ay+b=0$는 $y=\frac{1}{a}x+\frac{b}{a}$이므로 $\frac{1}{a}>0$, $\frac{b}{a}>0$이다.

따라서 $a>0,\ b>0$ 이다.

16. 직선의 방정식 $6x-3y+5=0$ 의 그래프와 평행한 일차함수 $y=ax+b$ 가 $f(-4)=0$ 을 만족할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$6x-3y+5=0$ 을 변형하면 $y=2x+\frac{5}{3}$ 이므로 이 그래프와 평행한 $y=ax+b$ 의 기울기는 2 이다. 또한 이 함수가 $f(-4)=0$ 를 만족하므로 $x=-4$, $y=0$ 을 대입하면 $0=2\times(-4)+b$, $b=8$

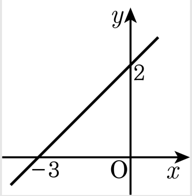
따라서 $a+b=2+8=10$ 이다.

17. $2x-3y+6=0$의 그래프와 x축 및 y축으로 둘러싸인 도형의 넓이는?

① -2 ② -3 ③ 2 ④ 3 ⑤ 0

해설

그래프가 x축, y축과 만나는 점이 각각 $(-3,0)$, $(0,2)$ 이므로 도형의 넓이는 $\frac{1}{2}\times 3\times 2=3$이다.



18. 다음의 서로 다른 4 개의 직선이 오직 한 점에서 만나도록 상수 a, b 의 값을 정할 때, $a+b$ 의 값은?

$2x+y=7$, $ax+7y=-2$, $x-y=2$, $3x+by=9$

① -17 ② -9 ③ -3 ④ 0 ⑤ 3

해설

$$\begin{cases} 2x+y=7 & \cdots\cdots ① \\ ax+7y=-2 & \cdots\cdots ② \\ x-y=2 & \cdots\cdots ③ \\ 3x+by=9 & \cdots\cdots ④ \end{cases}$$

4 개의 직선이 한 점에서만 만나므로, ①, ③의 교점을 ②, ④가 지나도록 a, b 를 정하면 된다.

① + ③ : $3x=9$ $\therefore$ $x=3$

이것을 ③에 대입하면 $3-y=2$ $\therefore$ $y=1$

즉, ①, ③의 교점의 좌표는 $(3,\ 1)$ 이고, 이것을

②에 대입하면, $3a+7=-2$, $3a=-9$, $\therefore$ $a=-3$

④에 대입하면, $9+b=9$ $\therefore$ $b=0$

$\therefore$ $a+b=-3+0=-3$

19. 다음 일차함수의 그래프 중 일차함수 $y = -4x + 8$의 그래프와 교점이 무수히 많이 생기는 경우는 ?

① $4x - 8 - y = 0$ ② $4x - y + 8 = 0$ ③ $y - 4x - 8 = 0$
④ $y + 4x - 8 = 0$ ⑤ $y + 4x + 8 = 0$

해설

교점이 무수히 많이 생기는 경우는 두 그래프가 일치할 경우이다.
두 그래프가 일치하기 위해서는 기울기와 절편이 같아야 하므로
④ $y + 4x - 8 = 0 \Rightarrow y = -4x + 8$이다.

20. 두 점 A$\left(\frac{1}{2},\ 3\right)$, B$(4,\ -2)$에 대하여 일차함수 $y=ax+4$의 그래프가 $\overline{\text{AB}}$ 와 만나도록 하는 상수 a의 값의 범위는?

① $-4 \le a \le -\frac{3}{2}$ ② $-2 \le a \le \frac{3}{2}$ ③ $-4 \le a \le \frac{3}{2}$

④ $-2 \le a \le -\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{3}{2} \le a \le 4$

해설

일차함수 $y=ax+4$의 그래프가

점 A$\left(\frac{1}{2},\ 3\right)$ 과 만날 때 : $3=\frac{1}{2}a+4$

$\therefore\ a=-2$

점 B$(4,\ -2)$ 와 만날 때 : $-2=4a+4$

$\therefore\ a=-\frac{3}{2}$

즉, 일차함수 $y=ax+4$ 가 $\overline{\text{AB}}$ 와 만나기 위해서는 일차함수의 기울기가 -2와 $-\frac{3}{2}$ 사이에 있어야 한다.

$\therefore\ -2 \le a \le -\frac{3}{2}$

21. 일차함수 $f(x)=(2m-1)x-2m$ 에서 $3f(-1)+\frac{1}{2}f(0)=f(n)$, $f(2)=4$ 일 때, $m+2n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -9

해설

$f(2)=4$ 이므로

$4=(2m-1)\times 2-2m$,

$2m=6$, $m=3$

$\therefore f(x)=5x-6$

$3f(-1)+\frac{1}{2}f(0)=3\times(-11)+\frac{1}{2}\times(-6)=-36$

$f(n)=-36$ 이므로 $5n-6=-36$, $n=-6$

$\therefore m+2n=3+2\times(-6)=-9$

22. 점 $\left(\frac{1}{3},\ \frac{2}{3}\right)$를 지나는 일차함수 $y=ax-\frac{2}{3}$의 그래프를 y축 방향으로 2만큼 평행이동하였더니 점 $\left(\frac{1}{3}m,\ m\right)$을 지난다. 이때, m의 값은?

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

일차함수 $y=ax-\frac{2}{3}$의 그래프가 점 $\left(\frac{1}{3},\ \frac{2}{3}\right)$를 지나므로 $\frac{2}{3}=a\times\frac{1}{3}-\frac{2}{3}$, $a=4$이다.

따라서 주어진 함수는 $y=4x-\frac{2}{3}$이고 y축 방향으로 2만큼 평행이동하면 $y=4x+\frac{4}{3}$이고, 이 그래프 위에 점 $\left(\frac{1}{3}m,\ m\right)$이 있으므로

$m=\frac{4}{3}m+\frac{4}{3}$가 성립한다.

$\therefore\ m=-4$

23. 다음 일차함수의 그래프 중에서 x절편과 y절편의 곱이 가장 큰 것은?

① $y=\frac{2}{3}(x-4)$　② $y=4(x+1)$　③ $y=-\frac{5}{3}(6-x)$

④ $y=2x+3$　⑤ $y=-4x-\frac{2}{3}$

해설

① $4\times\left(-\frac{8}{3}\right)=-\frac{32}{3}$

② $(-1)\times 4=-4$

③ $6\times(-10)=-60$

④ $-\frac{3}{2}\times 3=-\frac{9}{2}$

⑤ $-\frac{1}{6}\times\left(-\frac{2}{3}\right)=\frac{1}{9}$

24. 세 점 $(1,\ 2)$, $(-2,\ -3)$, $(p,\ q)$가 한 직선 위에 있을 때, $-\dfrac{3q}{5p+1}$의 값은?

① 0　　② 2　　③ -2　　④ 1　　⑤ -1

해설

$\dfrac{2-(-3)}{1-(-2)} = \dfrac{q-2}{p-1}$에서

$\dfrac{5}{3} = \dfrac{q-2}{p-1}$, $5p-5=3q-6$　　$\therefore 5p+1=3q$

따라서 $-\dfrac{3q}{5p+1} = -\dfrac{3q}{3q} = -1$이다.

25. $2x-5y+3=0$의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

① 직선의 기울기는 $\frac{2}{5}$이다.

② x절편은 $-\frac{3}{2}$, y절편은 $\frac{3}{5}$이다.

③ $y=\frac{2}{5}x$의 그래프와 평행이다.

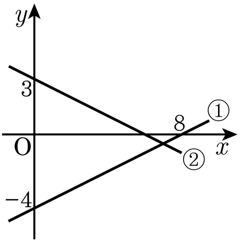
④ 제2 사분면을 지나지 않는다.

⑤ 점 $(6,\ 3)$을 지난다.

해설

$y=\frac{2}{5}x+\frac{3}{5}$의 그래프는 제4 사분면을 지나지 않는다.

26. 일차함수 $y = ax+b$의 그래프는 다음 그림의 ①번 그래프와 평행하고, ②번 그래프와 y축 위에서 만난다고 한다. 이 때, $y = ax + b$의 그래프가 x축과 만나는 점의 x좌표는?



① -6　　② 6　　③ 3　　④ -3　　⑤ -2

해설

①번 그래프의 기울기는 $\dfrac{0-(-4)}{8-0} = \dfrac{1}{2}$이고, 이 그래프와 평행하므로 기울기는 같다.
②번 그래프와 y축 위에서 만나므로 y절편이 같다.
따라서 주어진 함수의 식은 $y = \dfrac{1}{2}x + 3$이다.
이 함수의 x절편은 $0 = \dfrac{1}{2}x + 3$, $x = -6$이다.

27. 두 일차함수 $y = -3x + 6$과 $y = ax + b$의 그래프가 x축 위에서 만날 때, 두 그래프의 y 절편을 각각 t, s라고 하면 $\frac{2}{3}|t| = |s|$를 만족한다고 한다. $a \times b$의 값은? (단, $s < 0$)

① -4 ② -2 ③ 2 ④ 4 ⑤ -8

해설

$y = -3x + 6$의 y절편은 6이므로 $t = 6$이고 $\frac{2}{3}|t| = |s|$이므로
$s = +4, \ -4$인데 $s < 0$이므로
$s = -4$, 즉 $b = -4$이다.
또한 $y = -3x + 6$의 x절편 2와 $y = ax + b$의 x절편이 같으므로
$0 = 2 \times a - 4$, $a = 2$에서 $a \times b = -8$이다.

28. 길이가 20cm, 30cm 인 두 개의 양초 A, B 에 불을 붙였더니 A 는 1 분에 0.2cm, B 는 1 분에 0.3cm 씩 길이가 줄어들었다. 동시에 불을 붙였을 때, A, B 의 길이가 같아지는 것은 불을 붙인지 몇 분 후인가?

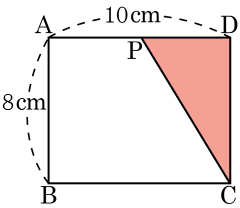
① 30 분 ② 40 분 ③ 50 분

④ 80 분 ⑤ 100 분

해설

x 분 후의 두 양초 A, B 의 길이 $y$cm 는 각각 $y = 20 - 0.2x$, $y = 30 - 0.3x$ 이다. 따라서 두 일차함수의 그래프의 교점은 $(100, 0)$ 이므로 두 양초의 길이는 100 분 후에 같아진다.

29. 다음 그림의 직사각형 ABCD 에서 $\overline{BC}$ = 10cm , $\overline{AB}$ = 8cm 이고 점 P는 A를 출발하여 매초 2cm 씩 점 D를 향해 움직이고 있다. x초 후의 □ABCP 의 넓이를 $y\text{cm}^2$ 라고 할 때, x, y 사이의 관계식을 구하면 ?



① $y = 8x + 40$ ② $y = 4x + 8$ ③ $y = 5x + 10$

④ $y = 20$ ⑤ $y = 40$

해설

사각형 ABCP는 선분 AP를 윗변, BC를 아랫변, AB 를 높이로 하는 사다리꼴이므로

넓이는 $y = 8 \times (2x + 10) \times \frac{1}{2} = 8x + 40$

30. 두 일차함수 $y=(m-1)x-m+3n$, $y=(n-m)x+n-1$의 그래프가 일치할 때, 상수 m, n에 대하여 mn의 값은?

① $-\frac{1}{9}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{9}$

해설

$m-1=n-m$, $-m+3n=n-1$이므로

$$\begin{cases} 2m-n=1 \\ -m+2n=-1 \end{cases}$$

연립방정식의 해를 구하면, $m=\frac{1}{3}$, $n=-\frac{1}{3}$이다.

$\therefore mn=\frac{1}{3}\times\left(-\frac{1}{3}\right)=-\frac{1}{9}$

31. 일차방정식 $ax+by+3=0$의 그래프의 기울기는 -2이고, y축 방향으로 -2만큼 평행이동한 일차방정식은 $ax+by+7b=0$이다. 이때, $a+b$의 값은?

① $\frac{1}{5}$　　② $\frac{2}{5}$　　③ $\frac{3}{5}$　　④ $\frac{7}{5}$　　⑤ $\frac{9}{5}$

해설

i) $ax+by+3=0$은 $y=-\frac{a}{b}x-\frac{3}{b}$ 이다. $-\frac{a}{b}=-2,\ a=2b$ 이다.

ii) $y=-\frac{a}{b}x-\frac{3}{b}$을 y축 방향으로 -2만큼 평행이동한 식은

$y=-\frac{a}{b}x-\frac{3}{b}-2$,

$ax+by+7b=0$을 y에 대하여 풀면 $y=-\frac{a}{b}x-7$

$-\frac{3}{b}-2=-7$, $b=\frac{3}{5}$ 이므로 $a=\frac{6}{5}$ 이다.

$\therefore a+b=\frac{9}{5}$

32. 일차방정식 $(2a-1)x-by+2=0$의 그래프가 점 $(3,\ -4)$를 지나고 일차방정식 $y=2$에 평행한 직선일 때, 상수 a, b에 대하여 $\frac{b}{a}$의 값은?

① -2 ② -1 ③ $-\frac{1}{2}$ ④ 3 ⑤ 4

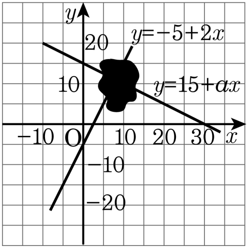
해설

$(2a-1)x-by+2=0$이 x축에 평행한 직선이므로 $2a-1=0$이고 $y=\frac{2}{b}$가 성립한다.

점 $(3,-4)$를 지나므로 식은 $y=-4$이고, $a=\frac{1}{2}$, $b=-\frac{1}{2}$이다.

따라서 $\frac{b}{a}=-1$이다.

33. 두 그래프 $y=15+ax$와 $y=-5+2x$의 그래프를 그린 것인데 잉크가 번져 일부가 보이지 않게 된 것이다. 교점의 좌표를 구하면?



① $(7,\ 10)$　② $(8,\ 11)$　③ $(9,\ 9)$

④ $(8,\ 10)$　⑤ $(9, 10)$

해설

두 직선의 교점의 좌표는 연립방정식

$$\begin{cases} y = 15 - \frac{1}{2}x \cdots ㉠ \\ y = -5 + 2x \cdots ㉡ \end{cases}$$ 의 해이므로

㉠ $-$ ㉡을 하면,

$0 = 20 - \frac{5}{2}x$, $\frac{5}{2}x = 20$,

$5x = 40$, $x = 8 \cdots$ ㉢

㉢을 ㉡에 대입하면

$y = -5 + 16,\ y = 11$

그러므로 교점의 좌표는 $(8,\ 11)$이다.

34. 두 직선 $ax+by=-2$, $ax-by=10$ 의 교점의 좌표가 $(1,3)$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

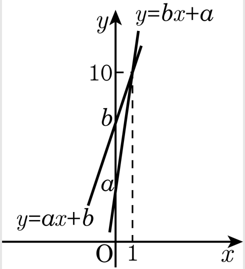
$ax+by=-2$ 가 점 $(1,3)$ 을 지나므로 $a+3b=-2$ $\cdots$㉠
$ax-by=10$ 이 점 $(1,3)$ 을 지나므로 $a-3b=10$ $\cdots$㉡
㉠ − ㉡을 연립하여 풀면 $a=4, b=-2$
$\therefore a+b=4-2=2$

35. 두 직선 $y = ax + b$ 와 $y = bx + a$ 의 교점의 y 좌표가 10 이고 이 직선과 $x = 0$ 으로 둘러싸인 도형의 넓이가 2 일 때, 상수 a, b 의 곱 ab 의 값은? (단, $b > a > 0$)

① 12　② 17　③ 21　④ 24　⑤ 32

해설

두 직선이 $(1,\ a+b)$ 를 지나므로 $a + b = 10$ ⋯ ㉠



삼각형의 넓이가 2 이므로 $\frac{1}{2} \times (b-a) \times 1 = 2$, $b - a = 4$ ⋯ ㉡

㉠, ㉡ 을 연립하여 풀면 $a = 3,\ b = 7$

$\therefore\ ab = 21$

36. $y = -x + 3$, $y = 2x + a$ 의 그래프는 y 축에서 만나고, $y = bx + 1$, $y = -2x + 2$ 의 그래프는 x 축에서 만난다고 할 때, 직선 $y = ax + b$ 의 x 절편을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{3}$

해설

$y = -x+3$, $y = 2x+a$ 의 그래프는 y 축에서 만나므로 y 절편이 같다. $\therefore\ a = 3$

$y = bx+1$, $y = -2x+2$ 의 그래프는 x 축에서 만나므로 x 절편이 같다.

$-\frac{1}{b} = 1 \qquad \therefore\ b = -1$

따라서 $y = ax + b$ 는 $y = 3x - 1$ 이고, x 절편은 $\frac{1}{3}$ 이다.

37. 일차함수 $y = ax$의 그래프를 y축 방향으로 3만큼 평행 이동한 그래프와 일차함수 $y = x + 6a$가 x축 위에서 서로 만난다. $2a^2$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$y = ax$의 그래프를 y축 방향으로 3만큼 평행 이동한 그래프는 $y = ax + 3$이고

이 함수의 x절편은 $-\dfrac{3}{a}$이다.

그리고 $y = x + 6a$의 x절편은 $-6a$인데 두 함수의 x절편이 같으므로

$-6a = -\dfrac{3}{a}$

$6a^2 = 3$

$a^2 = \dfrac{1}{2}$

$\therefore 2a^2 = 2 \times \dfrac{1}{2} = 1$

38. 일차함수 $y = ax - 1$ 이 $1 \le x \le b$ 인 범위에서 $0 \le y \le 4$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

1) $a > 0$ 일 때,

x 의 값이 증가함에 따라 y 의 값도 증가하므로 일차함수 $y = ax - 1$ 은 두 점 $(1,\ 0)$, $(b,\ 4)$ 를 지난다.

$0 = a - 1$

$4 = ab - 1$

$\therefore\ a = 1,\ b = 5$

2) $a < 0$ 일 때,

x 의 값이 증가함에 따라 y 의 값은 감소하므로 일차함수 $y = ax - 1$ 은 두 점 $(1,\ 4)$, $(b,\ 0)$ 을 지난다.

$4 = a - 1$

$0 = ab - 1$

$\therefore\ a = 5,\ b = \dfrac{1}{5}$ (그러나 $a < 0$ 인 조건에 만족하지 못하므로 적합하지 않다.)

따라서 $a + b$ 의 값은 6 이다.

39. 직선 l 은 y 절편이 A(0, 2) 이고 직선 m 은 y 절편이 B(0, -3) 이다. 두 직선은 C(2, 1) 에서 수직으로 만나고, 직선 m 이 x 축과 만나는 점을 D 라 할 때, 좌표점 D 의 x 값은 $\frac{3}{2}$ 이다. 좌표평면 상의 원점을 O 라 할 때 사각형 AODC 의 넓이를 구하여라.

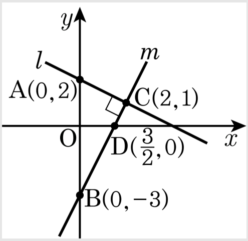
▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{11}{4}$

해설

직선 m 은 x 절편이 $\frac{3}{2}$ 이고 y 절편이 -3 이므로

직선의 방정식은



$\frac{x}{\frac{3}{2}} + \frac{y}{-3} = 1 \therefore y = 2x - 3$

직선 l 은 직선 m 과 수직으로 교차하므로 기울기는 $-\frac{1}{2}$ 이고 y 절편이 2 이므로 $y = -\frac{1}{2}x + 2$ 이다.

사각형 AODC 의 넓이는 $\triangle ABC - \triangle OBD$ 이다.

$\therefore \frac{1}{2} \times 2 \times 5 - \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \times 3 = \frac{11}{4}$

40. $2|x|+3|y|=8$ 의 그래프로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{64}{3}$

해설

$2|x|+3|y|=8$

1) $x \geq 0,\ y \geq 0$ 일 때,

$2x+3y=8$ 에서 $y=-\frac{2}{3}x+\frac{8}{3}$

2) $x \geq 0,\ y < 0$ 일 때,

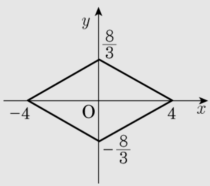
$2x-3y=8$ 에서 $y=\frac{2}{3}x-\frac{8}{3}$

3) $x < 0,\ y \geq 0$ 일 때,

$-2x+3y=8$ 에서 $y=\frac{2}{3}x+\frac{8}{3}$

4) $x < 0,\ y < 0$ 일 때, $-2x-3y=8$ 에서

$y=-\frac{2}{3}x-\frac{8}{3}$ 이므로 다음 그래프와 같다.



따라서 구하는 도형의 넓이는

$4\times\left(\frac{1}{2}\times4\times\frac{8}{3}\right)=\frac{64}{3}$ 이다.

41. 다음 두 점 $(2, -1)$, $(-2, 1)$을 지나는 직선에 평행한 직선을 그래프로 갖는 일차함수는?

① $y = 2x + \frac{1}{2}$　② $y = \frac{1}{2}x + 5$　③ $y = -2x - \frac{1}{2}$

④ $y = 3x + 5$　⑤ $y = -\frac{1}{2}x - 10$

해설

$$(\text{기울기}) = \frac{1-(-1)}{-2-2} = -\frac{1}{2}$$

42. 용량이 5 L 인 A 용기에 a 용액을 가득 담는데 필요한 시간은 50 분이고 용량이 3 L 인 B 용기에 b 용액을 담는데 필요한 시간은 90 분이다. 만약 각각의 용기에 각각의 용액을 담기 시작하는 시각을 A 용기는 정해진 시각에서 t 분 늦추고 B 용기는 그 시각보다 $f(t)$ 분 일찍 용액을 담기 시작하면 A 용기가 B 용기보다 5 분 일찍 가득찬다고 할 때, 함수 $f(t)$ 의 식을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-t+35$

해설

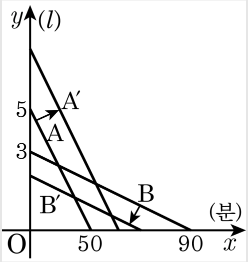
각 용기에 용액이 채워지고 남은 용량을 y L, 용액을 채우는 시간을 x 분으로 놓고 식을 세우면

A 용기의 방정식 :

$\frac{x}{50}+\frac{y}{5}=1$ 에서 $y=-\frac{1}{10}x+5 \cdots$ ㉠

B 용기의 방정식 :

$\frac{x}{90}+\frac{y}{3}=1$ 에서 $y=-\frac{1}{30}x+3 \cdots$ ㉡



A 용기에 용액을 담기 시작하는 시간을 정해진 시간보다 t 분 늦추었으므로 ㉠에 x 대신 $x-t$ 를 대입하면

$y=-\frac{1}{10}(x-t)+5 \cdots$ ㉢

B 용기에 용액을 담기 시작하는 시간을 정해진 시간보다 $f(t)$ 분 앞당겼으므로 ㉡에 x 대신 $x+f(t)$ 를 대입하면

$y=-\frac{1}{30}(x+f(t))+3 \cdots$ ㉣

각각의 용기가 가득차는 시간에서 A 용기가 B 용기보다 5 분 빠르므로

(㉣의 x절편) $-$ (㉢의 x절편) $=5$ 이다.

㉢ 의 x 절편은 $50+t$, ㉣ 의 x 절편은 $90-f(t)$

$90-f(t)-50-t=5 \therefore \ f(t)=-t+35$

43. 어느 회사의 미국 통화 요금은 기본 30 초까지는 통화 시간에 관계없이 200 원을 부과하고, 이후 초과되는 통화시간에 대해 초당 10 원을 부과한다. 통화 시간을 x 초, 요금을 y 원로 하는 식을 좌표평면의 그래프로 나타낼 때, 이 그래프와 x 축, $x = 120$ 이 이루는 도형의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 64500

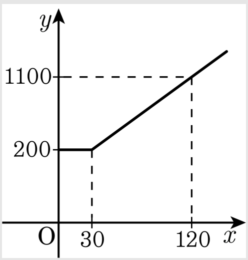
해설

(1) $0 \leq x \leq 30$ 일 때, $y = 200$

(2) $x > 30$ 일 때, $y = 200 + 10(x - 30)$

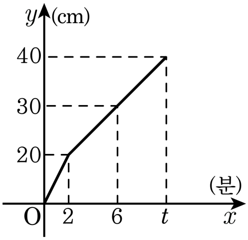
$\therefore\ y = 10x - 100$

이 그래프와 x 축과 $x = 120$ 이 이루는 도형은 다음과 같다.



따라서 구하는 도형의 넓이는 $30 \times 200 + \frac{1}{2} \times \{(200 + 1100) \times 90\} = 64500$ 이다.

44. 다음은 높이가 40cm 인 원기둥 모양의 그릇에 부피가 더 작은 원기둥 모양의 추 A , B 가 위 아래로 나란히 서 있을 때, 그릇에 시간당 일정한 양의 물을 붓기 시작한지 x 분 후의 물의 높이 $y$cm 를 그래프로 나타낸 것이다. 만약 두 개의 추 중에서 위쪽에 있는 추 B 를 빼고 물을 붓는다고 가정하면 물이 가득 차는 시각은 물을 붓기 시작한 지 t 분 후라고 할 때, 새로운 그래프와 x 축, 직선 $x = t$ 로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하여라.

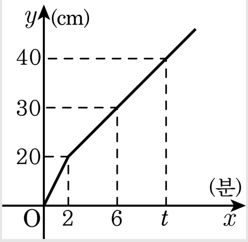


▶ 답 :

▷ 정답 : 260

해설

주어진 그래프에서 물의 높이의 변화 비율이 처음으로 달라지는 시각인 2 분에서 저울추 A 의 높이만큼 물이 찼고, 두 번째로 달라지는 시각인 6 분에서 저울추 B 의 높이만큼 물이 찼음을 알 수 있다. 따라서, 추 B 를 빼고 물을 부었을 때 물을 붓기 시작한지 x 분 후의 물의 높이 $y$cm 의 그래프는 다음 그림과 같다.



2 분이 지났을 때, 물의 높이 변화 그래프의 방정식은 $y - 20 = \frac{30-20}{6-2}(x-2)$ 이므로

$y = \frac{5}{2}x + 15$ 이므로 높이 40cm 가 다 찼을 때의 $t = 10$ 분이다.

따라서 새로운 그래프와 x 축, 직선 $x = t$ 로 둘러싸인 부분의 넓이는

$\frac{1}{2} \times 2 \times 20 + \frac{1}{2} \times (20 + 40) \times 8 = 260$ 이다.

45. 직선 $\frac{x}{5}+\frac{y}{3}=1$과 직선 $\frac{a}{5}x+\frac{b}{3}y=1$이 평행하고 점 $(a,\ b)$는 직선 $\frac{x}{5}+\frac{y}{3}=1$ 위의 점일 때, $a+b$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{15}{4}$

해설

평행일 조건 : $\dfrac{\left(\frac{1}{5}\right)}{\left(\frac{a}{5}\right)}=\dfrac{\left(\frac{1}{3}\right)}{\left(\frac{b}{3}\right)}\neq\dfrac{1}{1}$

$\frac{1}{a}=\frac{1}{b},\ a=b$

$\frac{x}{5}+\frac{y}{3}=1$에 점 $(a,\ b)$를 대입하면

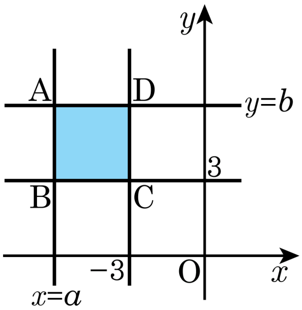
$\frac{a}{5}+\frac{b}{3}=1$

$\frac{3a+5b}{15}=1,\ 3a+5b=15$

$a=b$이므로 $3a+5a=15$에서 $8a=15$

$\therefore\ a=b=\frac{15}{8},\ a+b=\frac{15}{4}$

46. 네 직선 $x=-3, x=a, y=3, y=b$ 의 그래프로 둘러싸인 □ABCD 의 넓이가 9 이고 $\overline{\mathrm{AB}}:\overline{\mathrm{AD}}=1:1$ 일 때, ab 를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : -36

해설

i) $\overline{\mathrm{AB}}:\overline{\mathrm{AD}}=1:1$ 이므로 $\overline{\mathrm{AB}}=k$, $\overline{\mathrm{AD}}=k$ 라고 하면 $k^2=9$, $k=3(\because k>0)$ 이다.

ii) $a=-3-3=-6$, $b=3+3=6$ 이다.

따라서 $ab=-36$ 이다.

47. 두 직선 $3x+2y-9=0, 7x+3y-11=0$ 의 교점을 지나고 직선 $y=\frac{3}{2}x+4$와 y 축 위에서 만나는 직선의 x 절편은?

① -1 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$\begin{cases} 3x+2y-9=0 & \cdots ㉠ \\ 7x+3y-11=0 & \cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=-1, y=6$

또, y 절편이 4이므로 구하는 직선을 $y=ax+4$ 라 놓고 $x=-1, y=6$ 을 대입하면

$6=-a+4 \therefore a=-2$

$\therefore y=-2x+4$

$y=0$ 일 때, $0=-2x+4 \therefore x=2$

48. 세 직선 $-2x+y-5=0$, $ax+2y-2=0$, $4x-y-3=0$으로 삼각형이 이루어지지 않을 때, a의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -18

해설

i) $ax+2y-2=0$ 이 다른 직선과 평행일 경우

$\frac{-2}{a}=\frac{1}{2}$에서 $a=-4$

$\frac{a}{4}=\frac{2}{-1}$에서 $a=-8$

ii) 세 직선이 한 점에서 만날 경우

$$\begin{array}{rl} & -2x+y+5=0 \\ -) & 4x-y-3=0 \\ \hline & 2x \quad -8=0 \\ & x \quad =4 \end{array}$$

$x=4$를 $-2x+y-5+0$에 대입하면

$-2\times4+y-5=0$, $y=13$,

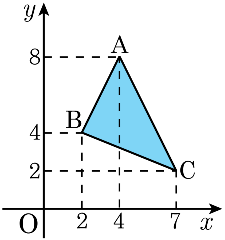
$ax+2y-2=0$에 점 $(4,13)$을 대입하면

$4a+26-2=0$, $4a+24=0$, $a=-6$,

따라서 모든 a값의 합은

$-4-8-6=-18$

49. 다음 그림과 같이 세 점 A$(4,\ 8)$, B$(2,\ 4)$, C$(7,\ 2)$를 꼭짓점으로 하는 $\triangle$ABC가 있다. 직선 $y=x+k$가 $\triangle$ABC와 만나기 위한 k의 값이 될 수 있는 정수는 모두 몇 개인지 구하여라.

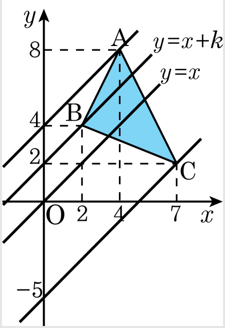


▶ **답 :** ______ 개

▷ **정답 :** 10 개

해설

$y=x+k$가 점 A를 지날 때 k의 최댓값은 4이고
$y=x+k$가 점 C를 지날 때 k의 최솟값은 -5이다
$\therefore\ -5\le k\le 4$
따라서 정수 k의 값은 10개이다.



50. 좌표평면 위의 네 점 A(−1, 2), B(2, 4), C(4, 3), D(4, 0) 과 원점 O 로 만들 수 있는 오각형 OABCD 의 넓이를 점 B 를 지나는 직선이 이등분한다고 할 때, 이 직선의 x 절편을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{3}{4}$

해설

점 B 에서 x 축에 수선을 내려 그 교점을 P 라 하면

사다리꼴 PBCD 의 넓이는 $\frac{1}{2}\times 2\times(4+3)=7$

$$\begin{aligned}\square\mathrm{BAOP} &= \triangle\mathrm{ABP}+\triangle\mathrm{AOP}\\ &= \frac{1}{2}\times\{(4\times 3)+(2\times 2)\}=8\end{aligned}$$

사다리꼴 PBCD 와 □BAOP 의 넓이의 차는 1 이다. 구하는 직선의 x 절편을 M(a, 0) 이라 하면

$\triangle\mathrm{BMP}=1\times\frac{1}{2}=\frac{1}{2}\times 4\times(2-a)$ 에서 $a=\frac{7}{4}$ 이다. 따라서

구하는 직선의 x 절편은 $\frac{7}{4}$ 이다.