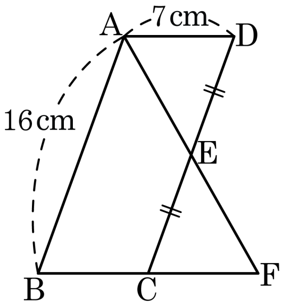
1. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{CD}$ 의 중점 E 를 잡아 $\overline{AE}$ 의 연장선과 $\overline{BC}$ 의 연장선의 교점을 F 라 하자. $\angle ADE = \angle AED$ 일 때, $\triangle ABF$ 의 둘레의 길이를 구하면?



① 23 cm ② 28 cm ③ 30 cm ④ 44 cm ⑤ 49 cm

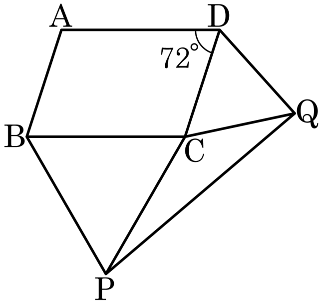
해설

$\triangle EAD \equiv \triangle EFC$ (ASA 합동) 이므로 $\overline{AD} = \overline{CF} = 7\,\text{cm}$ $\therefore \overline{BF} = 14\,\text{cm}$

그리고 $\angle B = \angle D$, $\angle DEA = \angle FAB$ (엇각) 이므로 $\triangle ABF$ 는 $\angle B = \angle FAB$ 인 이등변삼각형이다.

따라서 $\triangle ABF$ 의 둘레의 길이는 $44\,\text{cm}$

2. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에 대하여 $\triangle BPC$ 와 $\triangle DCQ$ 는 각각 정삼각형이다. $\angle ADC = 72°$ 일 때, $\angle PCQ$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : $\angle PCQ = 132°$

해설

$\angle DCB = 180° - 72° = 108°$

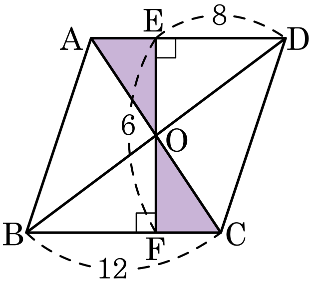
$\angle BCP = \angle DCQ = 60°$

$\therefore \angle PCQ = 360° - (108° + 60° + 60°)$

$= 360° - 228°$

$= 132°$

3. 다음 평행사변형 ABCD에서 높이가 6이고 $\overline{ED} = 8$, $\overline{BC} = 12$일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

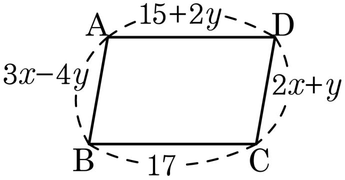
▷ 정답 : 12

해설

$\triangle OAE \equiv \triangle OCF$이고 높이가 6이므로 색칠한 부분의 높이는 3이다.

또한, $\overline{AE} = \overline{FC} = 4$이므로 $\triangle OAE$의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6$이고, 색칠한 부분의 넓이는 $6 + 6 = 12$이다.

4. 다음 그림과 같은 □ABCD가 평행사변형이 되도록 하는 x, y의 값은?



① $x=4,\ y=1$ ② $x=3,\ y=1$ ③ $x=4,\ y=1$

④ $x=5,\ y=1$ ⑤ $x=5,\ y=2$

해설

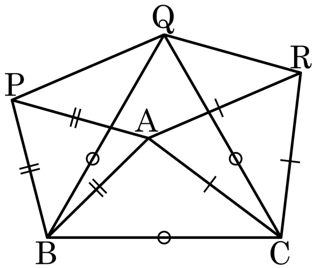
$15+2y=17,\ 2y=2$

$\therefore y=1$

$3x-4=2x+1$

$\therefore x=5$

5. 다음 그림은 $\triangle ABC$ 의 세 변을 각각 한 변으로 하는 정삼각형을 겹쳐 그린 것이다. 즉, $\triangle ABP$, $\triangle BCQ$, $\triangle ACR$ 은 모두 정삼각형이다. 다음 중 옳은 것을 보기에서 모두 고르면?



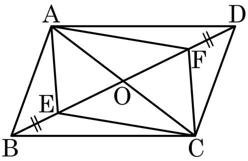
㉠ $\angle QPB = 90°$ ㉡ $\triangle ABC \equiv \triangle RQC$ ㉢ $\angle PBQ = \angle ACB$ ㉣ $\overline{PQ} = \overline{RC}$ ㉤ $\square QPAR$ 는 평행사변형

① ㉠, ㉡, ㉢　② ㉠, ㉡, ㉣　③ ㉡, ㉣, ㉤
④ ㉠, ㉣, ㉤　⑤ ㉢, ㉣, ㉤

해설

$\triangle ABC$ 와 $\triangle RQC$ 에서 $\overline{AC} = \overline{RC}$,
$\overline{BC} = \overline{QC}$,$\angle ACB = \angle RCQ(= 60° - \angle QCA)$
이므로 $\triangle ABC \equiv \triangle RQC \cdots$ ㉡
똑같은 이유로 $\triangle ABC \equiv \triangle PBQ$
따라서 $\triangle PBQ \equiv \triangle RQC$ 이므로
$\overline{PQ} = \overline{RC} \cdots$ ㉣
또, $\square QPAR$ 는 평행사변형 $\cdots$ ㉤
$(\because \overline{AR} = \overline{PQ},\ \overline{PA} = \overline{QR}\ )$
㉠ $\angle QPB = 90°$ (근거 없음)
㉢ $\angle PBQ \neq \angle ACB$ 이고,
$\triangle ABC \equiv \triangle PBQ$ 이다.

6. 평행사변형 ABCD 에서 대각선 BD 위에 $\overline{BE} = \overline{DF}$ 가 되도록 두 점 E, F 를 잡을 때, □AECF 는 평행사변형이다.
이를 증명하기 위해 사용하기에 가장 적합한 평행사변형의 조건은?



① 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

② 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

③ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

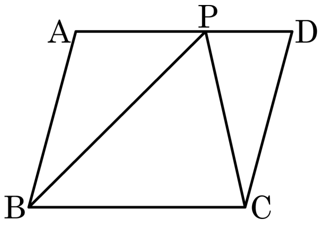
④ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.

⑤ 한 쌍의 대변의 길이가 같고 평행하다.

해설

(가정) □ABCD 는 평행사변형, $\overline{BE} = \overline{DF}$
(결론) □AECF 는 평행사변형
(증명) □ABCD 는 평행사변형이므로
$\overline{OA} = \overline{OC}$
가정에서 $\overline{BE} = \overline{DF}$ 이므로 $\overline{OE} = \overline{OF}$
따라서 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하므로 □AECF 는 평행사변형이다.

7. 평행사변형 ABCD 에서 $\triangle\mathrm{ABP}$ 의 넓이가 18이고 $\overline{\mathrm{AP}} : \overline{\mathrm{PD}} = 3 : 2$ 일 때, 평행사변형 ABCD 의 넓이를 구하시오.



▶ 답 :

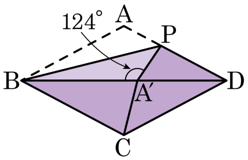
▷ 정답 : 60

해설

$\overline{\mathrm{AP}} : \overline{\mathrm{PD}} = 3 : 2 = \triangle\mathrm{ABP} : \triangle\mathrm{PCD}$ 이므로 $\therefore \triangle\mathrm{PCD} = 12$

$\square\mathrm{ABCD} = 2(\triangle\mathrm{ABP} + \triangle\mathrm{PCD}) = 2(18 + 12) = 60$

8. 다음 그림은 마름모 ABCD 의 꼭짓점 A 가 대각선 BD 위에 오도록 접은 것이다. $\angle BA'P = 124°$ 일 때, $\angle A'CD$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ____ °

▷ 정답 : 48°

해설

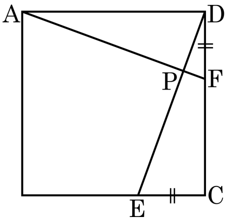
$\angle CBA' = (180° - 124°) \div 2 = 28°$

$\overline{BA'} = \overline{BC}$ 이므로

$\angle BCA' = (180° - 28°) \div 2 = 76°$

$\therefore\ \angle A'CD = 124° - 76° = 48°$

9. 정사각형 ABCD 에서 $\overline{EC} = \overline{FD}$ 이다. 이때, $\angle DPA$ 의 크기를 구여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad\qquad\circ}$

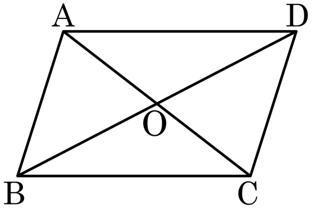
▷ 정답 : $\angle DPA = 90\underline{\circ}$

해설

$\triangle DEC \equiv \triangle AFD$ 이므로 $\angle CDE + \angle AFD = 90^\circ$

따라서 $\angle DPA = 90^\circ$

10. 다음 평행사변형 ABCD에 대하여 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\angle A = 90°$ 이면 □ABCD는 직사각형이다.

② $\overline{AB} = \overline{BC}$ 이면 □ABCD는 마름모이다.

③ $\overline{AC} = \overline{BD}$ 이면 □ABCD는 직사각형이다.

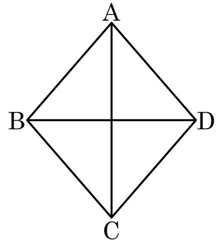
④ $\overline{AC} \perp \overline{BD}$, $\overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OB} = \overline{OD}$ 이면 □ABCD는 정사각형이다.

⑤ $\angle A = 90°$, $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 이면 □ABCD는 정사각형이다.

해설

④ $\overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OB} = \overline{OD}$는 평행사변형의 성질이고 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$는 마름모의 성질이므로 □ABCD는 마름모이다.

11. 다음 그림의 마름모 ABCD 의 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형의 성질이 아닌 것을 보기에서 모두 골라라.



보기

㉠ 두 대각선의 길이가 서로 같다.

㉡ 두 대각선이 서로 수직으로 만난다.

㉢ 네 변의 길이가 모두 같다.

㉣ 네 각의 크기가 모두 직각이다.

㉤ 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

▶ 답 :

▶ 답 :

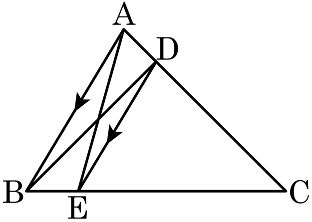
▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉢

해설

마름모의 중점을 연결하여 만든 사각형은 직사각형이 된다.
두 대각선이 서로 수직으로 만나는 것과 네 변의 길이가 모두 같은 것은 마름모의 성질이다.

12. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} // \overline{DE}$ 이고, $\triangle ABC = 30$, $\triangle DBC = 24$ 일 때, $\triangle ABE$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

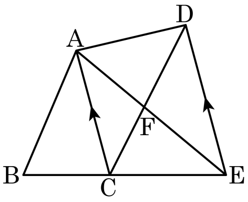
$\overline{AB} // \overline{DE}$ 이므로 $\triangle DBE$ 와 $\triangle AED$ 밑변과 높이가 같다. 따라서 $\triangle DBE = \triangle AED$ 이다.

$\triangle AEC = \triangle DEC + \triangle AED = \triangle DEC + \triangle DBE$

$= \triangle DBC = 24$

$\therefore\ \triangle ABE = \triangle ABC - \triangle AEC = 30 - 24 = 6$

13. 다음 그림은 □ABCD 의 변 $\overline{BC}$ 의 연장선 위에 $\overline{AC} /\!/ \overline{DE}$ 가 되게 점 E 를 잡은 것이다. □ABCD 의 넓이가 $30\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, △ABE 의 넓이는?



① $15\,\mathrm{cm}^2$ ② $20\,\mathrm{cm}^2$ ③ $25\,\mathrm{cm}^2$

④ $30\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $60\,\mathrm{cm}^2$

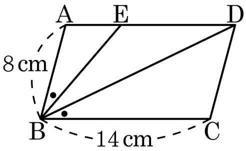
해설

$\overline{AC} /\!/ \overline{DE}$ 이므로 $\triangle ACD = \triangle ACE$ 이다.

$$\begin{aligned} \triangle ABE &= \triangle ABC + \triangle ACE \\ &= \triangle ABC + \triangle ACD \\ &= \square ABCD \end{aligned}$$

$\therefore\ \triangle ABE = 30(\mathrm{cm}^2)$

14. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle ABE = \angle CBD$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이를 구하면?



① $\dfrac{46}{7}$ cm　② $\dfrac{56}{7}$ cm　③ $\dfrac{66}{7}$ cm
④ $\dfrac{76}{7}$ cm　⑤ $\dfrac{86}{7}$ cm

해설

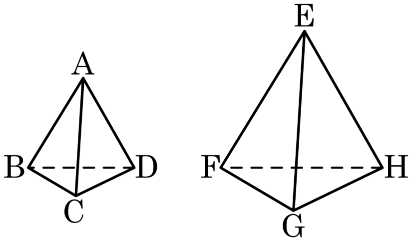
$\triangle ABE \backsim \triangle CBD$

$\overline{AB} : \overline{CB} = \overline{AE} : \overline{CD}$

$8 : 14 = \overline{AE} : 8,\ \overline{AE} = \dfrac{32}{7}(\text{cm})$

$\therefore \overline{DE} = 14 - \dfrac{32}{7} = \dfrac{66}{7}(\text{cm})$

15. 다음 그림과 같은 두 닮은 삼각뿔에서 다음 중 옳지 않은 것은?

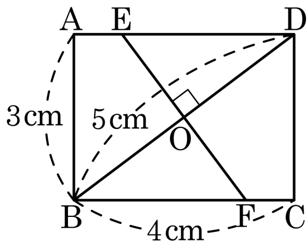


① $\triangle ACD \backsim \triangle EGH$
② $\triangle BCD \backsim \triangle FGH$
③ $\angle ABC = \angle EFG$
④ $\overline{AB} : \overline{EF} = \overline{CD} : \overline{GH}$
⑤ $\triangle ABD = \triangle EFH$

해설

두 닮은 입체도형에서 대응하는 면은 서로 닮음이고 대응하는 모서리의 비는 일정하다.
⑤ 닮음인 도형의 넓이는 닮음비에 따라 다르다.

16. 다음 그림에서 직사각형ABCD 의 대각선 $\overline{BD}$ 의 수직이등분선과 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$ 와의 교점을 각각 E, F 라 할 때, $\overline{EF}$ 의 길이를 구하면?



① $\frac{10}{3}$cm　② 4cm　③ $\frac{13}{4}$cm
④ $\frac{15}{4}$cm　⑤ $\frac{9}{2}$cm

해설

$\triangle$ABD 와 $\triangle$OED 에서

$\angle ADB = \angle ODE,\ \angle A = \angle EOD = 90^\circ$ 이므로

$\triangle ABD \backsim \triangle OED$(AA 닮음)

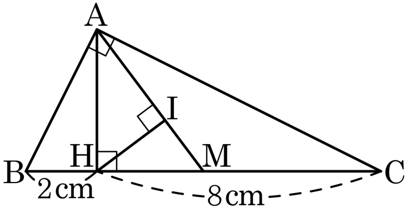
$\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{OE} : \overline{OD}$ 이므로 $3 : 4 = \overline{OE} : \frac{5}{2}$

$\overline{OE} = \frac{15}{8}$ (cm)

$\triangle OFB \equiv \triangle OED$ 이므로

$\overline{EF} = 2\overline{OE} = \frac{15}{8} \times 2 = \frac{15}{4}$ (cm)

17. 다음 직각삼각형 ABC 에서 점 M 은 $\overline{BC}$ 의 중점이다. $\overline{HI}$ 의 길이는?



① $\frac{12}{5}$cm ② $\frac{13}{5}$cm ③ $\frac{14}{5}$cm
④ $\frac{11}{6}$cm ⑤ $\frac{13}{6}$cm

해설

$\triangle ABC$ 에서

$\overline{AM} = \overline{BM} = \overline{CM} = 5(\text{cm})$, $\overline{HM} = 3(\text{cm})$

$\overline{AH}^2 = \overline{BH} \cdot \overline{CH} = 16$

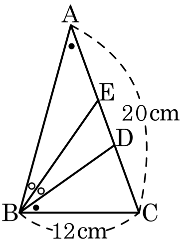
$\overline{AH} = 4$

$\triangle AHM = \frac{1}{2} \times \overline{AH} \times \overline{HM} = \frac{1}{2} \times \overline{AM} \times \overline{HI}$

$4 \times 3 = 5 \times \overline{HI}$

$\therefore \overline{HI} = \frac{12}{5}(\text{cm})$

18. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle BAE = \angle CBD$ 이고, $\overline{BE}$ 는 $\angle ABD$ 의 이등분선이다. $\overline{AC} = 20\,\text{cm}$, $\overline{BC} = 12\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{ED}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $\dfrac{24}{5}$ cm

해설

$\triangle ABC \backsim \triangle BDC$

$20 : 12 = 12 : \overline{CD}$, $\overline{CD} = \dfrac{36}{5}$ (cm)

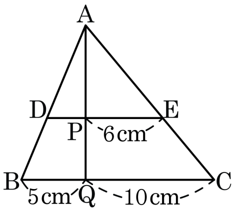
$\overline{AD} = \dfrac{64}{5}$ (cm)

$\overline{BD} : \overline{BA} = 3 : 5$ 이므로

$\overline{DE} : \overline{AE} = 3 : 5$

$\therefore\ \overline{ED} = \dfrac{3}{8} \times \dfrac{64}{5} = \dfrac{24}{5}$ (cm)

19. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BC} \,//\, \overline{DE}$ 이고, $\overline{PE} = 6\text{cm}, \overline{BQ} = 5\text{cm}, \overline{QC} = 10\text{cm}$ 일 때, $\overline{AD} : \overline{DB}$ 는?



① 1 : 2　　② 3 : 5　　③ 3 : 2

④ 3 : 4　　⑤ 2 : 1

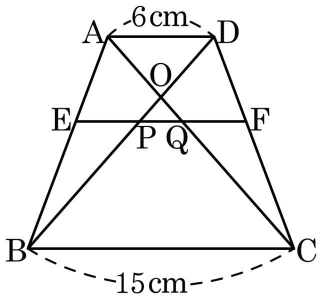
해설

$\overline{BC} \,//\, \overline{DE}$ 이므로

$\overline{QC} : \overline{PE} = \overline{AQ} : \overline{AP} = \overline{AB} : \overline{AD} = 5 : 3$

$\overline{AD} : \overline{DB} = 3 : 2$

20. 다음 그림의 □ABCD 에서 $\overline{AD}//\overline{EF}//\overline{BC}$, $\overline{AE} : \overline{EB} = 2 : 3$ 이고, $\overline{AD} = 6\text{cm}$, $\overline{BC} = 15\text{cm}$ 일 때, $\overline{PQ}$ 의 길이는?



① $\frac{12}{5}\text{cm}$ ② $\frac{18}{5}\text{cm}$ ③ $\frac{24}{5}\text{cm}$
④ $\frac{28}{5}\text{cm}$ ⑤ 6cm

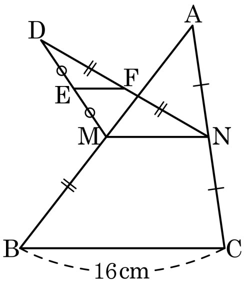
해설

$\triangle ABC$ 에서 $\triangle ABC \backsim \triangle AEQ$ 이므로 $\overline{EQ} : 15 = 2 : 5$, $\overline{EQ} = 6(\text{cm})$

$\triangle ABD$ 에서 $\triangle ABD \backsim \triangle EBP$ 이므로 $\overline{EP} : 6 = 3 : 5$, $\overline{EP} = \frac{18}{5}(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{PQ} = \overline{EQ} - \overline{EP} = 6 - \frac{18}{5} = \frac{12}{5}(\text{cm})$

21. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 선분 AB , AC 의 중점을 각각 M, N이라 하고, $\triangle DMN$ 에서 선분 DM , DN 의 중점을 각각 E, F 라 할 때, $\overline{EF}$ 의 길이를 구하여라.



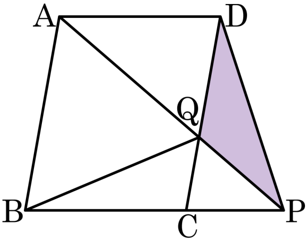
▶ 답 : cm

▷ 정답 : 4 cm

해설

점 M, N이 각각 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 의 중점이므로 $\overline{MN}//\overline{BC}$, $\overline{MN} = \frac{1}{2}\overline{BC}$, 따라서 $\overline{MN} = \frac{1}{2}\overline{BC} = \frac{1}{2} \times 16 = 8(\mathrm{cm})$ 이다. 점 E , F 는 각각 $\overline{DM}$, $\overline{DN}$ 의 중점이므로 $\overline{EF}//\overline{MN}$, $\overline{EF} = \frac{1}{2}\overline{MN}$, 따라서 $\overline{EF} = \frac{1}{2} \times 8 = 4(\mathrm{cm})$ 이다.

22. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BC}$ 의 연장선 위에 한 점 P 를 잡아 $\overline{AP}$ 를 이을 때, $\overline{DC}$ 와의 교점을 Q 라고 하면 $\triangle BCQ = 30\,\text{cm}^2$ 이다. 이때, $\triangle DQP$ 의 넓이를 구하면?



① $15\,\text{cm}^2$ ② $20\,\text{cm}^2$ ③ $24\,\text{cm}^2$

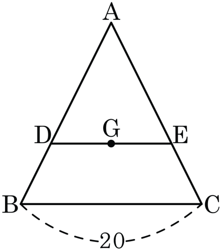
④ $28\,\text{cm}^2$ ⑤ $30\,\text{cm}^2$

해설

$\overline{AC}$ 를 이으면 $\triangle ACP = \triangle DCP$

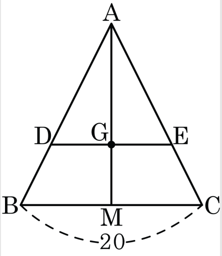
$\triangle DQP = \triangle ACQ = \triangle BCQ = 30(\text{cm}^2)$

23. 다음 그림에서 점G는 $\triangle ABC$의 무게중심이고 $\overline{DE} // \overline{BC}$ 이다. $\overline{BC}=20$ 일 때, $\overline{DG}$ 의 길이를 구하면?



① $\dfrac{8}{3}$ ② $\dfrac{10}{3}$ ③ $\dfrac{14}{3}$
④ $\dfrac{16}{3}$ ⑤ $\dfrac{20}{3}$

해설



$\overline{AG}$ 의 연장선과 $\overline{BC}$ 가 만나는 점을 M 이라고 하면

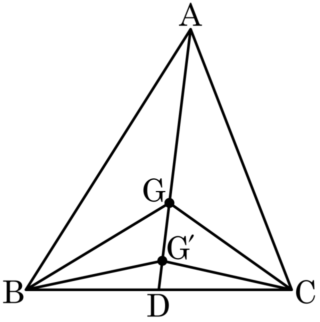
$\overline{BM}=10$,

$\overline{AG}:\overline{AM}=\overline{DG}:\overline{BM}$,

$2:3=\overline{DG}:10$,

$\overline{DG}=\dfrac{20}{3}$

24. 다음 그림에서 점 G, G′ 은 각각 $\triangle ABC$, $\triangle GBC$ 의 무게중심이다. $\triangle ABC = 63\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle GG'C$ 의 넓이를 바르게 구한 것은?



① 6cm^2 ② 7cm^2 ③ 8cm^2

④ 9cm^2 ⑤ 10cm^2

해설

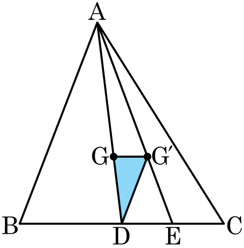
$\triangle GBC = \dfrac{1}{3}\triangle ABC$ 이므로

$\triangle GBC = 21(\text{cm}^2)$

$\triangle GG'C = \dfrac{1}{3}GBC$ 이므로

$\triangle GG'C = 7(\text{cm}^2)$

25. 다음 그림에서 점 G, G′ 는 각각 $\triangle ABC$, $\triangle ADC$ 의 무게중심이다. $\triangle GDG' = 10\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad \mathrm{cm}^2}$

▷ 정답 : $180\,\underline{\mathrm{cm}^2}$

해설

$$\triangle GDG' = \frac{1}{3}\triangle ADG' = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3}\triangle ADC$$
$$= \frac{1}{9} \times \frac{1}{2}\triangle ABC = \frac{1}{18}\triangle ABC$$
$$\therefore\ \triangle ABC = 18\triangle GDG' = 18 \times 10 = 180(\,\mathrm{cm}^2)$$