1. 다음 (　　) 안에 알맞은 수는?

$$\frac{\sqrt{3}}{1},\ \frac{\sqrt{5}}{4},\ \frac{\sqrt{7}}{9},\ (\quad),\ \frac{\sqrt{11}}{25}$$

① $\frac{\sqrt{7}}{12}$　② $\frac{\sqrt{3}}{12}$　③ $\frac{3}{16}$　④ $\frac{3\sqrt{2}}{16}$　⑤ $\frac{3\sqrt{2}}{18}$

해설

나열된 각 수는 분수 꼴이며, 분자는 $\sqrt{+2}$의 규칙으로 나타난다.
따라서 (　) 안에 들어갈 수의 분자는 $\sqrt{7+2} = \sqrt{9} = 3$이다.
분모는 $+1$이 된 수의 제곱의 규칙으로 나타난다.
따라서 (　) 안에 들어갈 수의 분모는 $(3+1)^2 = 16$이므로 (　) 안에 들어갈 수는 $\frac{3}{16}$

2. 다음 수열 $\{a_n\}$의 일반항 a_n은?

$-1,\ 2,\ -3,\ 4,\ \cdots$

① $(-1)^{n+1} \times n$　② $n-(-1)^n$　③ $(-1)^n + n$
④ $(-1)^n \times n$　⑤ $\frac{1}{2}\left\{1-(-1)^n\right\}$

해설

$a_1 = -1 \cdot 1$
$a_2 = (-1)^2 \cdot 2$
$a_3 = (-1)^3 \cdot 3$
$a_4 = (-1)^4 \cdot 4$이므로
$a_n = (-1)^n \cdot n$

3. 제2항이 6, 제5항이 162인 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여 a_{10}의 값은? (단, 공비는 실수)

① 3^9 ② $2 \cdot 3^9$ ③ 3^{10}
④ $2 \cdot 3^{10}$ ⑤ 3^{11}

해설

등비수열 $\{a_n\}$의 첫째항을 a, 공비를 r라 하면
$a_2 = ar = 6$ ······㉠
$a_5 = ar^4 = 162$ ······㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면
$a = 2,\ r = 3$
따라서 등비수열 $\{a_n\}$은 첫째항이 2, 공비가 3이므로 일반항 a_n은
$a_n = 2 \cdot 3^{n-1}$
$\therefore a_{10} = 2 \cdot 3^9$

4. 수열 $\omega,\ \omega^3,\ \omega^5,\ \omega^7,\ \cdots$ 의 첫째항부터 제 36 항까지의 합을 구하여라. $(\omega^3 = 1)$

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

첫째항이 ω, 공비가 ω^2, 항수가 36 인 등비수열의 합이므로

$S = \dfrac{\omega\left\{(\omega^2)^{36} - 1\right\}}{\omega^2 - 1} = \dfrac{\omega(\omega^{72} - 1)}{\omega^2 - 1}$

이때, $\omega^3 = 1$ 이므로

$\omega^{72} = (\omega^3)^{24} = 1^{24} = 1$

$\therefore\ S = \dfrac{\omega(\omega^{72} - 1)}{\omega^2 - 1} = \dfrac{\omega(1 - 1)}{\omega^2 - 1} = 0$

5. 수열 $\{a_n\}$에서 $a_n = 2^n + (-1)^n$일 때, $a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_9$의 값은?

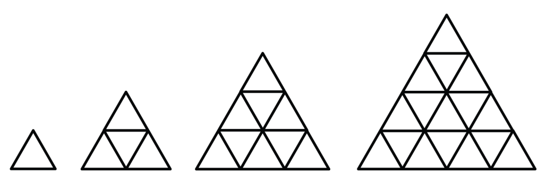
① $2^{10} - 3$　② $2^{10} - 1$　③ 2^{10}
④ $2^{10} + 1$　⑤ $2^{10} + 3$

해설

$a_n = 2^n + (-1)^n$에서

$$\begin{aligned} & a_1 + a_2 + \cdots + a_9 \\ &= (2^1 - 1) + (2^2 + 1) + \cdots (2^9 - 1) \\ &= (2^1 + 2^2 + \cdots + 2^9) - 1 \\ &= \frac{2(2^9 - 1)}{2 - 1} - 1 = 2^{10} - 3 \end{aligned}$$

6. 정삼각형 모양의 타일을 이용하여 다음 그림과 같이 각 변의 길이가 처음 삼각형의 한 변의 길이의 2배, 3배, 4배, $\cdots$ 인 정삼각형 모양을 계속하여 만든다. 한 변의 길이가 처음 정삼각형의 한 변의 길이의 6배인 정삼각형을 만들 때, 필요한 타일의 개수는?



① 30개 ② 32개 ③ 34개 ④ 36개 ⑤ 38개

해설

타일의 개수를 $\{a_n\}$이라 하면

$a_1 = 1$

$a_2 = 4$

$a_3 = 9$

$\vdots$

$\therefore a_n = n^2$

$\therefore a_6 = 36$

7. 등차수열 $3, 7, 11, 15, \cdots$ 에 대하여 다음의 식이 성립한다.
이때, ㉠+ ㉡+ ㉢의 값을 구하여라.

$$[㉠] = \frac{3 + [㉡]}{2}$$
$$[㉡] = \frac{[㉢] + 15}{2}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 25

해설

$7 = \frac{3 + 11}{2}$, $11 = \frac{7 + 15}{2}$ 가 성립하므로
㉠는 7, ㉡는 11, ㉢는 7이다.
$\therefore$ ㉠ + ㉡ + ㉢ $= 7 + 11 + 7 = 25$

8. 두 실수 a, b에 대하여 a, 6, b는 이 순서대로 등차수열을 이루고, a, 4, b는 그 역수가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, a^2+b^2의 값은?

① 92 ② 94 ③ 96 ④ 98 ⑤ 100

해설

a, 6, b가 등차수열을 이루므로 $\frac{a+b}{2}=6$

$\therefore\ a+b=12\cdots$㉠

$\frac{1}{a}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{b}$이 등차수열을 이루므로

$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}\quad\therefore\ \frac{a+b}{ab}=\frac{1}{2}$

이때, ㉠에서

$ab=24\cdots$㉡

따라서, ㉠, ㉡에서

$a^2+b^2=(a+b)^2-2ab=12^2-2\times24=96$

9. 두 수열 $\{a_n\}$과 $\{b_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합이 각각 n^2+kn, $2n^2-2n+1$일 때, $a_{10}=b_{10}$을 만족하는 상수 k의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 17

해설

$a_{10} = (10^2+10k) - (9^2+9k) = 19+k$

$b_{10} = (2\cdot 10^2 - 2\cdot 10 + 1) - (2\cdot 9^2 - 2\cdot 9 + 1)$
$= 181 - 145 = 36$

$a_{10} = b_{10}$에서 $19+k=36$

$\therefore\ k = 17$

10. 이차방정식 $x^2-6x+2=0$의 서로 다른 두 실근 α, β에 대하여 α, β의 등차중항, 양의 등비중항, 조화중항을 각각 A, G, H라 할 때, A, G, H의 대소를 비교한 것으로 옳은 것은?

① $A>G>H$　② $A>H>G$　③ $G>A>H$
④ $H>G>A$　⑤ $H>A>G$

해설

이차방정식의 근과 계수의 관계에 의해

$\alpha+\beta=6,\ \alpha\beta=2$

따라서

$$A=\frac{\alpha+\beta}{2}=\frac{6}{2}=3$$

$$G=\sqrt{\alpha\beta}=\sqrt{2}$$

$$H=\frac{2\alpha\beta}{\alpha+\beta}=\frac{2\times2}{6}=\frac{2}{3}$$

따라서 $A>G>H$이다.

11. 부피가 8 이고 겉넓이가 28 인 직육면체의 가로의 길이, 세로의 길이, 높이가 이 순서로 등비수열을 이룰 때, 이 직육면체의 모서리의 길이의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 28

해설

직육면체의 가로의 길이, 세로의 길이, 높이를 각각 a, ar, ar^2 이라 하면

(부피)$= a \cdot ar \cdot ar^2 = (ar)^3 = 8$

$\therefore\ ar = 2 \cdots$ ㉠

(겉넓이)$= 2(a \cdot ar + ar \cdot ar^2 + ar^2 \cdot a)$

$= 2\left\{a \cdot ar + (ar)^2 \cdot r + (ar)^2\right\}$

$= 2(2a + 4r + 2^2)$

$= 4a + 8r + 8 = 28$

$\therefore\ a + 2r = 5\ \cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a = 1,\ r = 2$ 또는 $a = 4,\ r = \frac{1}{2}$

따라서 (가로의 길이, 세로의 길이, 높이)가 $(1,\ 2,\ 4)$ 또는 $(4,\ 2,\ 1)$ 이므로 이 직육면체의 모서리의 길이의 합은 $4(1 + 2 + 4) = 28$

12. 수열 $\{\log_2 a_n\}$ 이 첫째항이 2, 공차가 3 인 등차수열을 이룰 때, 수열 $\{a_n\}$은 등비수열을 이룬다. 이때, $\dfrac{a_{10}}{a_9}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$\log_2 a_n = 2 + (n-1) \cdot 3$
$= 3n - 1$

$a_n = 2^{3n-1}$

$\dfrac{a_{10}}{a_9}$ 는 공비이므로 8

13. 공비가 r 인 등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합 S_n 에 대하여 $\frac{S_{3n}}{S_n} = 7$ 일 때, $\frac{S_{2n}}{S_n}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

첫째항을 a_1 이라고 하면

$$\frac{S_{3n}}{S_n} = \frac{\frac{a_1(r^{3n}-1)}{r-1}}{\frac{a_1(r^n-1)}{r-1}} = 7,\ \frac{r^{3n}-1}{r^n-1} = 7$$

$$\frac{(r^n-1)(r^{2n}+r^n+1)}{r^n-1} = 7,\ r^{2n}+r^n+1 = 7$$

$$(r^n)^2 + r^n - 6 = 0,\ (r^n+3)(r^n-2) = 0$$

$$\therefore\ r^n = 2(\because\ r > 1)$$

$$\frac{S_{2n}}{S_n} = \frac{\frac{a_1(r^{2n}-1)}{r-1}}{\frac{a_1(r^n-1)}{r-1}} = \frac{r^{2n}-1}{r^n-1}$$

$$\frac{(r^n-1)(r^n+1)}{r^n-1} = r^n + 1 = 3$$

14. 수열 8, 4, 2, $\frac{1}{2}$, $\cdots$ 에서 처음으로 $\frac{1}{1000}$ 보다 작게 되는 항은 제 몇 항인가?

① 제11항　② 제12항　③ 제13항
④ 제14항　⑤ 제15항

해설

첫째항이 8, 공비가 $\frac{1}{2}$ 인 등비수열이므로 일반항은

$a_n = 8 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-4}$

이때, $\left(\frac{1}{2}\right)^{n-4} < \frac{1}{1000}$ 에서 $2^{10} = 1024$ 이므로

$n - 4 = 10 \quad \therefore n = 14$

15. 두 수열 $\{a_n\}$과 $\{b_n\}$의 첫째항부터 제 n항까지의 합을 각각 S_n, T_n이라 하면
$S_n = n^2 + kn$, $\log_3(T_n - 1) = n$이 성립한다. 두 수열의 제3항이 서로 같을 때, k의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$S_n = n^2 + kn$이므로
$a_3 = S_3 - S_2$
$(3^2 + 3k) - (2^2 + 2k) = k + 5$
$\log_3(T_n - 1) = n$에서 $T_n = 3^n + 1$이므로
$b_3 = T_3 - T_2 = 3^3 + 1 - (3^2 + 1)$
$= 28 - 10 = 18$
이때, $a_3 = b_3$이므로 $k + 5 = 18$ $\therefore$ $k = 13$

16. 수열 $9,\ 99,\ 999,\ 9999, \cdots$ 의 첫째항부터 제n항까지의 합은?

① $\frac{1}{9}(10^n-1)-n$　　② $\frac{1}{9}(10^n-1)$
③ $\frac{8}{9}(10^n-1)-n$　　④ $\frac{10}{9}(10^n-1)$
⑤ $\frac{10}{9}(10^n-1)-n$

해설

$$9=10-1,\ 99=10^2-1,\ 999=10^3-1,\ \cdots,\underbrace{99\cdots9}_{n\text{개}}=10^n-1$$

이므로 구하는 합 S_n은

$$\begin{aligned} S_n &= 9+99+999+\cdots+\underbrace{99\cdots9}_{n\text{개}} \\ &= (10-1)+(10^2-1)+(10^3-1)+\cdots \\ &\quad +(10^n-1) \\ &= (10+10^2+\cdots+10^n)-n \\ &= \frac{10(10^n-1)}{10-1}-n \\ &= \frac{10}{9}(10^n-1)-n \end{aligned}$$

17. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\sum_{k=1}^{6}(-1)^k k = -1+2-3+4-5+6$

② $\sum_{k=1}^{6}\left(\frac{1}{2}\right)^k = \frac{63}{64}$

③ $\sum_{k=1}^{n}(2k-1)^2 = \sum_{k=1}^{n}(4k^2-4k+1)$

④ $\sum_{k=1}^{10}\left(\frac{1}{k}-\frac{1}{k+1}\right) = \frac{9}{10}$

⑤ $\sum_{k=1}^{n}(2k-1) = 2\sum_{k=1}^{n}k - \sum_{k=1}^{n}1$

해설

② $\sum_{k=1}^{6}\left(\frac{1}{2}\right)^k = \dfrac{\frac{1}{2}\left\{1-\left(\frac{1}{2}\right)^6\right\}}{1-\frac{1}{2}} = 1-\left(\frac{1}{2}\right)^6 = \frac{63}{64}$

④ $\sum_{k=1}^{10}\left(\frac{1}{k}-\frac{1}{k+1}\right)$

$= \left(1-\frac{1}{2}\right)+\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}\right)+\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\right)+\cdots+\left(\frac{1}{10}-\frac{1}{11}\right)$

$= 1-\frac{1}{11} = \frac{10}{11}$

18. $\sum_{k=1}^{n}(k^2+1)-\sum_{k=1}^{n-1}(k^2-1)=62$를 만족하는 자연수 n의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 7

해설

$\sum_{k=1}^{n}(k^2+1)-\sum_{k=1}^{n-1}(k^2-1)$

$=\sum_{k=1}^{n}(k^2+1)-\left\{\sum_{k=1}^{n}(k^2-1)-(n^2-1)\right\}$

$=\sum_{k=1}^{n}\left\{(k^2+1)-(k^2-1)\right\}+(n^2-1)$

$=\sum_{k=1}^{n}2+(n^2-1)=n^2+2n-1=62$

이것을 정리하여 인수분해하면 $(n+9)(n-7)=0$

따라서 $n=-9$ 또는 $n=7$

그런데 $n>0$이므로 $n=7$

19. 수열 $\{a_n\}$이 $\sum_{k=1}^{n}(a_{3k-2}+a_{3k-1}+a_{3k}) = (3n+2)^2$을 만족할 때, $\sum_{k=31}^{60} a_k$의 값은?

① 2520 ② 2620 ③ 2720 ④ 2820 ⑤ 2920

해설

$\sum_{k=1}^{n}(a_{3k-2}+a_{3k-1}+a_{3k})$
$= (a_1+a_2+a_3)+(a_4+a_5+a_6)+\cdots+(a_{3n-2}+a_{3n-1}+a_{3n})$
$= a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{3n}$
$= \sum_{k=1}^{3n} a_k = (3n+2)^2$
$\sum_{k=31}^{60} a_k = \sum_{k=1}^{60} a_k - \sum_{k=1}^{30} a_k$
$= (3\cdot 20+2)^2 - (3\cdot 10+2)^2$
$= 62^2 - 32^2 = 3844 - 1024 = 2820$

20. $\sum_{k=2}^{n+1}(k^2+k+1)-\sum_{k=1}^{n-1}(k^2-k-1)$을 n에 관한 식으로 나타낸 것은?

① n^2+5n-1　② $3n^2+5n-1$　③ $4n^2+2n-1$

④ $4n^2+5n-1$　⑤ $5n^2+5n-1$

해설

$\sum_{k=2}^{n+1}(k^2+k+1)-\sum_{k=2}^{n-1}(k^2-k-1)$

$= \sum_{k=2}^{n}(k^2+k+1)+\{(n+1)^2+(n+1)+1\}-3-\{\sum_{k=1}^{n}(k^2-k-1)-(n^2-n-1)\}$

$= \sum_{k=1}^{n}\{(k^2+k+1)-(k^2-k-1)\}+n^2+2n+1+n+2-3+n^2-n-1$

$= \sum_{k=1}^{n}(2k+2)+2n^2+2n-1$

$= 2\cdot\dfrac{n(n+1)}{2}+2n+2n^2+2n-1$

$= 3n^2+5n-1$

21. 다음 등식이 성립하도록 하는 c의 값을 구하여라.

$$\sum_{k=11}^{100}(k-2)^2=\sum_{k=11}^{100}k^2-4\sum_{k=11}^{100}k+c$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 360

해설

$\sum_{k=11}^{100}(k-2)^2=\sum_{k=11}^{100}(k^2-4k+4)$
$=\sum_{k=11}^{100}-4\sum_{k=11}^{100}k+\sum_{k=11}^{100}4$
$\therefore\ c=\sum_{k=11}^{100}4=4+4+\cdots+4=4\times 90=360$

22. 다음 $\sum$의 성질 중 옳지 않은 것은?

① $\sum_{k=1}^{n}(a_k + b_k) = \sum_{k=1}^{n} a_k + \sum_{k=1}^{n} b_k$

② $\sum_{k=1}^{n}(a_k - b_k) = \sum_{k=1}^{n} a_k - \sum_{k=1}^{n} b_k$

③ $\sum_{k=1}^{n} ca_k = c\sum_{k=1}^{n} a_k$(단, c는 상수)

④ $\sum_{k=1}^{n} c = cn$(단, c는 상수)

⑤ $\sum_{k=1}^{n}(a_k + c) = \sum_{k=1}^{n} a_k + c$(단, c는 상수)

해설

$\sum_{k=1}^{n}(a_k + c) = \sum_{k=1}^{n} a_k + cn$

23. $\sum_{k=1}^{n-1} k(k+1)(k+2)$ 를 n에 관한 식으로 나타내면?

① $\dfrac{n(n+1)}{2}$
② $\dfrac{n(n-1)}{3}$
③ $\dfrac{n(n+1)(n+2)}{3}$
④ $\dfrac{n(n-1)(n+1)(n+2)}{4}$
⑤ $\dfrac{n(n+1)(n+2)(n+3)}{3}$

해설

$\sum_{k=1}^{n} k(k+1)(k+2)$

$= \sum_{k=1}^{n}(k^3+3k^2+2k)$

$$= \left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2 + 3\times\frac{n(n+1)(2n+1)}{6} + 2\times\frac{n(n+1)}{2}$$

$$= \frac{n(n+1)\left\{n(n+1)+2(2n+1)+4\right\}}{4}$$

$$= \frac{n(n+1)(n^2+5n+6)}{4}$$

$$= \frac{n(n+1)(n+2)(n+3)}{4}$$

따라서 이 식에서 n 대신 $n-1$을 대입하면

$$\sum_{k=1}^{n-1} k(k+1)(k+2) = \frac{n(n-1)(n+1)(n+2)}{4}$$

24. $\sum_{k=1}^{4}(k^3-k^2)$ 의 값은?

① 50 ② 60 ③ 70 ④ 80 ⑤ 90

해설

$\sum_{k=1}^{4}(k^3-k^2)$

$=\sum_{k=1}^{4}k^3-\sum_{k=1}^{4}k^2$

$=\left(\frac{4\cdot5}{2}\right)^2-\frac{4\cdot5\cdot9}{6}$

$=100-30=70$

25. $\sum_{k=1}^{40} \log_3 \dfrac{2k+1}{2k-1}$ 의 값은?

① 4　② 5　③ 6　④ 7　⑤ 8

해설

$\sum_{k=1}^{40} \log_3 \dfrac{2k+1}{2k-1}$

$= \log_3 \dfrac{3}{1} \cdot \dfrac{5}{3} \cdot \dfrac{7}{5} \cdots \dfrac{81}{79} = \log_3 81 = 4$

26. $f(n)=\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k}$ 일때, $\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{2k-1}$ 을 $f(n)$ 과 $f(2n)$ 으로 나타내면?

① $f(2n)-f(n)$ ② $f(2n)-\frac{1}{2}f(n)$

③ $2f(n)-f(2n)$ ④ $f(n)-\frac{1}{2}f(2n)$

⑤ $3f(n)-2f(2n)$

해설

$\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{2k-1}$

$=\frac{1}{1}+\frac{1}{3}+\frac{1}{5}+\cdots+\frac{1}{2n-1}$

$=\left(\frac{1}{1}+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\cdots+\frac{1}{2n-1}+\frac{1}{2n}\right)$

$-\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\cdots+\frac{1}{2n}\right)$

$=\sum_{k=1}^{2n}\frac{1}{k}-\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{2k}$

$=f(2n)-\frac{1}{2}\cdot f(n)$

27. $(2^2+1)+(3^2+3)+(4^2+5)+\cdots+(10^2+17)$ 의 값은?

① 465　　② 466　　③ 467　　④ 468　　⑤ 469

해설

$\sum_{k=1}^{9}\left\{(k+1)^2+(2k-1)\right\}=\sum_{k=1}^{9}(k^2+4k)$
$=\sum_{k=1}^{9}k^2+\sum_{k=1}^{9}4k$
$=\dfrac{9\cdot 10\cdot 19}{6}+4\cdot\dfrac{9\cdot 10}{2}=285+180=465$

28. $\sum_{k=1}^{10}(a_k+1)^2=60$, $\sum_{k=1}^{10}(a_k-1)^2=20$일 때, $\sum_{k=1}^{10}a_k$의 값은?

① 10　② 20　③ 30　④ 40　⑤ 50

해설

$\sum_{k=1}^{10}(a_k+1)^2=60$에서 $\sum_{k=1}^{10}(a_k^2+2a_k+1)=60$
$\sum_{k=1}^{10}a_k^2+2\sum_{k=1}^{10}a_k+\sum_{k=1}^{10}1=60\cdots\cdots$㉠
$\sum_{k=1}^{10}(a_k-1)^2=20$에서 $\sum_{k=1}^{10}(a_k^2-2a_k+1)=20$
$\sum_{k=1}^{10}a_k^2-2\sum_{k=1}^{10}a_k+\sum_{k=1}^{10}1=20\cdots\cdots$㉡
㉠- ㉡을 계산하면
$4\sum_{k=1}^{10}a_k=40 \quad \therefore \sum_{k=1}^{10}a_k=10$

29. A 도시의 인구는 매년 일정한 비율로 증가하여 10년 후에는 6만 명, 20년 후에는 9만 명이 될 것으로 예상된다. 이때, A 도시의 30년 후의 인구는?

① 12.5만 명 ② 13만 명 ③ 13.5만 명
④ 14만 명 ⑤ 14.5만 명

해설

A 도시의 올해 인구를 a, 인구 증가율을 r라 하면 n년 후의 인구는
$a(1+r)^n$ 명이다.
10년 후의 인구가 6만 명이므로
$a(1+r)^{10} = 6\times10^4$ ⋯⋯㉠
20년 후의 인구가 9만 명이므로
$a(1+r)^{20} = 9\times10^4$ ⋯⋯㉡
㉠을 ㉡에 대입하면 $(1+r)^{10} = \frac{3}{2}$
30년 후의 인구는
$a(1+r)^{30} = a(1+r)^{10}\left\{(1+r)^{10}\right\}^2$
$60000\cdot\left(\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{270000}{2} = 135000$(명)
따라서 13.5만 명이 된다.

30. 매월 초에 일정한 금액을 월이율 1%, 한 달마다 복리로 적립하여 5년 후에 2000만원을 만들려고 한다. 매달 얼마씩 적립해야 하는가?(단, $1.01^{60} = 1.8$로 계산하고, 천 원 단위에서 반올림한다.)

① 22만원　② 24만원　③ 25만원
④ 27만원　⑤ 28만원

해설

매월 초에 a원씩 월이율 1%, 한 달마다 복리로 5년 동안 적립하여 2000만원을 만들어야 하므로

$a(1+0.01) + a(a+0.01)^2 + \cdots + a(1+0.01)^{60} = 20000000$

$\dfrac{a(1+0.01)\left\{(1+0.01)^{60} - 1\right\}}{(1+0.01) - 1} = 20000000$

$= \dfrac{1 \times 1.01 \times (1.8 - 1)}{0.01} = 20000000$

$80.8a = 20000000$

$\therefore\ a \fallingdotseq 250000$

따라서 매월 적립해야 할 금액은 25만원이다.

31. $\sum_{k=1}^{10}\left\{\sum_{m=1}^{n}(k-2)\cdot 2^{m-1}\right\}$을 n에 관한 식으로 나타내면?

① $60(2^n-1)$ ② $35(2^n-1)$ ③ $20(2^n+1)$
④ $20(2^n-1)$ ⑤ $16(2^n-1)$

해설

$\sum_{k=1}^{10}\left\{\sum_{m=1}^{n}(k-2)\cdot 2^{m-1}\right\}$

$=\sum_{k=1}^{10}\left\{\dfrac{(k-2)(2^n-1)}{2-1}\right\}$

$=(2^n-1)\sum_{k=1}^{10}(k-2)$

$=(2^n-1)\left(\dfrac{10\times 11}{2}-20\right)=35(2^n-1)$

32. 다음 중 $\sum_{k=1}^{10} k + \sum_{k=2}^{10} k + \cdots + \sum_{k=10}^{10} k$ 의 값과 같은 것은?

① $\sum_{k=1}^{10} 2k$ ② $\sum_{k=1}^{20} k$ ③ $\sum_{k=6}^{10} 5k$
④ $\sum_{k=1}^{10} k^2$ ⑤ $\sum_{k=1}^{10} (k^2 + k)$

해설

$\sum_{k=1}^{10} k + \sum_{k=2}^{10} k + \cdots + \sum_{k=10}^{10} k$
$= (1+2+3+4+\cdots+10) + (2+3+4+\cdots+10) + (3+4+\cdots+10) + \cdots + 10$
$= 1 + 2\cdot 2 + 3\cdot 3 + \cdots + 10\cdot 10 = \sum_{k=1}^{10} k^2$

33. 0이 아닌 세 실수 a, b, c에 대하여 $a > b,\ c < 0$일 때, 다음 보기 중 항상 옳은 것을 모두 고르면 몇 개인가?

(1) $ac < bc$	(2) $a^2 > b^2$	(3) $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$
(4) $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$	(5) $a^3 > b^3$	

① 1개　② 2개　③ 3개　④ 4개　⑤ 5개

해설

(1) $a > b,\ ac < bc \Rightarrow (\bigcirc)$

(2) (반례) $a = 1,\ b = -2$

$1 > -2,\ (1)^2 < (-2)^2 \Rightarrow (\times)$

(3) $a > b,\ \frac{a}{c} < \frac{b}{c} \Rightarrow (\bigcirc)$

(4) (반례) $1 > -2,\ 1 > -\frac{1}{2} \Rightarrow (\times)$

(5) $a^3 > b^3 \Rightarrow (\bigcirc)$

$\therefore$ 참 : (1), (3), (5)

34. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $a > b$, $b > c$, $c > d$이면 $a > d$

② $a > b > 0$, $c > d > 0$이면 $ac > bd$

③ $a > b > 0$이면 $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

④ $ac > bc$이면 $a > b$

⑤ $a > b > 0$, $c > 0$이면 $\frac{a}{b} > \frac{a+b}{b+c}$

해설

① $a > b$, $b > c$이면 $a > c$
$a > c$, $c > d$이면 $a > d$ ∴참

② $c > d$이고 $a > 0$이므로 $ac > ad$ ……㉠
$a > b$이고 $d > 0$이므로 $ad > bd$ ……㉡
㉠, ㉡에서 $ac > bd$ ∴참

③ $a > b > 0$이므로 $a-b > 0$, $ab > 0$이다. $\frac{1}{b} - \frac{1}{a} = \frac{a-b}{ab} > 0$
이므로 $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$ ∴참

④ $c < 0$일 때 $ac > bc$이면 $a < b$이다. ∴거짓

⑤ $\frac{a}{b} - \frac{a+c}{b+c} = \frac{a(b+c)-b(a+c)}{b(b+c)}$
$= \frac{c(a-b)}{b(b+c)} > 0$ ∴참

35. 연립부등식 $\begin{cases} 3x+7 \le -x+31 \\ x+a \ge -3 \end{cases}$ 의 해가 다음과 같을 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$\begin{cases} 3x+7 \le -x+31 \\ x+a \ge -3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 4x \le 24 \\ x+a \ge -3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \le 6 \\ x \ge -3-a \end{cases}$

$\therefore\ -3-a \le x \le 6$

해가 $-1 \le x \le 6$ 이므로 $-3-a=-1$

$\therefore\ a=-2$

36. 연립부등식 $\begin{cases} x+2 \le 2x+3 \\ 3x \ge 5x-14 \end{cases}$ 의 해 x의 최댓값을 a, 최솟값을 b 라고 할 때, $a-b$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$x+2 \le 2x+3,\ x \ge -1$

$3x \ge 5x-14,\ x \le 7$

→ 연립부등식의 해는 $-1 \le x \le 7$

따라서 x의 최댓값은 7, 최솟값은 -1이다.

$\therefore a-b = 7-(-1) = 8$

37. 연립부등식 $\begin{cases} \dfrac{x+3}{4} - \dfrac{1-x}{2} < 2 \\ 0.4x + 1.3 < 0.5x + 1.7 \end{cases}$ 를 푼 것은?

① $-6 < x < \dfrac{3}{2}$ ② $-4 < x < \dfrac{7}{3}$ ③ $-\dfrac{4}{3} < x < 3$
④ $-\dfrac{1}{3} < x < 5$ ⑤ $2 < x < \dfrac{11}{4}$

해설

$\begin{cases} \dfrac{x+3}{4} - \dfrac{1-x}{2} < 2 & \cdots ① \\ 0.4x + 1.3 < 0.5x + 1.7 & \cdots ② \end{cases}$

①식을 정리하면
$x + 3 - 2(1-x) < 8$
$x + 3 - 2 + 2x < 8$
$3x < 7$
$x < \dfrac{7}{3}$
②식을 정리하면
$4x + 13 < 5x + 17$
$x > -4$
$\therefore\ -4 < x < \dfrac{7}{3}$

38. 부등식 $x-3 \le 2x-1 < 8-x$ 의 해 중에서 정수인 해는 몇 개인가?

① 6 개
② 5 개
③ 4 개
④ 해가 없다
⑤ 해가 무수히 많다.

해설

$x-3 \le 2x-1 < 8-x$ 에서
(i) $x-3 \le 2x-1$
$x-2x \le -1+3$
$-x \le 2$
$\therefore\ x \ge -2$
(ii) $2x-1 < 8-x$
$2x+x < 8+1$
$3x < 9$
$\therefore\ x < 3$
$\therefore\ -2 \le x < 3$

39. $a < 0$이고 $a+b=0$일 때, 부등식$(a-b)x-a-2b<0$의 해는?

① $x < -\frac{1}{2}$ ② $x > -\frac{1}{2}$ ③ $x > 2$
④ $x < -2$ ⑤ $x > 1$

해설
$a+b=0$에서 $b=-a$를 부등식에 대입하면
$(a+a)x-a+2a<0$, $2ax+a<0$, $2ax<-a$
$\therefore$ $x > -\frac{1}{2}$($\because$ $2a<0$)

40. $x+3y=5$, $4y+3z=6$ 일 때, 부등식 $x<3y<5z$ 를 만족시키는 x 의 값의 범위를 구하면?

① $\frac{5}{6}<x<\frac{10}{9}$ ② $\frac{30}{29}<x<\frac{5}{3}$ ③ $\frac{55}{29}<x<\frac{5}{2}$
④ $\frac{5}{2}<x<\frac{90}{29}$ ⑤ $-\frac{90}{29}<x<-\frac{5}{2}$

해설

$x+3y=5$를 y에 관하여 풀면

$y=\frac{5-x}{3}$

$4y+3z=6$을 z에 관하여 풀면

$z=\frac{6-4y}{3}=2-\frac{4}{3}y$

$y=\frac{5-x}{3}$을 대입하면

$z=2-\frac{4}{3}\times\frac{5-x}{3}=2-\frac{20-4x}{9}=\frac{4x-2}{9}$

$y=\frac{5-x}{3}$, $z=\frac{4x-2}{9}$를 부등식에 대입하면

$x<5-x<5\times\frac{4x-2}{9}$

$x<5-x$, $2x<5$

$x<\frac{5}{2}$ $\cdots$ ㉠

$5-x<\frac{5(4x-2)}{9}$, $45-9x<20x-10$,

$\frac{55}{29}<x$ $\cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $\frac{55}{29}<x<\frac{5}{2}$