1. 등식 $\dfrac{1}{x(x+1)}+\dfrac{1}{(x+1)(x+2)}+\dfrac{1}{(x+2)(x+3)}+\dfrac{1}{(x+3)(x+4)}=\dfrac{(\quad)}{x(x+4)}$ 를 성립시키는 ( )속에 들어갈 알맞은 수는?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$\dfrac{1}{AB}=\dfrac{1}{B-A}\left(\dfrac{1}{A}-\dfrac{1}{B}\right)$ 이므로

$$(\text{준식})=\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{x+1}\right)+\left(\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x+2}\right)+\left(\frac{1}{x+2}-\frac{1}{x+3}\right)+\left(\frac{1}{x+3}-\frac{1}{x+4}\right)$$

$$=\frac{1}{x}-\frac{1}{x+4}$$

$$=\frac{x+4-x}{x(x+4)}$$

$$=\frac{4}{x(x+4)}$$

2. 함수 $y=\dfrac{x+1}{x-4}$ 의 정의역은 $x \neq a$ 인 모든 실수이고 치역은 $y \neq b$ 인 모든 실수이다. 이때, $a+b$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

함수 $y=\dfrac{x+1}{x-4}$ 의 정의역이 $x \neq a$ 인 모든 실수이고

치역이 $y \neq b$ 인 모든 실수이면 $x=a,\ y=b$ 는 점근선이다.

따라서 $y=\dfrac{(x-4)+5}{x-4}=\dfrac{5}{x-4}+1$ 에서

$a=4,\ b=1$ 이므로

$\therefore a+b=4+1=5$

3. $f(t)=\dfrac{t}{1-t}$ (단, $t\neq 1$) 인 함수 f 가 있다. $y=f(x)$ 일 때, $x=\square$ 로 나타낼 수 있다. $\square$ 안에 알맞은 것은?

① $-f(y)$ ② $-f(-y)$ ③ $f(-y)$

④ $f\left(\dfrac{1}{y}\right)$ ⑤ $f(y)$

해설

$y=f(x)=\dfrac{x}{1-x}$ 에서

$y-xy=x,\ x(1+y)=y$

$\therefore\ x=\dfrac{y}{1+y}=\dfrac{-y}{1-(-y)}=-f(-y)$

4. 분수함수 $y = \dfrac{2x-3}{x+2}$ 의 역함수를 구하면?

① $y = \dfrac{2x+3}{x-2}$ ② $y = \dfrac{2x-3}{x-2}$ ③ $y = \dfrac{-2x+3}{x-2}$

④ $y = \dfrac{-2x-3}{x-2}$ ⑤ $y = \dfrac{2x-3}{x+2}$

해설

$y = \dfrac{2x-3}{x+2}$ 에서 x를 y에 대한 식으로 나타내면

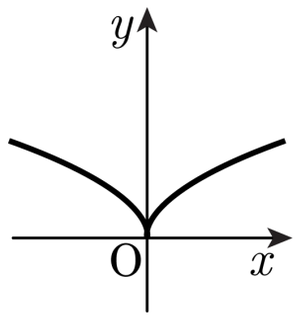
$y(x+2) = 2x-3,\ (y-2)x = -2y-3,$

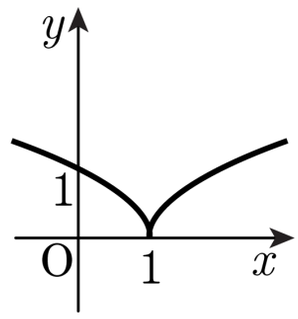
$x = \dfrac{-2y-3}{y-2}$

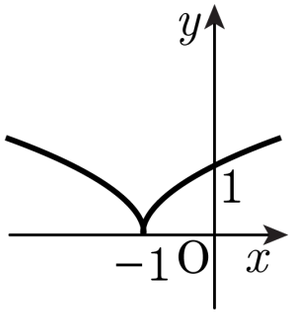
x와 y를 바꾸면, $y = \dfrac{-2x-3}{x-2}$

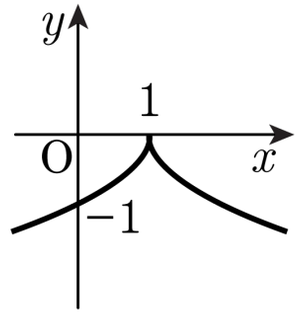
따라서 구하는 역함수는 $y = \dfrac{-2x-3}{x-2}$

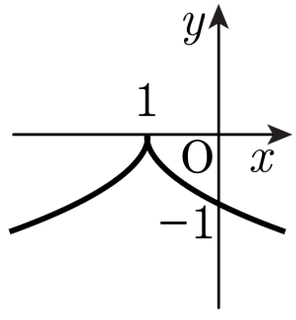
5. 다음 중 함수 $y = \sqrt{|x+1|}$의 그래프를 구하면?

① 

② 

③ 

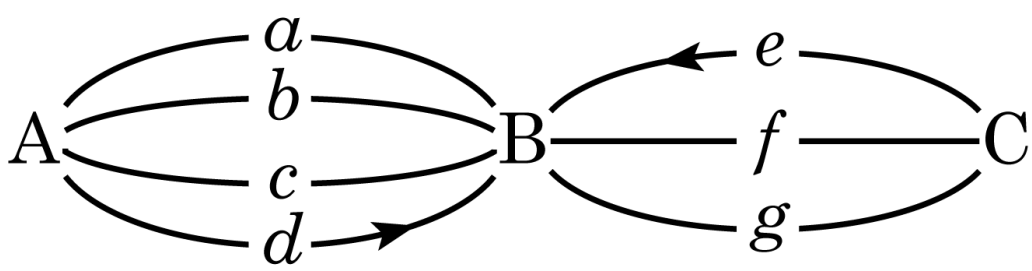
④ 

⑤ 

해설

$x \geq -1$이면 $y = \sqrt{x+1}$
$x < -1$이면 $y = \sqrt{-x-1}$이므로
3번이 정답임.

6. 다음 그림과 같은 도로망에서 도로 d 와 e 는 화살표 방향으로 일방통행만 되고 그 외의 도로는 양쪽 방향으로 통행이 된다고 할 때, A 지점에서 출발하여 B 지점을 거쳐 C 지점까지 갔다가 다시 B 지점을 거쳐 A 지점까지 되돌아 오는 길의 가지수는?



① 12 개 ② 36 개 ③ 64 개

④ 72 개 ⑤ 144 개

해설

$A \to B,\ B \to C,\ C \to B,\ B \to A$ 의 길의 가지수는 각각 $4, 2, 3, 3$ 이므로 구하는 길의 가지수는 $4 \times 2 \times 3 \times 3 = 72$ (개) 이다.

7. 남학생 4 명과 여학생 2 명을 일렬로 세울 때, 여학생끼리 이웃하여 서는 방법은 몇 가지인가?

① 60 가지 ② 120 가지 ③ 180 가지

④ 240 가지 ⑤ 300 가지

해설

4 명의 남학생과 2 명의 여학생 중에서 여학생 2 명을 한 묶음으로 생각하여 5 명을 일렬로 세우는 경우의 수는 5! 이고, 묶음 안에서 여학생 2 명이 자리를 바꾸는 방법의 수가 2 이므로, 구하는 경우의 수는, $5! \times 2 = 240$ (가지) 이다.

8. 등식 $\dfrac{3x}{x^3+1}=\dfrac{a}{x+1}+\dfrac{bx+c}{x^2-x+1}$ 가 x에 관한 항등식일 때, $a+b+c$의 값은?

① -2 ② -6 ③ 1 ④ 2 ⑤ $\dfrac{7}{4}$

해설

$$\frac{3x}{x^3+1}=\frac{a}{x+1}+\frac{bx+c}{x^2-x+1}$$

$$=\frac{a(x^2-x+1)+(x+1)(bx+c)}{x^3+1}$$

$$=\frac{ax^2-ax+a+bx^2+bx+cx+c}{x^3+1}$$

$$=\frac{(a+b)x^2+(b-a+c)x+a+c}{x^3+1}$$

$a+b=0,\ b-a+c=3,\ a+c=0$을 연립하여 풀면

$a=-1,\ b=1,\ c=1$

$\therefore\ a+b+c=1$

9. 분수식 $\frac{1}{x+2}+\frac{-2}{x-2}+\frac{x^2+x+6}{x^2-4}$ 를 간단히 하면?

① $\frac{1}{x^2-4}$ ② $\frac{-1}{x^2-4}$ ③ $\frac{x}{x^2-4}$

④ $\frac{-x}{x^2-4}$ ⑤ $\frac{x^2}{x^2-4}$

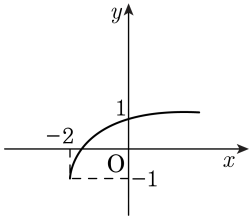
해설

$$\frac{1}{x+2}+\frac{-2}{x-2}+\frac{x^2+x+6}{x^2-4}$$

$$=\frac{x-2-2x-4+x^2+x+6}{x^2-4}$$

$$=\frac{x^2}{x^2-4}$$

10. 함수 $y = a\sqrt{x+b} + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이 그래프와 x 축의 교점의 좌표는? (단, a, b, c 는 상수)



① $\left(-\frac{3}{2}, 0\right)$ ② $\left(-\frac{4}{3}, 0\right)$
③ $\left(-\frac{5}{3}, 0\right)$ ④ $\left(-\sqrt{2}, 0\right)$
⑤ $\left(-\sqrt{3}, 0\right)$

해설

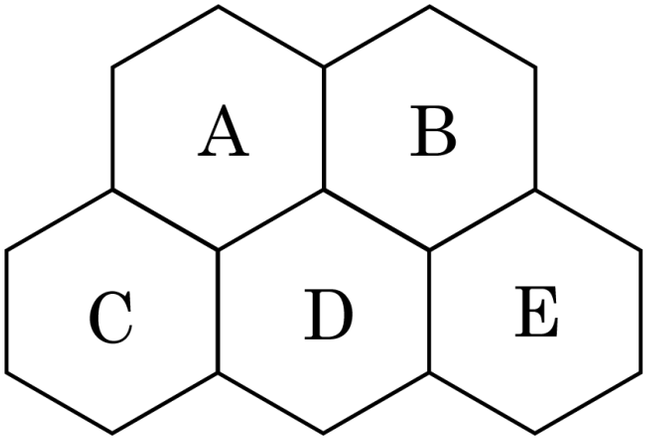
함수 $y = a\sqrt{x+b} + c$ 의 그래프는
함수 $y = a\sqrt{x}$ 의 그래프를
x 축의 방향으로 $-b$ 만큼, y 축의 방향으로 c 만큼
평행이동 시킨 것이므로 $b = 2,\ c = -1$
$\therefore y = a\sqrt{x+b} + c = a\sqrt{x+2} - 1$
한편, 이 그래프는 점 $(0,\ 1)$ 을 지나므로
$1 = a\sqrt{0+2} - 1 \quad \therefore a = \sqrt{2}$
따라서, 함수 $y = \sqrt{2}\sqrt{x+2} - 1$ 의 그래프와
x 축의 교점의 x 좌표를 구하면
$0 = \sqrt{2}\sqrt{x+2} - 1$

$\Rightarrow \sqrt{x+2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\Rightarrow x + 2 = \frac{1}{2}$

$\therefore x = -\frac{3}{2}$

11. 다음 그림의 A, B, C, D, E 에 다섯 가지의 색을 칠하여 그 경계를 구분하는 방법의 수는? (단, 같은 색을 여러 번 사용할 수 있다.)



① 530 ② 540 ③ 550 ④ 560 ⑤ 570

해설

주어진 그림에서 D 는 A, B, C, E 와 모두 접하므로 D 에 칠한 색은 다른 곳에 칠하면 안 된다.
따라서 $D \to C \to A \to B \to E$ 의 순서로 색을 칠한다고 하면 D 는 5 가지, C 는 4 가지, A 는 3 가지, B 는 3 가지, E 는 3 가지의 색을 칠할 수 있으므로 구하는 방법의 수는
$5 \times 4 \times 3 \times 3 \times 3 = 540$ (가지)

12. 여섯 개의 문자 $a,\ b,\ c,\ d,\ e,\ f$ 를 일렬로 배열했을 때 $a,\ b$ 가 이웃하지 않도록 나열하는 경우의 수는?

① 160 ② 180 ③ 200 ④ 400 ⑤ 480

해설

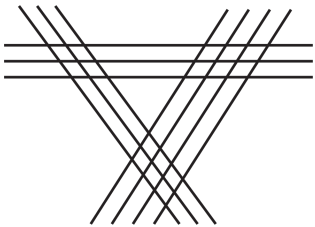
$a,\ b,\ c,\ d,\ e,\ f$ 의 직순열의 경우의 수는 720가지
a 와 b 가 이웃하도록 나열하는 방법
a, b 를 하나로 보면 전체가 5 개가 되고
a, b 의 자리바꿈하는 경우까지 생각하면
$5! \times 2! = 240$ (가지)
따라서 a, b 가 이웃하지 않는 경우의 수는
$720 - 240 = 480$ (가지)

13. continue의 8개의 문자를 양 끝에 c와 e가 오도록 일렬로 나열하는 방법의 수는?

① 180 ② 360 ③ 540 ④ 720 ⑤ 1080

해설

14. 서로 평행한 3 개, 3 개, 4 개의 평행선이 오른쪽 그림과 같이 만나고 있다. 주어진 직선을 이용하여 만들 수 있는 평행사변형의 개수는?



① 27 ② 36 ③ 45 ④ 54 ⑤ 63

해설

평행한 직선을 두 쌍 택하면 평행사변형 하나가 결정된다.

가로 방향의 평행선들을 A, 세로 방향의 평행선 부분을 왼쪽부터 B, C 라 하면

(ⅰ) A, B 에서 평행한 직선 2 개씩을 택하는 방법의 수는 ${}_3C_2 \times {}_3C_2 = 9$

(ⅱ) A, C 에서 평행한 직선 2 개씩을 택하는 방법의 수는 ${}_3C_2 \times {}_4C_2 = 18$

(ⅲ) B, C 에서 평행한 직선 2 개씩을 택하는 방법의 수는 ${}_3C_2 \times {}_4C_2 = 18$

(ⅰ), (ⅱ), (ⅲ) 에서 구하는 평행사변형의 개수는

$9 + 18 + 18 = 45$

15. 8 명의 사람이 3 대의 같은 자동차에 나누어 타려고 한다. 각각의 차에 고르게 분산하여 탑승하기 위해 3 명, 3 명, 2 명으로 나누어 타기로 한다고 할 때, 자동차를 탈 수 있는 방법의 수는?

① 115 ② 210 ③ 280 ④ 320 ⑤ 640

해설

$${}_8C_3 \times {}_5C_3 \times {}_2C_2 \times \frac{1}{2!} = 280$$