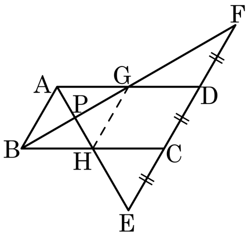
1. 다음 그림의 □ABCD 는 평행사변형이고 $\overline{AD} = 2\overline{AB}$, $\overline{FD} = \overline{DC} = \overline{CE}$ 이다. $\overline{AE}$ 와 $\overline{BF}$ 의 교점을 P 라 할 때, $\angle APB$ 의 크기를 구하여라.



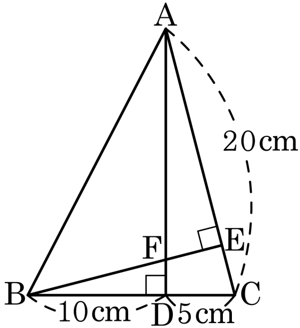
▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad ^\circ}$

▷ 정답 : $90\,^\circ$

해설

$\angle BAP = \angle AEF$ (엇각) 이고, $\overline{AD} = \overline{DE}$ 이므로 $\angle AED = \angle EAG$ 이다.
또, $\angle ABP = \angle BFD$ (엇각) 이고, $\overline{BC} = \overline{CF}$ 이므로 $\angle FBC = \angle BFC$ 이다.
$\angle A + \angle B = 180\,^\circ$ 이므로 $\angle ABP + \angle BAP = 90\,^\circ$ 이고, $\angle APB = 90\,^\circ$ 이다.

2. $\triangle ABC$ 의 꼭짓점 A, B 에서 변 BC, CA 에 내린 수선의 발을 각각 D, E, $\overline{BE}$ 와 $\overline{AD}$ 의 교점을 F 라 할 때, $\overline{CE}$ 의 길이는?



① $\dfrac{15}{4}$ cm　　② 4 cm　　③ $\dfrac{17}{4}$ cm

④ $\dfrac{9}{2}$ cm　　⑤ $\dfrac{19}{4}$ cm

해설

$\triangle BCE \backsim \triangle ACD$ (AA 닮음) 이므로

$\overline{BC} : \overline{AC} = \overline{CE} : \overline{CD}$

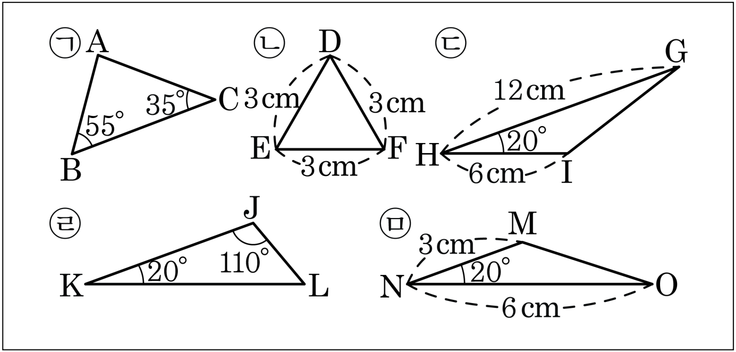
$(10+5) : 20 = \overline{CE} : 5$

$3 : 4 = \overline{CE} : 5$

$4\overline{CE} = 15$

$\therefore\ \overline{CE} = \dfrac{15}{4}$ (cm)

3. 다음 삼각형 중에서 SAS 닮음인 도형을 알맞게 짝지은 것은?



① ㉠ – ㉡　　② ㉢ – ㉣　　③ ㉣ – ㉤

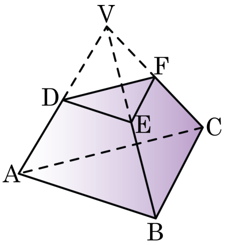
④ ㉢ – ㉤　　⑤ ㉡ – ㉤

해설

④ $\overline{HG} : \overline{NO} = \overline{IH} : \overline{MN} = 1 : 2$, $\angle IHG = \angle MNO$ 이므로

$\triangle HIG \backsim \triangle NMO$ (SAS닮음) 이다.

4. 다음 그림은 정사면체 V – ABC 에서 각각의 중점인 D, E, F 를 지나는 평면으로 잘래낸 것이다. $\triangle$ABC 의 넓이가 48cm^2 일 때, 삼각뿔대의 겉넓이를 구하여라.



▶ **답 :** ________ cm^2

▷ **정답 :** 168 cm^2

해설

$\overline{VD} : \overline{VA} = 1 : 2$ 이므로

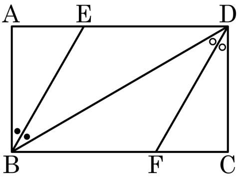
$\triangle ABC$ 와 $\triangle DEF$ 의 넓이의 비는 $4 : 1$

$4 : 1 = 48 : \triangle DEF$, $\triangle DEF = 12(\mathrm{cm}^2)$

$$\square DABC = \frac{3}{4} \times 48 = 36(\mathrm{cm}^2)$$

따라서, 삼각뿔대의 겉넓이는 $48 + 12 + 36 \times 3 = 168(\mathrm{cm}^2)$ 이다.

5. 다음 그림의 직사각형ABCD 에서 $\overline{BD}$ 는 대각선이고, $\angle ABD$ 와 $\angle BDC$ 의 이등분선을 $\overline{BE}$, $\overline{DF}$ 라 한다. 사각형EBFD 가 마름모라면 $\angle AEB$ 의 크기는?



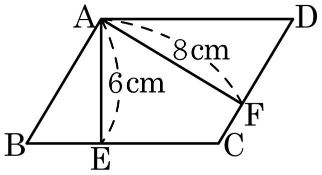
① 40° ② 50° ③ 60°

④ 65° ⑤ 75°

해설

마름모의 성질에 의하여 $\angle ADB = \angle BDF$ 이다.
$\angle D$ 가 직각인데 3 등분이 되므로
$\angle ADB$ 의 크기는 30°
그러므로 $\angle AEB$ 의 크기는 60° 이다.

6. 평행사변형 ABCD 의 꼭짓점 A 에서 변 BC, CD 에 내린 수선의 발을 각각 E, F 라 할 때, $\overline{AB} : \overline{AD}$ 를 구하라.



① 2 : 3 ② 1 : 2 ③ 4 : 5 ④ 1 : 3 ⑤ 3 : 4

해설

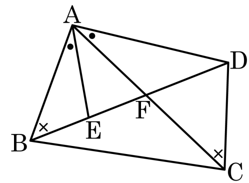
$\angle B = \angle D,\ \angle AEB = \angle AFD = 90°$ 이므로

$\triangle ABE \backsim \triangle ADF$ (AA 닮음)

$\overline{AE} : \overline{AF} = 6 : 8 = 3 : 4$

$\therefore\ \overline{AB} : \overline{AD} = 3 : 4$

7. $\angle ABE = \angle ACD$, $\angle BAE = \angle CAD$ 일 때, 다음 <보기> 중 닮은 도형끼리 옳게 짝지은 것은?



보기

㉠ $\triangle ABC \backsim \triangle AED$	㉡ $\triangle AEF \backsim \triangle DFC$
㉢ $\triangle AFD \backsim \triangle CFB$	㉣ $\triangle ABF \backsim \triangle ADE$
㉤ $\triangle ABC \backsim \triangle ADC$	㉥ $\triangle ABE \backsim \triangle ACD$

① ㉠, ㉥　② ㉡, ㉥　③ ㉢, ㉥　④ ㉣, ㉥　⑤ ㉡, ㉣

해설

$\angle ABE = \angle ACD$, $\angle BAE = \angle CAD$ 이므로 $\triangle ABE \backsim \triangle ACD$ (AA 닮음) $\cdots$㉥

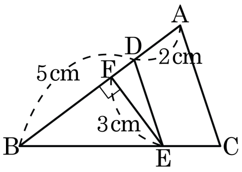
$\triangle ABC$ 와 $\triangle AED$ 에서

$\angle BAC = \angle EAD$, $\overline{AB} : \overline{AE} = \overline{AC} : \overline{AD}$

($\because$ $\triangle ABE \backsim \triangle ACD$) 이므로 SAS 닮음이다.

$\triangle ABC \backsim \triangle AED$ (SAS 닮음) $\cdots$㉠

8. 다음 그림에서 $\overline{AC} // \overline{DE}$ 이고 $\overline{EF} \perp \overline{AB}$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하면?



① $12.9\,cm^2$ ② $13.8\,cm^2$

③ $14.7\,cm^2$ ④ $15.6\,cm^2$

⑤ $16.5\,cm^2$

해설

$\triangle BDE = \dfrac{1}{2} \times 5 \times 3 = 7.5(\,cm^2)$

$\triangle DBE \backsim \triangle ABC$

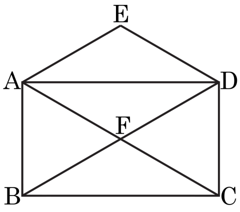
$\overline{BD} : \overline{BA} = 5 : 7$

$\triangle DBE : \triangle ABC = 25 : 49$

$7.5 : \triangle ABC = 25 : 49$

$\therefore \triangle ABC = 14.7(\,cm^2)$

9. 다음 그림에서 사각형 ABCD 는 직사각형이고, 사각형 AFDE 는 평행사변형이다. $\overline{DE} = 5x\text{cm}$, $\overline{AE} = (3x+2y)\text{cm}$, $\overline{CF} = (18-x)\text{cm}$ 일 때, $x+y$는?



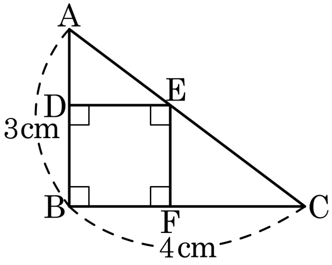
① 5cm ② 6cm ③ 7cm

④ 8cm ⑤ 9cm

해설

사각형 AFDE 는 평행사변형이고, $\overline{AF} = \overline{FD}$ 이므로 사각형 AFDE 는 마름모이다.
따라서 네 변의 길이는 모두 같다. 또, 직사각형의 두 대각선의 길이는 같고 각각 서로 다른 것을 이등분하므로 $\overline{DE} = \overline{AE} = \overline{CF}$ 이다.
따라서 $5x = 18 - x$, $x = 3\,\text{cm}$ 이다.
$5x = 3x + 2y$, $15 = 9 + 2y$, $y = 3\,\text{cm}$ 이다.
$\therefore x + y = 6(\text{cm})$

10. 아래 그림에서 $\overline{AB} = 3\text{cm}$, $\overline{BC} = 4\text{cm}$, $\overline{AC} = 5\text{cm}$ 일 때, 정사각형 DBFE 의 한 변의 길이를 구하면?



① 2cm　② $\frac{12}{7}\text{cm}$　③ $\frac{10}{7}\text{cm}$

④ $\frac{3}{2}\text{cm}$　⑤ 1cm

해설

$\triangle ABC \backsim \triangle ADE$ (AA 닮음) 이므로

$\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{BC} : \overline{DE}$

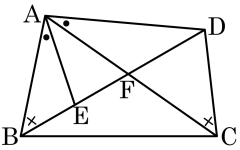
정사각형의 한 변인 $\overline{DE}$ 를 a (cm) 라고 하면

$3 : (3 - a) = 4 : a$

$a = \frac{12}{7}$

$\therefore \frac{12}{7}\text{cm}$

11. 다음 그림에서 $\angle BAE = \angle CAD$, $\angle ABE = \angle ACD$ 일 때, 다음 중 $\triangle ABC$ 와 닮은 도형인 것은?



① $\triangle ABE$ ② $\triangle ADC$ ③ $\triangle BCF$

④ $\triangle AED$ ⑤ $\triangle CDF$

해설

$\angle ABE = \angle ACD,\ \angle BAE = \angle CAD$ 이므로

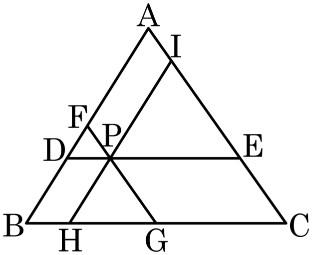
$\triangle ABE \backsim \triangle ACD$ (AA 닮음)

$\triangle ABC$ 와 $\triangle AED$ 에서 $\angle BAC = \angle EAD$, $\overline{AB} : \overline{AE} = \overline{AC} : \overline{AD}$

($\because \triangle ABE \backsim \triangle ACD$) 이므로 SAS 닮음이다.

$\therefore \triangle ABC \backsim \triangle AED$ (SAS 닮음)

12. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 내부의 한 점 P 를 지나고 각 변에 평행인 선분을 그었다.
$\triangle FDP = 6\,\text{cm}^2$, $\triangle PHG = 24\,\text{cm}^2$, $\triangle IPE = 54\,\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하면?



① $180\,\text{cm}^2$　② $195\,\text{cm}^2$　③ $216\,\text{cm}^2$　④ $220\,\text{cm}^2$　⑤ $228\,\text{cm}^2$

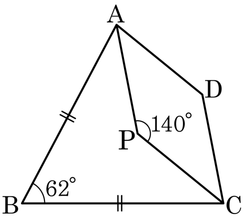
해설

$\overline{DP} : \overline{HG} : \overline{PE} = 1 : 2 : 3$

$\triangle FDP : \triangle ABC = 1^2 : 6^2$

$\therefore \triangle ABC = 6 \times 6^2 = 216\,\text{cm}^2$

13. 다음 그림에서 □APCD 는 마름모이다. $\overline{AB} = \overline{BC}$ 일 때, $\angle BCD$ 의 크기는?



① 69°　　② 73°　　③ 76°

④ 79°　　⑤ 82°

해설

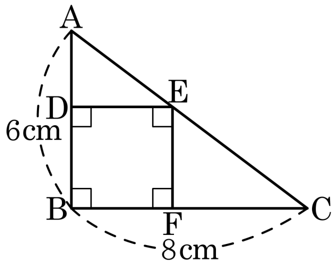
$\overline{AC}$ 를 이으면

$\angle BCA = (180° - 62°) \div 2 = 59°$

$\angle ACD = (180° - 140°) \div 2 = 20°$

$\therefore \angle BCD = \angle BCA + \angle ACD = 79°$

14. 다음 그림에서 $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\text{cm}$ 일 때, 정사각형 DBFE 의 한 변의 길이를 구하면?

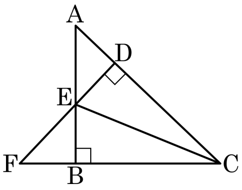


① $\dfrac{24}{7}$cm ② $\dfrac{26}{7}$cm ③ $\dfrac{7}{2}$cm
④ $\dfrac{9}{2}$cm ⑤ $\dfrac{11}{3}$cm

해설

$\triangle ADE$ 와 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 는 공통
$\angle ADE = \angle ABC$ 이므로
$\triangle ADE \backsim \triangle ABC$ (AA 닮음)
정사각형의 한 변의 길이를 x (cm) 라 하면
$\overline{AB} : \overline{BC} = \overline{AD} : \overline{DE}$
$6 : 8 = (6 - x) : x$
$3 : 4 = (6 - x) : x$
$3x = 24 - 4x$
$\therefore\ x = \dfrac{24}{7}$

15. 다음 그림에서 서로 닮음인 삼각형이 <u>잘못</u> 짝지어진 것은?



① $\triangle FDC \backsim \triangle ABC$

② $\triangle ADE \backsim \triangle FBE$

③ $\triangle ADE \backsim \triangle ABC$

④ $\triangle EBC \backsim \triangle EDC$

⑤ $\triangle FDC \backsim \triangle ADE$

해설

① $\triangle ABC$ 와 $\triangle FDC$ 에서 $\angle C$ 는 공통, $\angle ABC = \angle FDC = 90°$
$\therefore \triangle ABC \backsim \triangle FDC$ (AA 닮음)
② $\triangle ADE$ 와 $\triangle FBE$ 에서 $\angle DAE = \angle BFE$, $\angle EDA = \angle EBF = 90°$
$\therefore \triangle ADE \backsim \triangle FBE$ (AA 닮음)
③ $\triangle ADE$ 와 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 는 공통, $\angle EDA = \angle CBA = 90°$
$\therefore \triangle ADE \backsim \triangle ABC$ (AA 닮음)
②와 ③ 에 의해 $\triangle ADE \backsim \triangle ABC \backsim \triangle FBE$ $\therefore \triangle ABC \backsim \triangle FBE$
⑤ ①, ③에 의해 $\therefore \triangle FDC \backsim \triangle ADE$