1. 직사각형의 네 변의 중점을 E, F, G, H 라고 할 때, □EFGH 는 어떤 사각형인가?

① 마름모 ② 직사각형 ③ 사다리꼴

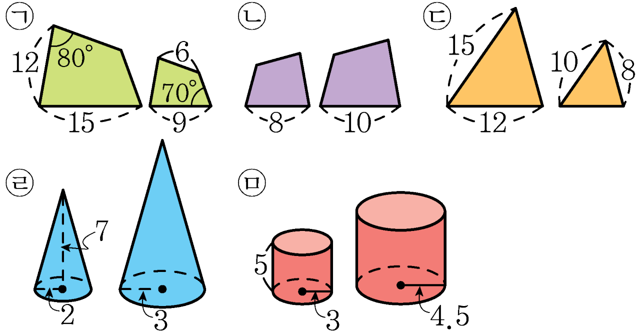
④ 정사각형 ⑤ 평행사변형

해설

사각형의 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형은 다음과 같다.
사각형 → 평행사변형
등변사다리꼴 → 마름모
마름모 → 직사각형
직사각형 → 마름모
정사각형 → 정사각형
따라서 답은 ①이다.

2. 다음 그림에서 닮음비가 같은 도형끼리 묶은 것은?

보기

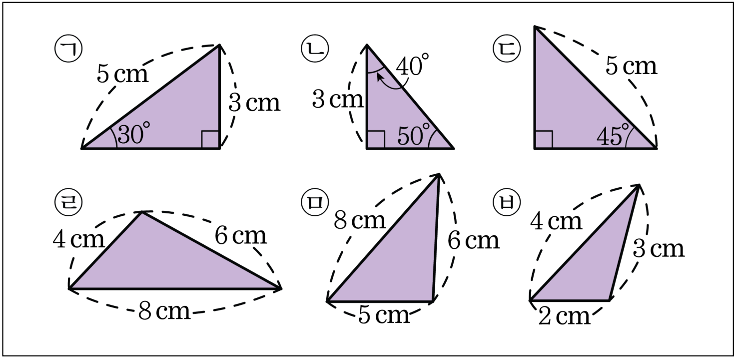


① ㉠, ㉢　② ㉠, ㉡　③ ㉢, ㉣　④ ㉣, ㉤　⑤ ㉢, ㉤

해설

㉠ 5 : 3
㉡ 4 : 5
㉢ 3 : 2
㉣ 2 : 3
㉤ 3 : 4.5 = 30 : 45 = 6 : 9 = 2 : 3
따라서 닮음비가 같은 것은 ㉣, ㉤이다.

3. 다음 도형 중 SSS 닮음인 도형끼리 나열한 것은?

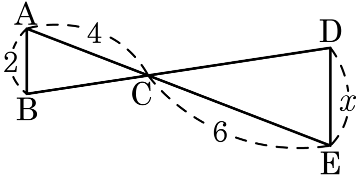


① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉡, ㉢ ④ ㉣, ㉤ ⑤ ㉣, ㉥

해설

두 쌍의 대응각이 같은 SSS 닮음을 찾는다. SSS 합동은 ㉣, ㉥ 이다.

4. 다음 그림에서 $\overline{AB} // \overline{DE}$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이는?



① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

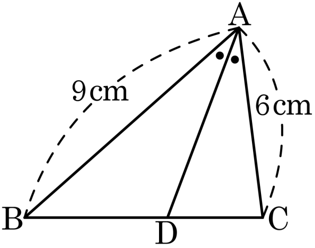
$\triangle ABC \backsim \triangle EDC$ (AA 닮음) 이므로

$\overline{AC} : \overline{EC} = \overline{AB} : \overline{ED}$

$4 : 6 = 2 : x$

$4x = 12 \qquad \therefore \; x = 3$

5. 다음 그림에서 $\overline{AD}$ 는 $\angle BAC$ 의 이등분선이고, $\overline{AB} = 9$, $\overline{AC} = 6$ 이다. $\triangle ABD$ 의 넓이를 a 라고 할 때, $\triangle ADC$ 의 넓이를 a 에 관하여 나타내면?



① $\frac{3}{2}a$　② $2a$　③ $\frac{2}{3}a$　④ $3a$　⑤ $\frac{5}{3}a$

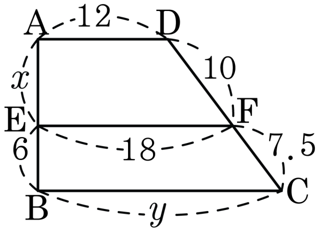
해설

$\overline{BD} : \overline{DC} = 9 : 6 = 3 : 2$ 이므로 $\triangle ABD : \triangle ADC = 3 : 2$

$a : \triangle ADC = 3 : 2$

$\therefore\ \triangle ADC = \frac{2}{3}a$

6. 다음 그림에서 $\overline{AD} \,//\, \overline{EF} \,//\, \overline{BC}$ 일 때, $x+y$ 의 값은?



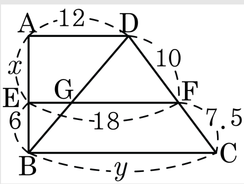
① 10.5 ② 22.5 ③ 30.5 ④ 24 ⑤ 30

해설

$\overline{DF} : \overline{FC} = 10 : 7.5 = 4 : 3$ 이므로 $\overline{AE} : \overline{EB} = x : 6 = 4 : 3$, $x = 8$이다.

$\overline{BD}$와 $\overline{EF}$가 만나는 점을 G라고 하면, $\overline{EG} : \overline{AD} = 6 : (6+8) = 3 : 7$이므로

$\overline{EG} : 12 = 3 : 7 \quad \therefore \overline{EG} = \dfrac{36}{7}$ 이다.



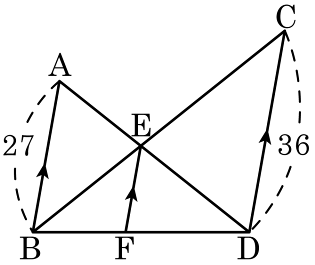
$\therefore \ \overline{GF} = 18 - \dfrac{36}{7} = \dfrac{90}{7}$

$\overline{GF} : \overline{BC} = 12 : (12+9) = 4 : 7$ 이므로

$\dfrac{90}{7} : y = 4 : 7,\ y = 22.5$ 이다.

따라서 $x+y = 30.5$ 이다.

7. 다음 그림에서 $\overline{BF} : \overline{FD}$ 의 비는?



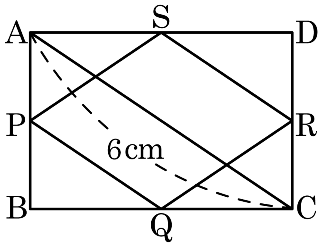
① 2 : 3 ② 3 : 4 ③ 3 : 5 ④ 4 : 5 ⑤ 5 : 6

해설

$\triangle ABE \backsim \triangle DCE$ 이므로

$\overline{AE} : \overline{DE} = \overline{AB} : \overline{CD} = 3 : 4$, $\overline{AE} : \overline{DE} = \overline{BF} : \overline{FD} = 3 : 4$

8. 다음그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 각 변의 중점을 각각 P, Q, R, S 라고 하고, 대각선 AC 의 길이가 6cm 일 때, 각 변의 중점을 차례로 이어서 만든 □PQRS 의 둘레의 길이는?



① 11cm ② 12cm ③ 13cm ④ 14cm ⑤ 15cm

해설

$\triangle$ABC 와 $\triangle$ACD 에서 삼각형의 중점연결 정리에 의하여

$\overline{PQ} = \frac{1}{2}\overline{AC}$, $\overline{SR} = \frac{1}{2}\overline{AC}$

$\triangle$ABD 와 $\triangle$BCD 에서 삼각형의 중점연결 정리에 의하여

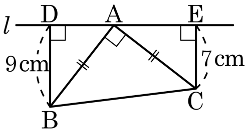
$\overline{PS} = \frac{1}{2}\overline{BD}$, $\overline{QR} = \frac{1}{2}\overline{BD}$

$\overline{AC} = \overline{BD}$ ($\because$ □ABCD가 직사각형) 이므로

$\overline{PQ} = \overline{SR} = \overline{PS} = \overline{QR} = \frac{1}{2}\overline{AC} = \frac{1}{2} \times 6 = 3\,(\mathrm{cm})$

$\therefore$ (□PQRS의 둘레의 길이) $= 3 \times 4 = 12\,(\mathrm{cm})$

9. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 직각이등변 삼각형의 두 꼭짓점 B, C 에서 직선 l 에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 하자. $\overline{BD} = 9\text{cm}$, $\overline{CE} = 7\text{cm}$ 일 때, 사다리꼴 BCED 의 넓이는?



① 81cm^2 ② 96cm^2 ③ 112cm^2

④ 128cm^2 ⑤ 256cm^2

해설

$\triangle ABD$, $\triangle CAE$ 에 대하여

$\angle BAD = \angle x$ 로 두면,

$\angle CAE = 180° - 90° - \angle x = 90° - \angle x$

$\angle ABD = 180° - 90° - \angle x = 90° - \angle x = \angle CAE$

$\overline{AB} = \overline{CA}$

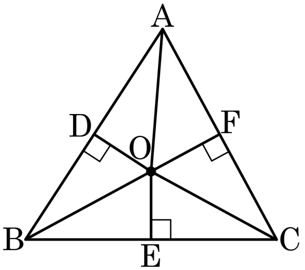
직각삼각형에서 빗변과 다른 한 각이 같으면 두 삼각형이 합동이므로

$\triangle ABD \equiv \triangle CAE$ (RHA 합동)

따라서 $\overline{DA} = 7\text{cm}$, $\overline{AE} = 9\text{cm}$ 이다.

사다리꼴 BCED 의 넓이$= \dfrac{(9+7)\times(9+7)}{2} = 128(\text{cm}^2)$

10. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\triangle BEO \equiv \triangle CEO$

② $\overline{AF} = \overline{CF}$

③ $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$

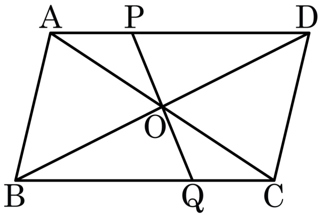
④ $\angle DAO = \angle DBO$

⑤ $\angle FOA = \angle DOA$

해설

$\angle FOA = \angle FOC$

11. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD의 두 대각선의 교점 O를 지나는 직선이 변 AD, BC와 만나는 점을 각각 P, Q라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



① $\overline{OA} = \overline{OC}$

② $\overline{OB} = \overline{OC}$

③ $\overline{OP} = \overline{OQ}$

④ $\overline{OD} = \overline{OB}$

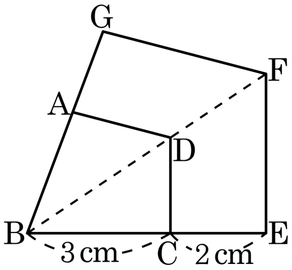
⑤ $\triangle AOP \equiv \triangle COQ$

해설

$\overline{AO} = \overline{OC}$, $\angle AOP = \angle COQ$, $\angle OAP = \angle OCQ$이므로 $\triangle AOP \equiv \triangle COQ$이다.

또한, 평행사변형의 두 대각선은 서로를 이등분하므로 $\overline{OB} \neq \overline{OC}$이다.

12. 다음 그림에서 □GBEF 는 □ABCD 와 서로 닮음이다. □ABCD 의 둘레의 길이가 24cm 일 때, □GBEF 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 40 cm

해설

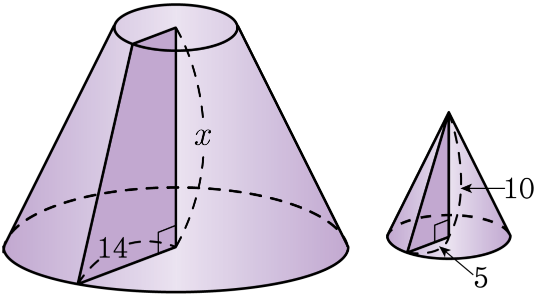
□ABCD : □GBEF 의 닮음비는 $\overline{BC} : \overline{BE} = 3 : (3+2) = 3 : 5$ 이므로

각 대응변의 길이의 비도 3 : 5 이고, 도형 전체의 둘레의 길이의 비도 3 : 5 가 된다.

□ABCD : □GBEF $= 3 : 5 = 24 : \boxed{}$

따라서 □GBEF 의 둘레의 길이는 40cm 이다.

13. 다음 그림과 같이 원뿔을 잘라 원뿔대와, 원뿔을 만들었다. 원뿔대의 높이 x의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

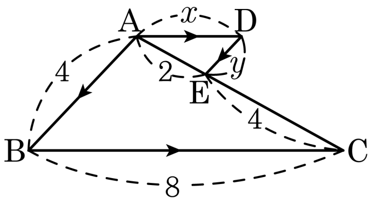
자르기 전 원뿔과 자른 후 생긴 원뿔은 서로 $5:14$ 의 닮음이다.
따라서 자르기 전 원뿔의 높이를 h 라고 하면,

$5:14=10:h$

$h=28$

x 의 값은 h 에서 자른 원뿔의 높이를 뺀 값이므로 $x=18$이다.

14. 다음 그림은 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$, $\overline{AB} /\!/ \overline{DE}$ 이다. $\overline{AB} = 4cm$, $\overline{AC} = 6$, $\overline{AE} = 2cm$, $\overline{BC} = 8cm$ 일 때, $\triangle ADE$ 의 둘레의 길이는?



① 4 ② 5 ③ 6 ④ 9 ⑤ 12

해설

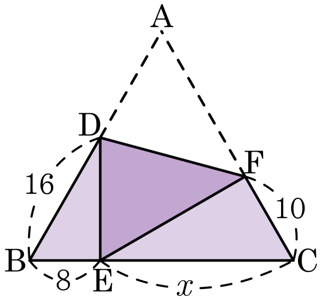
$\angle BAC$ 와 $\angle AED$, $\angle ACB = \angle DAE$ 이므로 $\triangle ABC \backsim \triangle EAD$(AA 닮음) 이다.

$4 : 8 : 6 = y : x : 2$

$x = \frac{8}{3}$, $y = \frac{4}{3}$

따라서 $\triangle ADE$ 의 둘레의 길이는 $2 + \frac{8}{3} + \frac{4}{3} = 6$ 이다.

15. 다음 그림은 정삼각형 ABC 의 꼭짓점 A 가 $\overline{\mathrm{BC}}$ 위의 점 E 에 오도록 접은 것이다. $\overline{\mathrm{BE}} = 8$, $\overline{\mathrm{CF}} = 10$, $\overline{\mathrm{DB}} = 16$ 일 때, x 의 값은?



① 16 ② 18 ③ 20 ④ 22 ⑤ 23

해설

$\angle\mathrm{DEF} = \angle\mathrm{DAF} = 60°$

$\angle\mathrm{BDE} + \angle\mathrm{BED} = 120°$

$\angle\mathrm{BED} + \angle\mathrm{FEC} = 120°$

$\angle\mathrm{BDE} = \angle\mathrm{FEC} \ \cdots$ ㉠

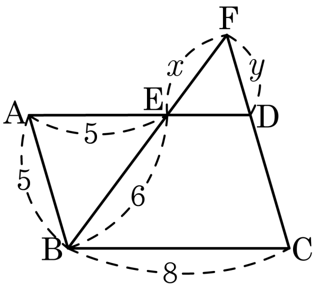
$\angle\mathrm{B} = \angle\mathrm{C} \ \cdots$ ㉡

㉠, ㉡에 의해 $\triangle\mathrm{BDE} \backsim \triangle\mathrm{CEF}$ (AA 닮음)

$\overline{\mathrm{BD}} : \overline{\mathrm{CE}} = \overline{\mathrm{BE}} : \overline{\mathrm{CF}} \Leftrightarrow \ 16 : x = 8 : 10$

$\therefore \ x = 20$

16. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 에서 점 B 를 지나는 직선이 변 AD 와 만난 점을 E , 변 CD 의 연장선과 만난 점을 F 라 할 때, $5x+y$ 의 값은?



① 15 ② 18 ③ 21 ④ 27 ⑤ 30

해설

□ABCD 가 평행사변형이므로 $\overline{AD}=8$

$\therefore\ \overline{DE}=8-5=3$

$\triangle ABE \backsim \triangle DFE$ 이므로

$5 : 3 = 5 : y$

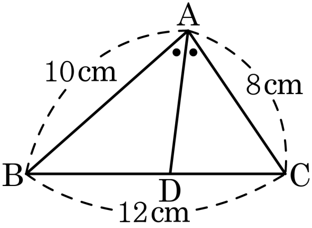
$\therefore\ y=3$

$5 : 6 = 3 : x$

$\therefore\ x=\frac{18}{5}$

$\therefore\ 5x+y=5\times\frac{18}{5}+3=21$

17. 다음 그림과 같은 $\angle ABC$ 에서 $\angle A$ 의 이등분선이 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 D 라 할 때, $\overline{AB}=10\text{cm}$, $\overline{BC}=12\text{cm}$, $\overline{CA}=8\text{cm}$ 라 한다. 이 때, $\overline{BD}$ 의 길이는?



① $\frac{10}{3}$ cm　② $\frac{13}{3}$ cm　③ $\frac{16}{3}$ cm
④ $\frac{20}{3}$ cm　⑤ $\frac{26}{3}$ cm

해설

$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{DC}$

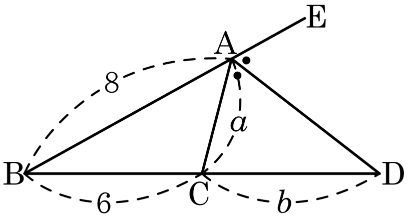
$10:8=\overline{BD}:(12-\overline{BD})$

$8\overline{BD}=120-10\overline{BD}$

$18\overline{BD}=120$

$\therefore x=\frac{20}{3}(\text{cm})$

18. 다음 그림에서 $\overline{AB} : \overline{AC} = 2 : 1$, $\angle EAD = \angle DAC$ 이고, $\overline{AB} = 8, \overline{BC} = 6$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 10

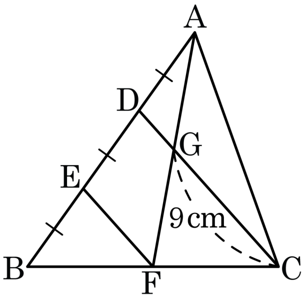
해설

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD} = 2 : 1$ 이므로 $2 : 1 = 8 : a$, 따라서 $a = 4$ 이다.

$2 : 1 = (6+b) : b$, $6+b = 2b$ 이므로 $b = 6$ 이 된다.

그러므로 $a+b = 4+6 = 10$ 이다.

19. 다음 그림에서 $\overline{AD} = \overline{DE} = \overline{EB}$, $\overline{BF} = \overline{FC}$ 이다. $\overline{GC} = 9\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{EF}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 6 cm

해설

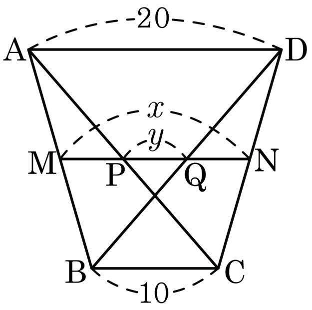
$\overline{EF} = \frac{1}{2}\overline{DC}$, $\overline{DG} = \frac{1}{2}\overline{EF}$

$\overline{EF} : \overline{GC} = 2 : 3$

$\overline{EF} : 9 = 2 : 3$

$\therefore \overline{EF} = 6(\text{cm})$

20. 다음 그림과 같은 $\overline{AD} // \overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD 에서 두 점 M, N 은 각각 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ 의 중점 일 때, x, y 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▶ 답 :

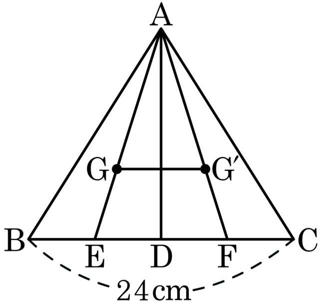
▷ 정답 : $x = 15$

▷ 정답 : $y = 5$

해설

$x = \frac{1}{2}(20 + 10) = 15$ 이다. $y = \frac{1}{2}(20 - 10) = 5$ 이다.

21. 다음 그림의 $\triangle ABC$는 $\overline{BC} = 24\,\text{cm}$ 인 이등변삼각형이다. $\overline{BC}$ 의 중점을 D , $\triangle ABD$와 $\triangle ADC$ 의 무게중심을 각각 G, G′ 라 할 때, $\overline{GG'}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

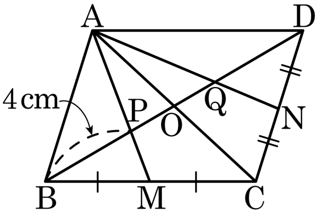
▷ 정답 : 8 cm

해설

$\overline{AG} : \overline{AE} = \overline{AG'} : \overline{AF} = \overline{GG'} : \overline{EF} = 2 : 3$

$\overline{GG'} = \frac{2}{3}\overline{EF} = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2}\overline{BC} = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times 24 = 8(\text{cm})$

22. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 점 M, N 은 각각 $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ 의 중점이다. $\overline{BP} = 4\text{cm}$ 일 때, $\overline{BD}$ 의 길이는?



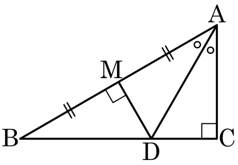
① 11cm ② 12cm ③ 13cm ④ 14cm ⑤ 15cm

해설

□ABCD 가 평행사변형이므로 $\overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$, $\overline{BM} = \overline{CM}$ 이므로 점 P 는 △ABC 의 무게중심이다. $\overline{PO} = \frac{1}{2}\overline{BP} = \frac{1}{2} \times 4 = 2(\text{cm})$ 이므로 $\overline{BO} = \overline{BP} + \overline{PO} = 4 + 2 = 6(\text{cm})$ 이다.

따라서 $\overline{BO} = \overline{DO}$ 이므로 $\overline{BD} = 2\overline{BO} = 2 \times 6 = 12(\text{cm})$ 이다.

23. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90°$인 $\triangle ABC$에서 $\angle A$의 이등분선과 $\overline{AB}$의 수직이등분선이 $\overline{BC}$ 위의 점 D에서 만날 때, $\angle B$의 크기를 구하여라.



▶ **답 :** $\underline{\qquad\qquad\qquad °}$

▷ **정답 :** $\underline{30°}$

해설

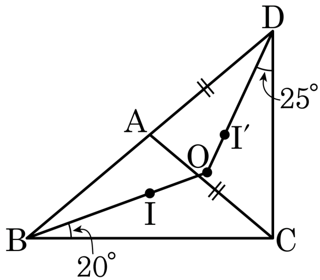
$\triangle ACD \equiv \triangle AMD$ (RHA 합동), $\triangle AMD \equiv \triangle BMD$ (SAS 합동)이므로 $\angle B = \angle MAD$이다.

$\angle B + \angle A = 90°$이고

$\angle A = 2\angle MAD = 2\angle B$이므로

$3\angle B = 90°$, 따라서 $\angle B = 30°$이다.

24. $\triangle ABC$ 와 $\triangle ACD$ 를 이용하여 $\triangle DBC$ 를 만들었다. 점 I, I′ 는 각각 $\triangle ABC$ 와 $\triangle ACD$ 의 내심이다. $\angle IBC = 20°$, $\angle I'DC = 25°$ 이고, $\overline{AC} = \overline{AD}$ 일 때, $\angle ACB$ 의 크기를 구하여라. (단, 점 O 는 $\overline{BI}$ 와 $\overline{DI'}$ 의 연장선의 교점이고, 점 A 는 $\overline{BD}$ 위의 점이다.)



▶ 답 : ________________ °

▷ 정답 : 40°

해설

점I 는 내심이므로 $\angle ABO = \angle IBC = 20°$

즉, $\angle ABC = 40°$

점 I′ 는 내심이므로 $\angle ADO = \angle CDO = 25°$

즉, $\angle CDA = 50°$

$\triangle ACD$ 는 이등변삼각형이므로

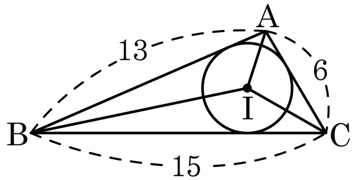
$\angle ACD = \angle CDA = 50°$

$\triangle ACD$ 에서 외각의 성질에 의해

$\angle CAB = 50° + 50° = 100°$

$$\begin{aligned}\therefore\ \angle ACB &= 180° - (\angle ABC + \angle CAB)\\ &= 180° - (40° + 100°)\\ &= 40°\end{aligned}$$

25. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle$ABC 의 내심이고 $\overline{\mathrm{AB}} = 13$, $\overline{\mathrm{BC}} = 15$, $\overline{\mathrm{CA}} = 6$ 이다. $\triangle\mathrm{AIB} : \triangle\mathrm{BIC} : \triangle\mathrm{CIA}$ 를 $a : b : c$ 라고 할 때, $a + b - c$ 의 값을 구하여라.(단, a, b, c는 서로 소인 자연수)



▶ 답 :

▷ 정답 : 22

해설

내접원의 반지름의 길이를 r 이라 하면

$(\triangle\mathrm{AIB}$ 의 넓이$) = \dfrac{1}{2} \times r \times 13 = \dfrac{13}{2} r$

$(\triangle\mathrm{BIC}$ 의 넓이$) = \dfrac{1}{2} \times r \times 15 = \dfrac{15}{2} r$

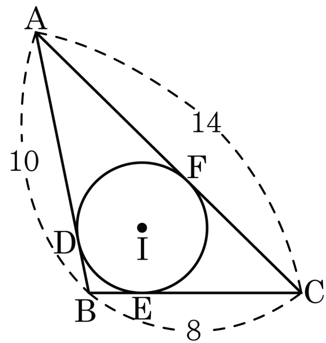
$(\triangle\mathrm{CIA}$ 의 넓이$) = \dfrac{1}{2} \times r \times 6 = 3r$ 이다.

$\triangle\mathrm{AIB} : \triangle\mathrm{BIC} : \triangle\mathrm{CIA} = \dfrac{13}{2} r : \dfrac{15}{2} r : 3r = 13 : 15 : 6$ 이므로,

$a = 13$, $b = 15$, $c = 6$ 이다.

따라서 $13 + 15 - 6 = 22$ 이다.

26. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고, 세 점 D, E, F 는 각각 내접원과 세 변 AB, BC, AC 의 접점이다. $\overline{AB} = 10\text{cm}, \overline{BC} = 8\text{cm}, \overline{AC} = 14\text{cm}$ 일 때, $\overline{EC}$ 의 길이는 얼마인가?



① 4cm ② 5cm ③ 6cm ④ 7cm ⑤ 8cm

해설

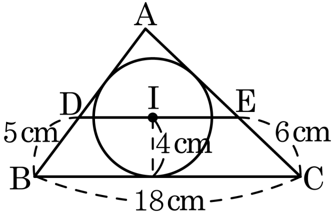
점 I 가 삼각형의 내심이므로 $\overline{AD} = \overline{AF}, \overline{BE} = \overline{BD}, \overline{CE} = \overline{CF}$ 이다.

$\overline{EC} = x$ 라 하면, $\overline{EC} = \overline{CF} = x$ 이고, $\overline{BE} = 8 - x = \overline{BD}$, $\overline{AF} = 14 - x = \overline{AD}$

$\overline{AB} = \overline{AD} + \overline{DB} = 14 - x + 8 - x = 10$ 이므로 $22 - 2x = 10, 12 = 2x$ 이다.

$\therefore x = 6(\text{ cm})$

27. 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내접원의 중심이고 반지름이 $4cm$ 이다. 점 I 를 지나 밑변 BC 의 평행한 직선 DE 를 그을 때, $\square DBCE$ 의 넓이를 구하여라.



▶ **답 :** ______ cm^2

▷ **정답 :** $58\,cm^2$

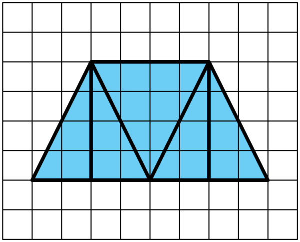
해설

점 I 가 삼각형의 내심이고 $\overline{DE}//\overline{BC}$ 일 때, $\overline{DE} = \overline{DI} + \overline{EI} = \overline{DB} + \overline{EC}$

따라서 $\overline{DE} = 5 + 6 = 11(cm)$ 이다.

따라서 사다리꼴 DBCE 의 넓이는 $(11 + 18) \times 4 \times \frac{1}{2} = 58(cm^2)$ 이다.

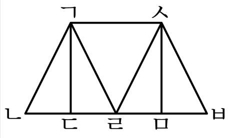
28. 다음 그림에서 평행사변형을 모두 몇 개나 찾을 수 있는가?



① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

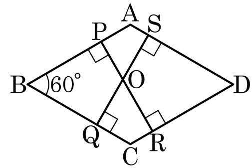
위의 그림을 다음과 같이 기호를 붙여보자.



평행사변형이 되는 사각형은

ㅁㄱㄴㄹㅇ, ㅁㄱㄹㅂㅇ, ㅁㄱㄷㅁㅇ 즉 3 개이다.

29. 다음 그림과 같이 $\angle ABC = 60^\circ$ 인 마름모 ABCD 의 내부에 임의의 한 점 O 가 있다. 점 O 에서 마름모 ABCD 의 각 변 또는 그의 연장선 위에 내린 수선의 발을 각각 P, Q, R, S 라 할 때, 다음 중 $\overline{OP}+\overline{OQ}+\overline{OR}+\overline{OS}$ 와 같은 것은?

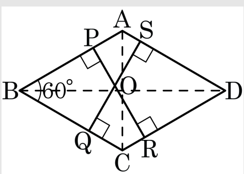


① $\overline{AC}$　　② $\overline{BD}$　　③ $\overline{OA}+\overline{OC}$

④ $\overline{OB}+\overline{OD}$　　⑤ $2\overline{AB}$

해설

마름모 ABCD 의 한 변의 길이를 a 라 하면



$\square ABCD = \triangle OAB + \triangle OBC + \triangle OCD + \triangle OAD$
$= \frac{a}{2}\times\overline{OP} + \frac{a}{2}\times\overline{OQ} + \frac{a}{2}\times\overline{OR} + \frac{a}{2}\times\overline{OS}$
$= \frac{a}{2}(\overline{OP}+\overline{OQ}+\overline{OR}+\overline{OS}) \quad \cdots$ ㉠

또한 $\overline{AC}$ 를 그으면 $\overline{AB}=\overline{BC}$, $\angle B = 60$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 정삼각형이다. 즉, $\overline{AC}=a$ 이므로

$\square ABCD = \frac{1}{2}\times\overline{AC}\times\overline{BD} = \frac{a}{2}\times\overline{BD}\cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $\frac{a}{2}(\overline{OP}+\overline{OQ}+\overline{OR}+\overline{OS}) = \frac{a}{2}\times\overline{BD}$ $\therefore$ $\overline{OP}+\overline{OQ}+\overline{OR}+\overline{OS}=\overline{BD}$

30. 다음 중 옳은 것은?

① 모든 직사각형은 정사각형이다.

② 모든 마름모는 정사각형이다.

③ 모든 평행사변형은 마름모이다.

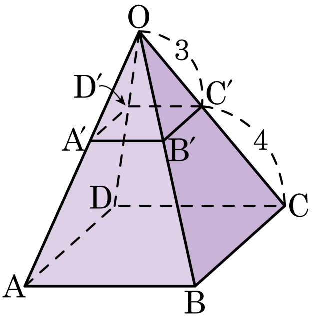
④ 모든 사다리꼴은 평행사변형이다.

⑤ 모든 정사각형은 사다리꼴이다.

해설

모든 정사각형은 직사각형 (또는 마름모 또는 평행사변형 또는 사다리꼴) 이다.
모든 직사각형은 평행사변형 (또는 사다리꼴) 이다.
모든 마름모는 평행사변형 (또는 사다리꼴) 이다.
모든 평행사변형은 사다리꼴이다.

31. 다음 그림의 사각뿔 O – ABCD 에서 □A′B′C′D′ 을 포함하는 평면과 □ABCD 를 포함하는 평면이 서로 평행할 때, O – ABCD 와 O – A′B′C′D′ 의 닮음비는?

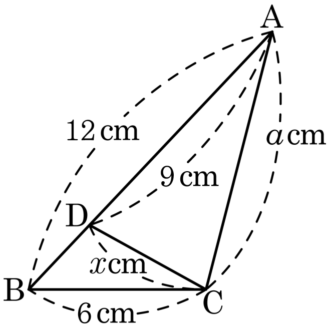


① 3 : 4 ② 4 : 3 ③ 3 : 7 ④ 7 : 3 ⑤ 3 : 5

해설

두 입체도형 O – ABCD 와 O – A′B′C′D′ 이 닮음이므로 닮음비는 $\overline{OC} : \overline{OC'} = 7 : 3$ 이다.

32. 다음 그림에서 $\overline{AB}=12\text{cm}$, $\overline{AD}=9\text{cm}$, $\overline{AC}=a\,\text{cm}$, $\overline{BC}=6\,\text{cm}$일 때, x의 값을 a에 관하여 나타내면?



① $3a$ ② $\frac{2a}{3}$ ③ $\frac{a}{2}$ ④ $\frac{a}{3}$ ⑤ $2a$

해설

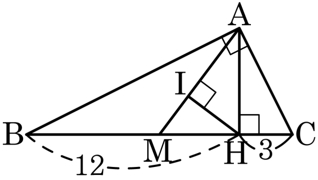
$\angle B$ 는 공통, $\overline{BD} : \overline{BC} = \overline{BC} : \overline{BA} = 1 : 2$이므로

$\triangle BDC \backsim \triangle BCA$(SAS닮음)

닮음비가 $1:2$이므로 $x:a=1:2$

$\therefore\ x=\frac{a}{2}$

33. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 에서 점 M 이 $\overline{BC}$ 의 중점이고, $\overline{AH} \perp \overline{BC}$, $\overline{AM} \perp \overline{HI}$ 일 때, $\overline{AI}$ 의 길이를 구하면?



① $\frac{21}{5}$ ② $\frac{22}{5}$ ③ $\frac{23}{5}$ ④ $\frac{24}{5}$ ⑤ 5

해설

점 M은 직각삼각형의 외심이므로 $\overline{AM} = \frac{15}{2}$

$\triangle ABH \backsim \triangle CAH$ 이므로 $\overline{AH}^2 = 12 \times 3$

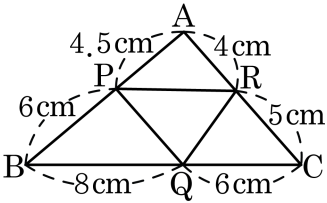
$\overline{AH} = 6$

$\triangle AIH \backsim \triangle AHM$ 이므로 $6^2 = \overline{AI} \cdot \overline{AM}$

$6^2 = \overline{AI} \times \frac{15}{2}$

$\therefore \ \overline{AI} = \frac{24}{5}$

34. 다음 그림을 보고 보기에서 옳은 것을 모두 고르면?



보기

㉠ $\triangle APR \backsim \triangle ACB$

㉡ $\overline{PR} // \overline{BC}$

㉢ $\overline{PQ} // \overline{AC}$

㉣ $\triangle CRQ \backsim \triangle CAB$

㉤ $\triangle BQP \backsim \triangle BCA$

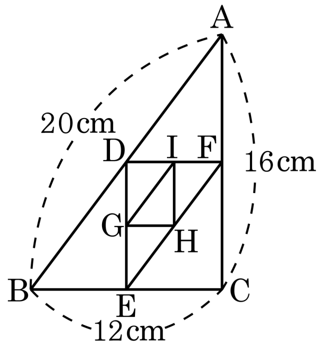
① ㉠, ㉤ ② ㉡, ㉣, ㉤ ③ ㉢, ㉤

④ ㉡, ㉣ ⑤ ㉢, ㉣, ㉤

해설

㉢ $\overline{BP} : \overline{PA} = \overline{BQ} : \overline{QC}$ 라면, $\overline{PQ} // \overline{AC}$ 이다.
$6 : 4.5 = 8 : 6$ 이므로 $\overline{PQ} // \overline{AC}$ 이다.
㉤ $\overline{BP} : \overline{BA} = \overline{BQ} : \overline{BC} = 4 : 7$, $\angle B$ 는 공통이므로 $\triangle BQP \backsim \triangle BCA$ (SAS 닮음) 이다.

35. $\triangle$ABC 에서 $\overline{AB}=20\text{cm}$, $\overline{BC}=12\text{cm}$, $\overline{CA}=16\text{cm}$ 이고, 세 변의 중점을 각각 D, E, F, $\triangle$DEF 의 세 변의 중점을 각각 G, H, I 라 할 때, $\triangle$GHI 의 둘레의 길이는?



① 8cm ② 12cm ③ 16cm ④ 20cm ⑤ 24cm

해설

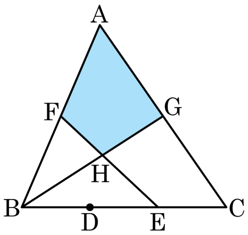
$\overline{EF}=\frac{1}{2}\overline{AB}$, $\overline{IG}=\frac{1}{2}\overline{EF}$ $\quad\therefore\ \overline{IG}=\frac{1}{4}\overline{AB}$

마찬가지로, $\overline{HI}=\frac{1}{4}\overline{AC}$, $\overline{GH}=\frac{1}{4}\overline{BC}$

따라서 $\triangle$GHI 의 둘레의 길이는

$\frac{1}{4}(20+12+16)=12(\text{cm})$ 이다.

36. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 점 F, G 는 각각 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 의 중점이고, $\overline{BD} = \overline{DE} = \overline{EC}$ 이다. $\triangle FBH = 8\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\square AFHG$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $20\,\mathrm{cm}^2$

해설

점 F, G 를 이으면 $\overline{FG} = \dfrac{1}{2}\overline{BC}$

$\triangle FHG \backsim \triangle EHB$

$\overline{FG} : \overline{BE} = 3 : 4$

$\triangle FHG : \triangle FBH = 3 : 4$

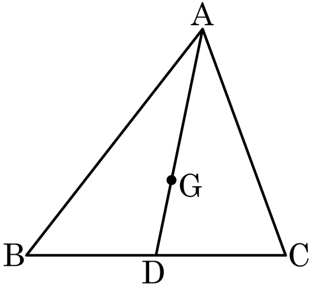
$\triangle FHG = 6\,(\mathrm{cm}^2)$

$\overline{AF} = \overline{BF}$ 이므로

$\triangle AFG = \triangle GFB = 8 + 6 = 14\,(\mathrm{cm}^2)$

$\therefore\ \square AFHG = 14 + 6 = 20\,(\mathrm{cm}^2)$

37. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 무게중심을 G라 할 때, $\overline{AG}$를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이와 $\overline{GD}$ 를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이의 비를 구하면?

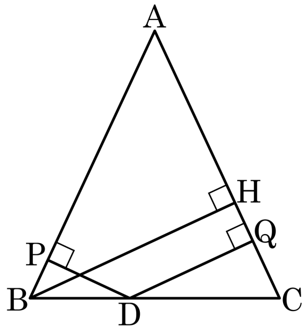


① 3 : 1 ② 5 : 2 ③ 4 : 3 ④ 4 : 1 ⑤ 2 : 1

해설

점 G가 삼각형 ABC 의 무게중심이므로
$\overline{AG} : \overline{GD} = 2 : 1$이다. $\overline{GD}$ 의 길이를 a라고 하면 $\overline{GD}$를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이는 a^2이고, $\overline{AG}$의 길이는 $2a$이므로 $\overline{AG}$를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이는 $4a^2$ 이다.
따라서 넓이의 비는 4 : 1이다.

38. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이다. $\overline{BC}$ 위의 한 점 D 에서 $\overline{AB}, \overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 각각 P, Q 라 할 때, $\overline{DP} = 4\text{cm}, \overline{DQ} = 6\text{cm}$ 이다. 점 B 에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 길이를 구하여라.

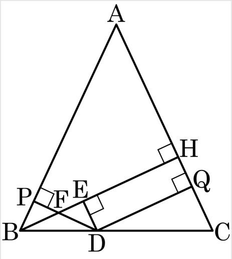


▶ **답 :** ______ cm

▷ **정답 :** 10 cm

해설

점 D 에 $\overline{BH}$ 에 내린 수선의 발을 E, $\overline{PD}$ 와 $\overline{BH}$ 의 교점을 F 라고 하면



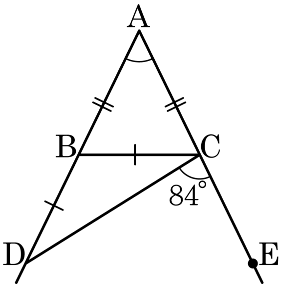
$\triangle PFB \equiv \triangle DFE$

$\overline{BF} + \overline{FE} = \overline{DF} + \overline{FP} = 4\,(\text{cm})$

$\overline{DQ} = \overline{EH} = 6\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{BH} = \overline{BE} + \overline{EH} = 4 + 6 = 10\,(\text{cm})$

39. 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{AC}, \overline{BC} = \overline{BD}$ 이고 $\angle DCE = 84°$ 일 때, $\angle A$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad °}$

▷ 정답 : $52\underline{°}$

해설

$\angle BDC = \angle BCD = \angle a$ 라 하면

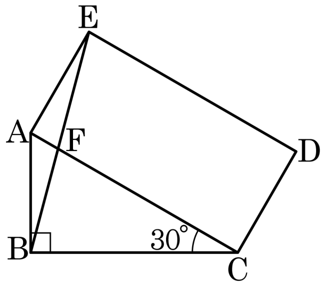
$\angle ABC = \angle ACB = 2\angle a$

$\angle ACD = 3\angle a = 180° - 84° = 96°$

$\therefore \angle a = 32°$

$\angle A = 84° - 32° = 52°$

40. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\angle ABC = 90°$ 인 직각삼각형이고, $\square ACDE$ 는 직사각형이다. $\overline{AE} = \frac{1}{2}\overline{AC}$, $\angle ACB = 30°$ 일 때, $\angle EFA$ 의 크기를 구하여라.



① 55° ② 60° ③ 65° ④ 70° ⑤ 75°

해설

$\angle BAC = 60°$

$\overline{AB}$ 는 $\overline{AC}$ 를 한 변으로 하는 정삼각형의 한 변의 길이의 $\frac{1}{2}$ 이다.

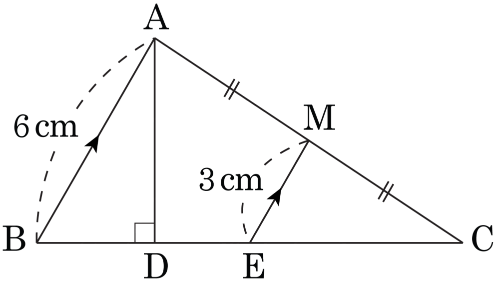
$\overline{AE} = \frac{1}{2}\overline{AC}$ 이므로 $\overline{AB} = \overline{AE}$

$\angle EAB = 90° + 60° = 150°$

$\angle AEB = (180° - 150°) \div 2 = 15°$

$\angle BFC = \angle EFA = 180° - (90° - 15°) - 30° = 75°$

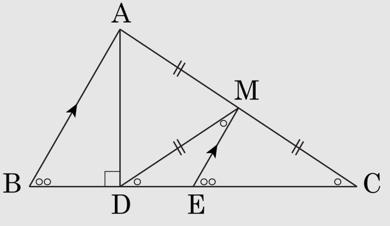
41. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$의 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 D라 하고, $\overline{AC}$의 중점 M을 지나 $\overline{AB}$에 평행한 선과 $\overline{BC}$의 교점을 E라 하자. $\angle B = 2\angle C$, $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{ME} = 3\text{cm}$일 때, $\overline{DE}$의 길이를 구하여라.



▶ 답: ______ cm

▷ 정답: 3 cm

해설



점M은 $\triangle ADC$의 외심이므로 $\overline{MA} = \overline{MD} = \overline{MC}$

$\triangle MDC$는 이등변삼각형이므로 $\angle C = \angle MDC$

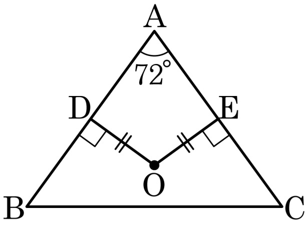
$\angle B = \angle MEC = 2\angle MDC$

$\therefore \angle DME = \angle C = \angle MDC$

따라서 $\triangle EMD$는 이등변삼각형이다.

$\therefore \overline{DE} = \overline{ME} = 3(\text{cm})$

42. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. $\angle A = 72°, \overline{OD} = \overline{OE}$ 일 때, $\angle B$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad °}$

▷ 정답 : $54\underline{°}$

해설

$\overline{AO}$ 를 그으면 $\triangle ADO \equiv \triangle AEO$(RHS 합동)

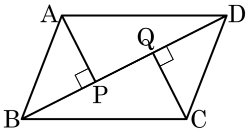
$\angle DAO = \angle EAO = 36°$

$\overline{AO} = \overline{BO} = \overline{CO}$ 이므로 $\angle ABO = \angle ACO = 36°$

$\angle OBC = (180° - 72° \times 2) \div 2 = 18°$

$\therefore \angle B = 36° + 18° = 54°$

43. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 꼭짓점 A, C 에서 대각선 BD 에 내린 수선의 발을 P, Q 라고 한다. $\overline{BQ} = 16\text{cm}$, $\overline{QD} = 9\text{cm}$ 일 때, $\overline{PQ}$ 의 길이는?



① 7cm ② 8cm ③ 9cm ④ 10cm ⑤ 11cm

해설

$\triangle ABP$ 와 $\triangle CDQ$ 에서 $\angle APB = \angle CQD = 90°$

$\overline{AB} = \overline{CD}$

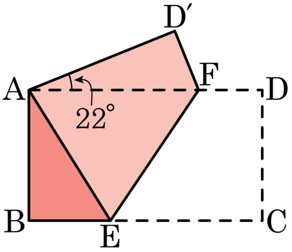
$\angle ABP = \angle CDQ$ (엇각)

$\therefore\ \triangle ABP \equiv \triangle CDQ$ (RHA 합동)

$\therefore\ \overline{BP} = \overline{DQ} = 9\ (\text{cm})$

$\overline{PQ} = \overline{BQ} - \overline{BP} = 16 - 9 = 7\ (\text{cm})$

44. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD에서 꼭지점 C가 A에 겹치도록 접었다. $\angle D'AF = 22°$일 때, $\angle FEC$의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ____°

▷ 정답 : 56°

해설

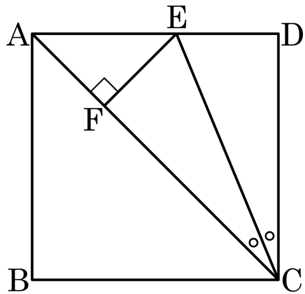
$\angle FEC = \angle AFE = \angle AEF$

$\therefore \overline{AE} = \overline{AF}$

$\angle FAE = 90° - 22° = 68°$

$\angle FEC = (180° - 68°) \div 2 = 112° \div 2 = 56°$

45. 다음 그림에서 □ABCD는 정사각형이고∠ACD의 이등분선이 $\overline{AD}$와 만나는 점을 E, 점 E에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 F라 하고, $\overline{AD} = 10\,\text{cm}$, $\overline{AE} = 6\,\text{cm}$라고 할때, $\overline{EF}$의 길이는?



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 4 cm

해설

∠FAE = ∠BAC = 45°

∴ ∠AEF = 90° − 45° = 45°

즉, △AFE는 $\overline{AF} = \overline{EF}$인 이등변삼각형이다.

또, △CDE와 △CFE에서

∠CDE = ∠CFE = 90°, $\overline{EC}$는 공통.

∠DCE = ∠FCE이므로

△CDE ≡ △CFE (RHA 합동)

∴ $\overline{EF} = \overline{ED} = 10 - 6 = 4$

46. □ABCD가 다음 조건을 만족할 때, 이 사각형은 어떤 사각형인가?

$$\overline{AB}//\overline{DC},\ \overline{AB}=\overline{DC},\ \ A=90°,\ \overline{AC}\perp\overline{BD}$$

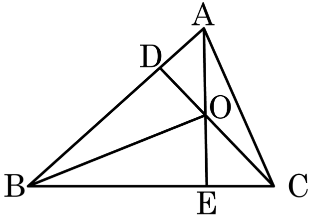
▶ 답 :

▷ 정답 : 정사각형

해설

□ABCD는 직사각형과 마름모의 성질을 모두 가지므로 정사각형이다.

47. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$에서 $\overline{DO} : \overline{OC} = 2 : 3$, $\overline{AD} : \overline{DB} = 1 : 3$이다. $\triangle AOD$의 넓이가 20일 때, $\triangle ABC$의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 200

해설

$\triangle ADO$와 $\triangle ACO$에서 높이는 같고 밑변은 $2 : 3$이므로

$\triangle ADO = \triangle ADC \times \dfrac{2}{2+3} = 20$

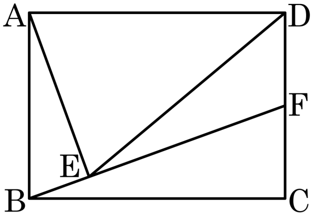
$\therefore \ \triangle ADC = 50$

$\triangle CAD$와 $\triangle CBD$에서 높이는 같고 밑변은 $1 : 3$ 이므로

$\triangle CAD = \triangle ABC \times \dfrac{1}{1+3} = 50$

$\therefore \ \triangle ABC = 200$

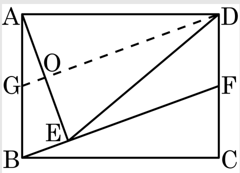
48. 다음 직사각형 ABCD 에서 점 F 는 선분 CD 의 중점이고, 선분 AD 와 선분 DE 의 길이는 같다. $\angle DAE = 70°$ 일 때, $\angle EFD$ 의 크기는 얼마인지 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad}$ °

▷ 정답 : 110 °

해설



선분 AB 의 중점을 G 라 하고, 선분 DG 와 선분 AE 의 교점을 O 라 두면,

$\triangle ABE$ 에서 중점연결 정리에 의해, $\overline{AO} = \overline{OE}$

점 O 는 선분 AE 의 중점이고, $\triangle DAE$는 이등변삼각형

이등변삼각형의 성질에 의해 $\angle AOD = 90°$ 이다.

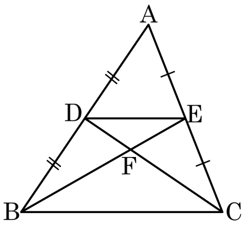
$\angle AOD$ 와 $\angle AEF$ 은 동위각이므로, $\angle AEF = 90°$

$\angle DEF = \angle AEF - \angle AED = 90° - 70° = 20°$

$\angle EDF = 90° - \angle ADE = 50°$

$\therefore\ \angle EFD = 180° - 20° - 50° = 110°$

49. 다음 $\triangle ABC$ 에서 점 D, E 는 각각 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 의 중점이다. $\triangle ABC$ 의 넓이와 $\triangle DEF$ 의 넓이의 비는?



① 2 : 9　　② 3 : 11　　③ 1 : 11　　④ 1 : 12　　⑤ 3 : 22

해설

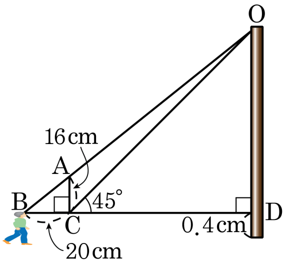
점 F 가 $\triangle ABC$ 의 무게중심이므로

$\triangle FBC = \frac{1}{3}\triangle ABC$

$\triangle DEF : \triangle FBC = 1^2 : 2^2 = 1 : 4$

$\therefore\ \triangle DEF : \triangle ABC = 1 : 12$

50. 다음 그림은 천문대의 높이를 구하려고 B, C 두 지점에서 천문대 끝을 올려다 본 것을 축척 $\frac{1}{400}$ 로 그린 것이다. 천문대의 높이를 구하여라.



▶ 답 : ________ m

▷ 정답 : 321.6 m

해설

$\overline{CD} = \overline{OD} = x$ 라 하면

$20 : 16 = (20 + x) : x$

$20x = 320 + 16x,\ 4x = 320,\ x = 80\ (\text{cm})$

천문대의 높이 : $80.4 \times 400 = 32160\ (\text{cm})$

$= 321.6\ (\text{m})$