1. 10 명의 학생이 있다. 5 명, 5 명의 두 무리로 나누는 방법은 몇 가지인지 구하여라.

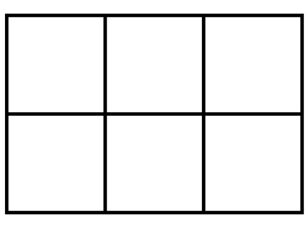
▶ 답: ________ 가지

▷ 정답: 126 가지

해설

$_{10}C_5 \times _5C_5 \times \frac{1}{2!} = 126$ (가지) $\Leftarrow$ 5 명씩 2 패

2. 다음 그림과 같은 6 개의 빈칸에 2 ,2^2 ,2^3 ,2^4 ,2^5 ,2^6 의 6 개의 수를 하나씩 써넣으려고 한다. 1 열, 2 열, 3 열의 숫자들의 합을 각각 a_1, a_2, a_3 라 할 때, $a_1 < a_2 < a_3$ 이 되도록 빈 칸을 채우는 경우의 수는?



① 90 ② 120 ③ 150 ④ 180 ⑤ 210

해설

2 ,2^2 ,2^3 ,2^4 ,2^5 ,2^6 중 어느 두 수의 합도 서로 다르다.
따라서, 구하는 경우의 수는 6 개에서 2 개, 2 개,2 개의 3 개 조를 만든 다음 2 개의 수의 자리를 바꾸게 되므로

$${}_6C_2 \times {}_4C_2 \times {}_2C_2 \times \frac{1}{3!} \times 2^3 = 120$$

3. 15명의 학생을 4명, 4명, 7명의 3조로 나누는 모든 방법의 수를 구하여라.

▶ 답: ________ 가지

▷ 정답: 225225 가지

해설

${}_{15}C_4 \times {}_{11}C_4 \times {}_7C_7 \times \frac{1}{2!}$

4. 남자 7명, 여자 3명이 5명씩 두 개의 조로 나누어 놀이 기구를 탈 때, 여자 3명이 같은 조에 속하는 방법의 수는?

① 21　② 28　③ 35　④ 42　⑤ 49

해설

여자 3 명이 같은 조에 속하게 하려면, 남자 7 명 중 2 명을 선택하여 여자 조에 넣으면 된다.

$\therefore\ {}_7C_2 = 21$

5. 크기와 모양이 다른 9개의 구슬을 4개, 3개, 2개로 나누어 3명의 어린이에게 나누어 주는 방법의 수는?

① 7480 ② 7520 ③ 7560 ④ 7600 ⑤ 7640

해설

${}_9C_4 \times {}_5C_3 \times {}_2C_2 \times 3! = 7560$

6. 서로 다른 6 개의 찻잔을 서로 다른 찻잔 보관용 상자 2 개에 나누어 담으려고 한다. 각 상자마다 찻잔을 최대 4 개까지 담을 수 있을 때, 찻잔을 담는 방법의 수는?

① 40　　② 45　　③ 50　　④ 55　　⑤ 60

해설

6 개를 (4개, 2개) 또는 (3 개,3 개) 로 나누어서
2 개의 찻잔 보관용 상자에 나누어 담으면 되므로
(i) 4 개, 2 개로 나누어 담는 방법의 수는

$$_6C_4 \times _2C_2 \times 2! = 30 \text{ (가지)}$$

(ii) 3 개, 3 개로 나누어 담는 방법의 수는

$$_6C_3 \times _3C_3 \times \frac{1}{2!} \times 2! = 20 \text{ (가지)}$$

(i), (ii) 에 의하여 구하는 방법의 수는
$30 + 20 = 50$ (가지)

7. 수련회에 참가한 여학생 5 명과 남학생 6 명을 4 개의 방에 배정하려고 한다. 여학생은 1 호실에 3 명, 2 호실에 2 명을 배정하고, 남학생은 3 호실과 4 호실에 각각 3 명씩 배정하는 방법의 수를 구하여라.

▶ 답 : ______ 가지

▷ 정답 : 200 가지

해설

여학생 5 명을 1 , 2 호실에 각각 3 명, 2 명씩
배정하는 방법의 수는 ${}_5C_3 \times {}_2C_2 = 10$ (가지)
남학생 6 명을 3 , 4 호실에 각각 3 명씩
배정하는 방법의 수는
$${}_6C_3 \times {}_3C_3 \times \frac{1}{2!} \times 2 = 20 \text{ (가지)}$$
따라서 구하는 모든 방법의 수는 $10 \times 20 = 200$ (가지)

8. 5 명의 사람을 2 명, 2 명, 1 명씩 서로 색깔이 다른 3 개의 오리 보트에 나누어 타는 방법의 수는?

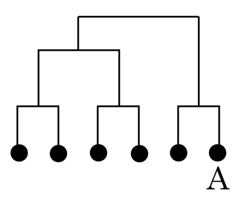
① 15가지　② 60가지　③ 90가지

④ 180가지　⑤ 540가지

해설

$${}_5C_2 \times {}_3C_2 \times {}_1C_1 \times \frac{1}{2!} \times 3! = 90$$

9. 지난 대회 우승 팀 A 가 먼저 배정을 받은 다음 그림과 같은 토너먼트 방식의 대진표에서 제비뽑기를 하여 5 개의 팀을 결정하기로 할 때, 가능한 모든 경우의 수는?



① 15 ② 18 ③ 20 ④ 24 ⑤ 30

해설

A 팀과 게임을 할 팀을 뽑는 방법의 수는
${}_5C_1 = 5$ (가지)
그 각각의 경우에 대하여 나머지 4 팀을
(2 팀, 2 팀) 으로 편성하는 방법의 수는
${}_4C_2 \times {}_2C_2 \times \frac{1}{2!} = 3$ (가지)
따라서 구하는 경우의 수는 $5 \times 3 = 15$ (가지)

10. 아시아 4 개국과 아프리카 4 개국이 있다. 8 개국을 2 개국씩 짝지어 4 개의 그룹으로 나누려고 한다. 적어도 한 개의 그룹이 아시아 국가만으로 이루어지도록 4 개의 그룹으로 나누는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : ______ 가지

▷ 정답 : 81 가지

해설

적어도 한 그룹이 아시아 국가만으로 이루어지는 사건의 여사건은 아시아 국가만으로 이루어진 그룹이 하나라도 있으면 안 되므로, 아시아 1 개국과 아프리카 1 개국으로 모든 그룹이 이루어진다.

$\therefore {}_8C_2 \times {}_6C_2 \times {}_4C_2 \times {}_2C_2 \times \frac{1}{4!}$

$- \left\{ ({}_4C_1 \times {}_4C_1) \times ({}_3C_1 \times {}_3C_1) \times ({}_2C_1 \times {}_2C_1) \right.$

$\left. \times ({}_1C_1 \times {}_1C_1) \times \frac{1}{4!} \right\}$

$= \frac{28 \times 15 \times 6}{4 \times 3 \times 2} - \frac{16 \times 9 \times 4}{4 \times 3 \times 2} = 105 - 24 = 81$

11. 운전석을 포함한 4 인용 승용차 3 대에 10 명이 나누어 타려고 한다. 운전 면허가 있는 사람이 3 명이고 이들은 각각 지정된 승용차를 운전한다고 할 때, 10 명이 차에 나누어 타는 방법의 수는?

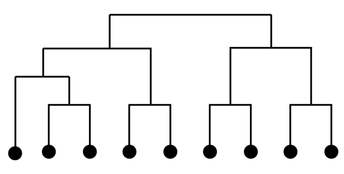
① 850 ② 880 ③ 920 ④ 1000 ⑤ 1050

해설

운전 면허증이 있는 사람은 각각 자신의 자동차로 가니까 나머지 7 명을 세 자동차에 분배해주면 된다.
분배명수는 4 인용 승용차이므로 $(3,3,1)$ 과 $(2,2,3)$ 의 형태 두가지 밖에 없다.
따라서 분배방법의 수는 다음과 같다.

$$ {}_7C_3 \times {}_4C_3 \times {}_1C_1 \times \frac{1}{2!} \times 3! $$
$$ + {}_7C_2 \times {}_5C_2 \times {}_3C_3 \times \frac{1}{2!} \times 3! $$
$$ = 1050 $$

12. 9 개의 팀이 다음 그림과 같은 토너먼트 방식으로 시합을 가질 때, 대진표를 작성하는 방법은 몇 가지인가?



① 3780 ② 7560 ③ 11340

④ 15120 ⑤ 18900

해설

일단 9 명을 5 명,4 명으로 나눈다. $\Rightarrow {}_9 C_5 = 126$

1) 왼쪽의 조의 경우 먼저 3 명, 2 명으로 나누고,

3 명중 부전승으로 올라갈 사람 1 명을 선택한다.

$\Rightarrow {}_5 C_3 \times {}_3 C_1 = 30$

2) 오른쪽의 조는 2 명, 2 명으로 나눈다.

$\Rightarrow {}_4 C_2 \times {}_2 C_2 \times \frac{1}{2!} = 3$

$\therefore 126 \times 30 \times 3 = 11340$