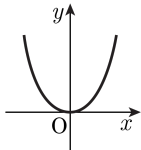
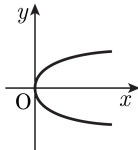


1. 다음 중 역함수가 존재하는 함수의 그래프로서 적당한 것은 무엇인가?

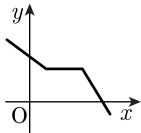
①



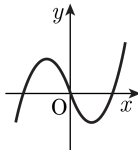
②



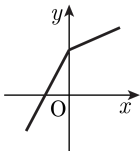
③



④



⑤



해설

주어진 그래프 중 일대일대응인 것을 찾으면 ⑤이다.

2. 함수  $y = \frac{x+1}{x-4}$  의 정의역은  $x \neq a$  인 모든 실수이고 치역은  $y \neq b$  인 모든 실수이다. 이때,  $a+b$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

### 해설

함수  $y = \frac{x+1}{x-4}$  의 정의역이  $x \neq a$  인 모든 실수이고  
치역이  $y \neq b$  인 모든 실수이면  $x = a$ ,  $y = b$ 는 점근선이다.

따라서  $y = \frac{(x-4)+5}{x-4} = \frac{5}{x-4} + 1$ 에서

$a = 4$ ,  $b = 1$ 이므로

$\therefore a+b = 4+1 = 5$

3. 함수  $y = \sqrt{2x-4} + b$  의 정의역이  $\{x \mid x \geq a\}$  이고, 치역이  $\{y \mid y \geq -3\}$  일 때, 상수  $a, b$  에 대하여  $ab$  의 값은?

① -6

② -3

③ 1

④ 3

⑤ 6

해설

$$2x - 4 \geq 0 \text{ 에서 } 2x \geq 4$$

$$\therefore x \geq 2$$

주어진 함수의 정의역이  $\{x \mid x \geq 2\}$  이므로

$$a = 2$$

함수  $y = \sqrt{2x-4} + b$  의 치역은  $\{y \mid y \geq b\}$  이므로  $b = -3$

$$\therefore ab = -6$$

4.  $f\left(\frac{x+1}{2}\right) = 3x + 2$  일 때,  $f(2)$  의 값을 구하면?

① 2

② 3

③ 8

④ 11

⑤ 12

해설

$$\frac{x+1}{2} = 2 \text{에서 } x = 3$$

$$\therefore f(2) = 11$$

5. 함수  $f(x) = a|x| + (1-a)x$ 가 실수의 범위에서 일대일대응이 되도록 하는 상수  $a$ 의 범위는 무엇인가?

①  $a < -2$

②  $a > 2$

③  $a < \frac{1}{2}$

④  $a > -\frac{1}{2}$

⑤  $a < 2$

해설

$$f(x) = \begin{cases} x & (x \geq 0) \\ (1-2a)x & (x < 0) \end{cases} \text{ 이고}$$

$x \geq 0$  일 때  $f(x)$ 는 증가함수이므로

$x < 0$ 일 때도  $f(x)$ 는 증가함수이어야 일대일대응이 된다. 따라서  $1 - 2a > 0$

$$\therefore a < \frac{1}{2}$$

6. 집합  $A = \{-1, 0, 1\}$  에 대하여  $A$  에서  $A$  로의 함수  $f$  가 다음과 같을 때, 항등함수가 아닌 것은?

- ①  $f : x \rightarrow 2|x|$       ②  $f : x \rightarrow x^3$       ③  $f : x \rightarrow x^5$   
④  $f : x \rightarrow x$       ⑤  $f : x \rightarrow x|x|$

해설

①  $f(-1) = 2, f(0) = 0, f(1) = 2$  이므로 항등함수가 아니다.

①, ②, ③, ④  $f(-1) = -1, f(0) = 0, f(1) = 1$  이므로 모두 항등함수이다.

7. 두 집합  $A = \{1, 2, 3\}$ ,  $B = \{4, 5, 6, 7\}$  가 있다.  $A$ 에서  $B$ 로의 일대일 함수  $f$  중  $f(1) = 4$  를 만족하는  $f$  의 개수를 구하면?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$f(1) = 4$  이므로  $\{2, 3\}$  에서  
 $\{5, 6, 7\}$  로 가는 일대일 함수의 개수와 같다.  
 $\therefore 3 \times 2 = 6$

8.  $f(x) = 2x - 3$  일 때,  $f(f(x)) = f(f(f(x)))$  를 만족하는  $x$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$f(f(x)) = 4x - 9, \quad f(f(f(x))) = 8x - 21 \quad \text{이므로}$$

$$4x - 9 = 8x - 21$$

$$\therefore x = 3$$

9. 함수  $f(x) = x + 1$  라 할 때,  $f^{10}(2)$  의 값을 구하여라. (단,  $f^2 = f \circ f$ ,  $f^n = f^{n-1} \circ f$ )

▶ 답:

▷ 정답: 12

해설

$$\begin{aligned} f^2(x) &= (f \circ f)(x) = f(f(x)) = f(x+1) \\ &= (x+1) + 1 = x+2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f^3(x) &= (f^2 \circ f)(x) = f^2(f(x)) = f^2(x+1) \\ &= (x+1) + 2 = x+3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f^4(x) &= (f^3 \circ f)(x) = f^3(f(x)) = f^3(x+1) \\ &= (x+1) + 3 = x+4 \end{aligned}$$

...

$$f^n(x) = x + n$$

$$\therefore f^{10}(2) = 2 + 10 = 12$$

10. 함수  $f(x) = \begin{cases} ax+b & (x \geq 2) \\ -(x-2)^2 & (x \leq 2) \end{cases}$  의 역함수가 존재하고  $f^{-1}(1) = 4$

일 때,  $f(6)$  의 값은? (단,  $f^{-1}(x)$  는  $f(x)$  의 역함수)

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$f(x) = \begin{cases} ax+b & (x \geq 2) \\ -(x-2)^2 & (x < 2) \end{cases}$  의 역함수가 존재하므로

$f(x)$  는 일대일 대응이어야 한다.

한편  $f^{-1}(1) = 4$  에서  $f(4) = 4a + b = 1 \cdots \textcircled{㉠}$

$f(2) = 2a + b = -(2-2)^2 = 0 \cdots \textcircled{㉡}$

$\textcircled{㉠}$ ,  $\textcircled{㉡}$ 를 연립하여 풀면  $a = \frac{1}{2}$ ,  $b = -1$

$\therefore f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x - 1 & (x \geq 2) \\ -(x-2)^2 & (x \leq 2) \end{cases}$  이므로

$\therefore f(6) = 2$

11.  $\frac{1}{x(x+1)} + \frac{x}{(x+1)(2x+1)} + \frac{x}{(2x+1)(3x+1)} - \frac{2x+1}{x(3x+1)}$  을 간단히 하면 ?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤  $\frac{2}{3}$

해설

주어진 식을 이항분리시키면,

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}\right) + \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{2x+1}\right) \\ &\quad + \left(\frac{1}{2x+1} - \frac{1}{3x+1}\right) - \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{3x+1}\right) \\ &= 0\end{aligned}$$

12.  $x = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$  일 때,  $x^2 - x - 2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$x = \frac{\sqrt{5}+1}{2} \text{ 에서 } 2x = \sqrt{5}+1$$

$2x - 1 = \sqrt{5}$ 의 양변을 제곱하면

$$4x^2 - 4x + 1 = 5 \quad \therefore x^2 - x - 1 = 0$$

$$\therefore x^2 - x - 2 = x^2 - x - 1 - 1 = 0 - 1 = -1$$

13. 1부터 800까지의 자연수 중에서 800과 서로소인 수의 개수를 구하면?

① 310 개

② 320 개

③ 330 개

④ 340 개

⑤ 350 개

해설

800 =  $2^5 \times 5^2$  으로 소인수분해가 된다.

800과 서로소가 되려면 2나 5를 인수로 가져서는 아니되므로 1부터 800까지의 수 중에서 2 또는 5의 배수의 개수를 계산하여 여사건을 이용하면 된다.

2의 배수의 집합을  $A$ , 5의 배수의 집합을  $B$ 라 하면

$$\begin{aligned}n(A \cup B) &= n(A) + n(B) - n(A \cap B) \\&= 400 + 160 - 80 = 480\end{aligned}$$

따라서 800과 서로 소인수의 개수는

$800 - 480 = 320$ (개)이다.

14. 식  $(a + b + c)(x + y + z)$  를 전개하였을 때, 항의 개수는?

① 6

② 9

③ 12

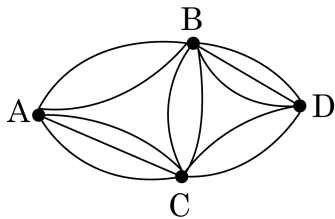
④ 15

⑤ 18

해설

$a, b, c$  가 선택할 수 있는 항이 각각 3 가지씩 있으므로  $3+3+3 = 9$

15.  $A, B, C, D$  네 지점 사이에 오른쪽그림과 같은 도로망이 있다.  $A$  에서  $D$  까지의 경로는 모두 몇 가지인가? (단, 동일 지점은 많아야 한번만 지난다.)



▶ 답 :

가지

▷ 정답 : 38 가지

### 해설

$A$  에서  $D$  까지의 경로는

$A \rightarrow B \rightarrow D$  의 경우 :  $2 \times 3 = 6$  (가지)

$A \rightarrow C \rightarrow D$  의 경우 :  $3 \times 2 = 6$  (가지)

$A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$  의 경우 :

$2 \times 2 \times 2 = 8$  (가지)

$A \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow D$  의 경우 :

$3 \times 2 \times 3 = 18$  (가지)

따라서 구하는 가지수는

$6 + 6 + 8 + 18 = 38$  (가지)

16. 100 원짜리 1 개, 50 원짜리 2 개, 10 원짜리 3 개가 있다. 일부 또는 전부를 사용하여 거스름돈 없이 지불할 때, 지불 방법의 수와 지불할 수 있는 금액의 수의 합을 구하여라.

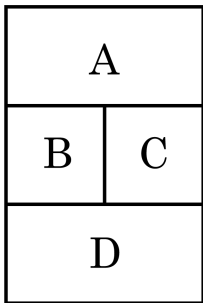
▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 42 가지

### 해설

- ① 100 원짜리 동전을 0 개, 1 개 사용할 수 있다. 2 가지  
50 원짜리 동전을 0, 1, 2 개 사용할 수 있다. 3 가지  
10 원짜리 동전을 0, 1, 2, 3 개 사용할 수 있다. 4 가지  
따라서 지불 방법의 수는  $2 \times 3 \times 4 = 24$  인데 이 중에서 0 개를 사용하는 것은 지불하는 것이 아니므로 제외하면 23 가지의 지불 방법 수가 있다.
- ② 100 원짜리 동전을 50 원짜리 동전으로 교환하면 50 원짜리 동전이 4 개, 10 원짜리 동전이 3 개인 상황에서 지불 금액의 수는  $5 \times 4 = 20$  가지 인데 이 중에서 서로 사용하지 않는 경우를 제외하면 19 가지이다.
- ①, ②에서 구하는 지불 방법의 수와 지불할 수 있는 금액의 수의 합은  $23 + 19 = 42$

17. 원재가 가입한 동아리는 이 동아리를 상징하는 깃발을 검정, 초록, 빨강의 세 가지 색을 모두 사용하여 다음 그림과 같은 네 영역으로 구분하여 칠하려고 한다. 서로 다르게 칠하는 방법의 수를 구하여라.



▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 6가지

#### 해설

$A, B, C, D$ 의 순서대로 색을 칠한다고 할 때,  $A$ 의 영역을 칠하는 방법의 수는 검정, 초록, 빨강의 3가지이다. 이런 각 경우에 대하여  $B$ 의 영역을 칠하는 방법은 3가지 색 중에서  $A$ 의 영역을 칠한 색을 제외한 2가지이고,  $C$ 의 영역을 칠하는 방법의 수는  $A, B$ 의 두 영역을 칠한 색을 제외한 1가지이다.

마지막으로  $D$ 의 영역을 칠하는 방법의 수는  $B, C$ 의 두 영역을 칠한 색을 제외한 1가지 방법이다. 따라서 구하는 방법의 수는  $3 \times 2 \times 1 \times 1 = 6$  (가지)

18. 집합  $\{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$  에서 선택한 세 개의 원소  $a_1, a_2, a_3$  이  $2a_2 = a_1 + a_3$  을 만족시키는 경우의 수는? (단,  $a_1 < a_2 < a_3$  이다.)

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$a_1 < a_2 < a_3$  이고  $2a_2 = a_1 + a_3$  을 만족하는 순서쌍은  
(2, 4, 6), (2, 6, 10), (4, 6, 8), (4, 8, 12), (6, 8, 10) (8, 10, 12) 의 6 가  
지

19.  $A, B, C, D$  4 명을 일렬로 세울 때,  $B$  와  $C$  가 이웃하여 서는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답: 가지

▷ 정답: 12가지

해설

$B$  와  $C$  를 하나로 보면, 세명을 일렬로 세우는 경우와 같다.

$$\Rightarrow 3! = 6$$

여기에  $B$  와  $C$  가 자리를 바꾸는 방법을 곱해준다.

$$\therefore 6 \times 2 = 12$$

20. 남자 4명, 여자 3명을 일렬로 세울 때, 여자끼리는 이웃하지 않도록  
서는 경우의 수는?

① 720

② 960

③ 1280

④ 1440

⑤ 1560

해설

먼저 남자 4명을 줄 세운 다음 양 끝과 남자 사이의 5자리 중 3  
자리를 골라 여자들을 배치한다.

$$4! \times {}_5P_3 = 1440$$

**21.** continue의 8개의 문자를 양 끝에 c와 e가 오도록 일렬로 나열하는 방법의 수는?

① 180

② 360

③ 540

④ 720

⑤ 1080

해설

**22.** 1, 2, 3, 4, 5 를 써서 만들 수 있는 세 자리 정수 중에서 각 자리의 숫자가 모두 다른 것은 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 :      개

▷ 정답 : 60 개

해설

$${}_5P_3 = 5 \times 4 \times 3 = 60(\text{개})$$

23. 여자가 3명 포함된 10명의 국회 의원 모임에서 3명의 대표를 선출할 때, 적어도 2명의 여자 국회 의원이 대표가 되는 경우의 수는?



① 22

② 26

③ 32

④ 34

⑤ 45

#### 해설

전체의 경우의 수에서 여자 대표가 1명만 뽑히는 경우와 한 명도 뽑히지 않은 경우의 수를 빼준다.

$$\therefore {}_{10}C_3 - ({}_3C_1 \times {}_7C_2 + {}_7C_3) = 22$$

24. 집합  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 에 대하여 원소의 개수가 2 개, 2 개, 3 개인 집합으로 분할하는 방법의 수를 구하여라.

▶ 답 :        개

▷ 정답 : 105        개

해설

$${}_7C_2 \times {}_5C_2 \times {}_3C_3 \times \frac{1}{2!} = 105$$

25. 11 명의 학생을 3 명, 3 명, 5 명의 3 개의 조로 나누어 과학실, 화장실, 식당을 청소하도록 하는 방법의 수는?

① 4620

② 6930

③ 13860

④ 27720

⑤ 55440

해설

$${}_{11}C_3 \times {}_8C_3 \times {}_5C_5 \times \frac{1}{2!} \times 3! = 27720$$

26. 함수  $f(x)$  의 역함수를  $g(x)$  라 하자.  $x \neq 1$  인 모든 실수  $x$  에 대하여  $f\left(2g(x) - \frac{x}{x-1}\right) = x$  라 할 때,  $f(2)$  의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} f(f^{-1}(x)) &= x \\ \therefore 2g(x) - \frac{x}{x-1} &= g(x) \\ \Rightarrow g(x) &= \frac{x}{x-1} \end{aligned}$$

$f(2) = k$  라고 하면

$$g(k) = 2 \Rightarrow k = 2$$

27.  $\left(\frac{1}{x}\right)^2 = 7 + 2\sqrt{12}$ ,  $\left(\frac{1}{y}\right)^2 = 7 - 2\sqrt{12}$ 을 만족하는 두 양수  $x, y$ 에 대하여,  $x^3 + y^3$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 52

해설

$$\left(\frac{1}{x}\right)^2 = 7 + 2\sqrt{12}, \frac{1}{x} = \sqrt{3} + 2, x = 2 - \sqrt{3}$$

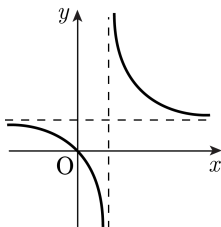
$$\left(\frac{1}{y}\right)^2 = 7 - 2\sqrt{12}, \frac{1}{y} = 2 - \sqrt{3}, y = 2 + \sqrt{3}$$

$$x + y = 4, xy = 1$$

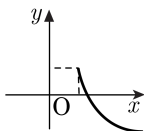
$$x^3 + y^3 = (x + y)^3 - 3xy(x + y) = 64 - 12 = 52$$

28.

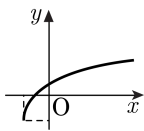
다음 그림은 분수함수  $y = \frac{b}{x+a} + c$  의 그래프의 개형이다. 다음 중 무리함수  $y = a - \sqrt{bx+c}$  의 그래프의 개형으로 옳은 것은?



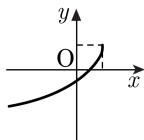
①



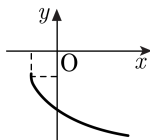
②



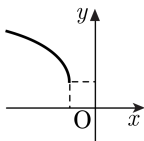
③



④



⑤



## 해설

점근선이  $x =$  양수,  $y =$  양수 이므로

$$y = \frac{b}{x+a} + c \text{ 에서 } a < 0, c > 0$$

그리고 원점을 지나므로

$$\frac{b}{a} + c = 0, b = -ac > 0$$

$$\therefore y = -\sqrt{bx+c} + a$$

$$\text{꼭짓점 } \left(-\frac{c}{b}, a\right), \left(-\frac{c}{b} < 0, a < 0\right)$$

루트 앞의 부호가 음수이므로 그래프의 개형은 ④이다.

29. 2000 의 양의 약수 중 제곱수가 아니면서 짝수인 것의 개수는?

① 4

② 6

③ 8

④ 10

⑤ 12

해설

2000 =  $2^4 \cdot 5^3$  의 양의 약수는

$2^j \cdot 5^k (0 \leq j \leq 4, 0 \leq k \leq 3)$  의 형태이다.

그러므로 제곱수가 아니면서 짝수인 것은

$2 \cdot 5^k (k = 0, 1, 2, 3)$

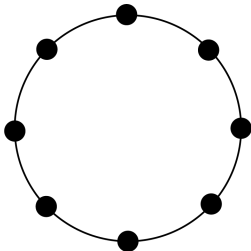
$2^2 \cdot 5^k (k = 1, 3)$

$2^3 \cdot 5^k (k = 0, 1, 2, 3)$

$2^4 \cdot 5^k (k = 1, 3)$  의 형태이므로

구하는 개수는  $4 + 2 + 4 + 2 = 12$  (개)

30. 그림과 같이 원 위에 8개의 점이 같은 간격으로 놓여 있을 때, 이 중에서 네 점을 꼭짓점으로 하는 사각형의 개수는?



① 64

② 70

③ 72

④ 80

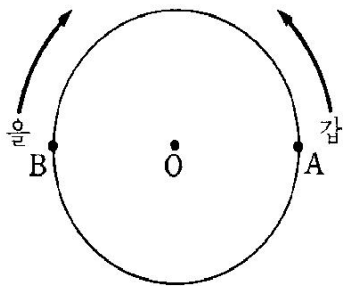
⑤ 96

해설

8개의 점 중 4 개를 선택하는 방법과 같다.

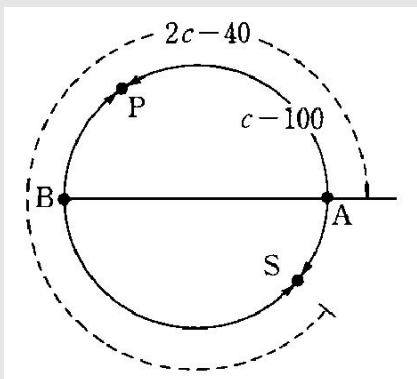
$${}_8C_4 = 70$$

31. 갑, 을 두 사람이 원형 트랙의 반대편 두 지점 A, B 에서 동시에 일정한 속도로 서로 반대 방향으로 출발하였다. 을이 100m 를 갔을 때 두 사람은 처음 만났고, 갑이 A 지점을 40m 남겨 두고 두번째 만났다면 트랙 한 바퀴의 둘레의 길이는? (단, 두번째 만날 때까지 두 사람은 아직 트랙을 한 바퀴도 돌지 못했다고 한다.)



- ① 260 m                      ② 390 m                      ③ 520 m  
④ 650 m                      ⑤ 780 m

### 해설



트랙 둘레의 길이를  $2c$  라 하고, A, B 를 출발점 P, S 를 각각 첫 번째, 두 번째로 만나는 점이라고 하자.

점 P 까지의 갑, 을의 이동 거리는 갑 :  $c - 100$  , 을 : 100

S 까지의 갑, 을의 이동 거리는 갑 :  $2c - 40$  , 을 :  $c + 40$

문제의 뜻으로부터 두 사람의 이동 속도가 일정하고 P, S 점까지 이동하는 데 걸린 시간이 같으므로

갑, 을의 속도를 각각  $v_1$ ,  $v_2$  라 하면

시간 :  $\frac{\text{이동거리}}{\text{속도}}$  에서

$$\frac{c - 100}{v_1} = \frac{100}{v_2} \dots \textcircled{㉠}$$

$$\frac{2c - 40}{v_1} = \frac{c + 40}{v_2} \dots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡} \text{에서 } \frac{c - 100}{2c - 40} = \frac{100}{c + 40}$$

$$(c - 100)(c + 40) = 100(2c - 40)$$

$$c^2 - 60c - 4000 = 200c - 4000$$

$$c^2 - 260c = 0, c(c - 260) = 0$$

$$\therefore c \neq 0 \text{ 이므로 } c = 260$$

따라서 트랙의 길이는  $2c = 520$  ( m )

32.  $\sqrt{x^2 + 5x + 13}$ 이 자연수가 되게 하는 자연수  $x$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $x = 4$

해설

$x^2 + 5x + 13$ 이 완전제곱수이려면

$(x+2)^2 < x^2 + 5x + 13 < (x+4)^2$ 에서  $x^2 + 5x + 13 = (x+3)^2$

$\therefore x = 4$

33. 두 함수  $y = \sqrt{-2x+3}$ ,  $x = \sqrt{-2y+3}$ 의 그래프의 교점의 좌표를  $(a, b)$ 라 할 때,  $a+b$ 의 값은?

① -6

② -4

③ -2

④ 0

⑤ 2

### 해설

함수  $y = \sqrt{-2x+3}$ 에서  $x$ 와  $y$ 를 서로 바꾸면

$x = \sqrt{-2y+3}$ 이므로 두 함수는 서로 역함수의

관계에 있다.

따라서, 두 함수  $y = \sqrt{-2x+3}$ ,

$x = \sqrt{-2y+3}$ 의 그래프는

직선  $y = x$ 에 대하여 대칭이다.

즉, 두 함수  $y = \sqrt{-2x+3}$ ,  $x = \sqrt{-2y+3}$ 의 그래프는 아래 그림과 같으므로

두 함수의 그래프의 교점은

함수  $y = \sqrt{-2x+3}$ 의 그래프와

직선  $y = x$ 의 교점과 같다.

두 식을 연립한 방정식  $\sqrt{-2x+3} = x$ 의 을  
제곱하면,  $-2x+3 = x^2$ ,  $x^2 + 2x - 3 = 0$

$$(x-1)(x+3) = 0$$

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } x = -3$$

그런데  $0 \leq x \leq \frac{3}{2}$ 이므로  $x = 1$ ,  $y = 1$

따라서 구하는 교점의 좌표는  $(1, 1)$ 이므로

$$a = 1, b = 1$$

$$\therefore a + b = 2$$

