

1. 다항식 $x^3 - 3x - 3$ 을 다항식 $x^2 - 2x - 1$ 로 나누었을 때의 몫이 $ax + b$ 이고, 나머지가 $cx + d$ 이었다. 이 때, $a + b + c + d$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$x^3 - 3x - 3 = (x^2 - 2x - 1)(ax + b) + cx + d$$

에서 계수를 비교하면

$$a = 1, -b + d = -3, -a - 2b + c = -3, b - 2a = 0$$

에서 $a = 1, b = 2, d = -1, c = 2$

$$\therefore a + b + c + d = 1 + 2 + (-1) + 2 = 4$$

2. 다음 중 다항식의 전개가 잘못된 것은?

① $(x + 1)(x^2 - x + 1) = x^3 + 1$

② $(a + 2b - 3c)^2 = a^2 + 4b^2 + 9c^2 + 4ab - 12bc - 6ac$

③ $(x + 2)(x^2 - 2x + 4) = x^3 + 8$

④ $(x^2 - xy + y^2)(x^2 + xy + y^2) = x^4 - x^2y^2 + y^4$

⑤ $(x - 1)^2(x + 1)^2 = x^4 - 2x^2 + 1$

해설

$$\begin{aligned} \text{④ } & (x^2 - xy + y^2)(x^2 + xy + y^2) \\ &= (x^2 + y^2)^2 - (xy)^2 \\ &= x^4 + x^2y^2 + y^4 \end{aligned}$$

3. $(x+y)^n$ 을 전개할 때 항의 개수는 $n+1$ 개이다. 다항식 $\{(2a-3b)^3(2a+3b)^3\}^4$ 을 전개할 때, 항의 개수를 구하면 ?

① 7개

② 8개

③ 12개

④ 13개

⑤ 64개

해설

$$\{(2a-3b)^3(2a+3b)^3\}^4$$

$$= \{(4a^2-9b^2)^3\}^4$$

$$= (4a^2-9b^2)^{12}$$

$\therefore (4a^2-9b^2)^{12}$ 의 항의 개수는 13개이다.

4. $2x^2 - 3x - 2 = a(x-1)(x+2) + bx(x+2) + cx(x-1)$ 이 x 에 대한 항등식이 되도록 a, b, c 의 값을 정하면?

① $a = 1, b = -1, c = 2$

② $a = -1, b = 1, c = -2$

③ $a = 1, b = 1, c = 2$

④ $a = -1, b = -1, c = -2$

⑤ $a = 1, b = -1, c = -2$

해설

수치대입법을 이용한다.

$$x = 0 \text{을 대입 } -2 = -2a \quad \therefore a = 1$$

$$x = 1 \text{을 대입 } -3 = 3b \quad \therefore b = -1$$

$$x = -2 \text{를 대입 } 12 = 6c \quad \therefore c = 2$$

5. a, b 는 정수이고, $ax^3 + bx^2 + 1$ 이 $x^2 - x - 1$ 로 나누어 떨어질 때, b 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

전개했을 때 양변의 최고차항과 상수항이 같아야 하므로

$$\begin{aligned} & ax^3 + bx^2 + 1 \\ &= (x^2 - x - 1)(ax - 1) \\ &= ax^3 - (1 + a)x^2 + (1 - a)x + 1 \end{aligned}$$

양변의 계수를 비교하면

$$-(1 + a) = b, 1 - a = 0$$

$$\therefore a = 1, b = -2$$

6. 다항식 $x^4 - 3x^2 + ax + 5$ 를 $x + 2$ 로 나누면 나머지가 3이다. a 의 값은?

① 0

② 2

③ 3

④ -2

⑤ -3

해설

$x^4 - 3x^2 + ax + 5 = f(x)$ 라 놓자.

$f(-2) = 3$ 에서 $-2a + 9 = 3$

$\therefore a = 3$

7. x^3 의 항의 계수가 1인 삼차 다항식 $P(x)$ 가 $P(1) = P(2) = P(3) = 0$ 을 만족할 때, $P(4)$ 의 값은?

① 4

② 6

③ 8

④ 10

⑤ 12

해설

인수정리에 의해

$$P(x) = (x-1)(x-2)(x-3)$$

$$P(4) = 3 \times 2 \times 1 = 6$$

8. $x^2 + y^2 + 2xy - x - y$ 을 인수분해 하면?

① $(x - y)(x + y + 1)$

② $(x + y)(x - y - 1)$

③ $(x - y)(x - y - 1)$

④ $(x + y)(x + y - 1)$

⑤ $(x + y)(x + y + 1)$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 + y^2 + 2xy - x - y \\ &= (x + y)^2 - (x + y) = (x + y)(x + y - 1) \end{aligned}$$

9. 다음 세 다항식에서 최대공약수를 구하면?

$$2x^2 - 3x + 1, \quad 3x^2 - x - 2, \quad x^2 + 3x - 4$$

① $x - 1$

② $2x - 1$

③ $x - 2$

④ $x + 3$

⑤ $x + 1$

해설

$$2x^2 - 3x + 1 = (2x - 1)(x - 1)$$

$$3x^2 - x - 2 = (3x + 2)(x - 1)$$

$$x^2 + 3x - 4 = (x + 4)(x - 1)$$

따라서 최대 공약수는 $x - 1$ 이다.

10. 두 다항식 $x^2 + ax + b$, $x^2 + 3bx + 2a$ 의 최대공약수가 $x - 1$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① 2

② 1

③ 0

④ -1

⑤ -2

해설

최대공약수가 $x - 1$ 이므로

$x^2 + ax + b$ 와 $x^2 + 3bx + 2a$ 는

모두 $x - 1$ 로 나누어 떨어져야 한다.

$\therefore 1 + a + b = 0$ 이고 $1 + 3b + 2a = 0$

따라서, $a = -2$, $b = 1$

$\therefore a + b = -1$

11. 세 다항식 $A = x^2 + 3x - 2$, $B = 3x^2 - 2x + 1$, $C = 4x^2 + 2x - 3$ 에 대하여

$3A - \{5A - (3B - 4C)\} + 2B$ 를 간단히 하면?

① $3x^2 + 12x - 13$

② $-3x^2 + 24x + 21$

③ $3x^2 - 12x + 21$

④ $-3x^2 - 24x + 21$

⑤ $x^2 + 12x + 11$

해설

$$3A - \{5A - (3B - 4C)\} + 2B$$

$$= -2A + 5B - 4C$$

$$= -2(x^2 + 3x - 2) + 5(3x^2 - 2x + 1) - 4(4x^2 + 2x - 3)$$

$$= -3x^2 - 24x + 21$$

12. 모든 모서리의 합이 36, 겹넓이가 56인 직육면체의 대각선의 길이는?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

직육면체의 가로, 세로, 높이를 각각 a, b, c 라 하자.

$$4(a + b + c) = 36, \quad 2(ab + bc + ca) = 56$$

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$$

$$a^2 + b^2 + c^2 = 81 - 56 = 25$$

$$\begin{aligned} \therefore (\text{대각선의 길이}) &= \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \\ &= \sqrt{25} = 5 \end{aligned}$$

13. 임의의 실수 x 에 대하여 등식 $2x^3 - 3x^2 - x + 1 = a(x-1)^3 + b(x-1)^2 + c(x-1) + d$ 가 성립할 때, $a + b + c + d$ 의 값은? (단, a, b, c, d 는 상수)

① -3

② -1

③ 0

④ 3

⑤ 5

해설

계수의 합 $a + b + c + d$ 를 구할 때는 우변의 문자부분을 모두 1 이 되게 하는 x 값을 양변에 대입하면 간단하게 그 값을 구할 수 있다.

이 문제에서는 $x = 2$ 를 양변에 대입하면

$$16 - 12 - 2 + 1 = a + b + c + d$$

$$\therefore a + b + c + d = 3$$

해설

a, b, c, d 의 값을 각각 구하기 위해서는 아래와 같이 조립제법을 사용할 수 있다.

$$a(x-1)^3 + b(x-1)^2 + c(x-1) + d$$

$$= (x-1)[(x-1)\{a(x-1) + b\} + c] + d$$

즉, $x-1$ 로 연속으로 나눌 때 나오는 나머지가 순서대로 d, c, b 가 되고 마지막 몫이 a 이다.

1	2	-3	-1	1	
		2	-1	-2	
1	2	-1	-2	-1	← d
		2	1		
1	2	1	-1		← c
		2			
	2	3			← b
	↑				
	a				

$$\therefore a + b + c + d = 3$$

14. 다항식 $f(x)$ 를 $x-1$ 로 나눌 때의 나머지는 3이고, $x-2$ 로 나눌 때의 나머지는 1이다. 이 다항식을 $(x-1)(x-2)$ 로 나눌 때의 나머지를 $ax+b$ 라고 할 때, $a+b$ 를 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$f(x) = (x-1)(x-2)Q(x) + ax + b$$

$$f(1) = a + b = 3, f(2) = 2a + b = 1$$

$$a = -2, b = 5$$

$$\therefore a + b = 3$$

15. 다항식 $f(x)$ 를 $(x-1)(x-2)$ 로 나눈 나머지가 $4x+3$ 일 때 $f(2x)$ 를 $x-1$ 로 나눈 나머지는?

① -1

② 0

③ 3

④ 7

⑤ 11

해설

$$f(x) = (x-1)(x-2)Q(x) + 4x + 3$$

$x=2$ 를 대입하면 $f(2) = 11$

$f(2x)$ 를 $x-1$ 로 나눈 나머지를 R 이라 하면

$$f(2x) = (x-1)Q'(x) + R$$

$x=1$ 을 대입하면 $f(2) = R$

$$\therefore R = 11$$

16. $(x+1)^2 + (x+1)(y+2) - 6(y+2)^2$ 의 인수를 구하면?

① $x - 2y + 3$

② $x - 2y - 3$

③ $x + 2y - 3$

④ $x + 3y - 7$

⑤ $x - 3y + 7$

해설

$x + 1 = a, y + 2 = b$ 라 하면

$$(x + 1)^2 + (x + 1)(y + 2) - 6(y + 2)^2$$

$$= a^2 + ab - 6b^2$$

$$= (a - 2b)(a + 3b)$$

$$= \{(x + 1) - 2(y + 2)\}\{(x + 1) + 3(y + 2)\}$$

$$= (x + 1 - 2y - 4)(x + 1 + 3y + 6)$$

$$= (x - 2y - 3)(x + 3y + 7)$$

17. $a^4 - 7a^2 + 9$ 를 인수분해하면?

① $(a^2 + a + 3)(a^2 - a + 3)$

② $(a^2 - 2a - 3)(a^2 - a - 3)$

③ $(a^2 + a - 3)(a^2 - a - 3)$

④ $(a^2 + 2a - 3)(a^2 - a - 3)$

⑤ $(a^2 + a - 3)(a^2 - 2a - 3)$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (a^4 - 6a^2 + 9) - a^2 \\ &= (a^2 - 3)^2 - a^2 \\ &= (a^2 + a - 3)(a^2 - a - 3)\end{aligned}$$

18. 다항식 $x^2 + 3xy + 2y^2 - x - 3y - 2$ 를 일차식의 곱으로 인수분해 하였을 때, 그 인수들의 합을 구하면?

① $x + 2y + 1$

② $x + y - 3$

③ $2x + 3y + 2$

④ $x + y - 2$

⑤ $2x + 3y - 1$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 + 3xy + 2y^2 - x - 3y - 2 \\ &= x^2 + (3y - 1)x + 2y^2 - 3y - 2 \\ &= x^2 + (3y - 1)x + (y - 2)(2y + 1) \\ &= (x + y - 2)(x + 2y + 1) \end{aligned}$$

19. $x^4 + 2x^3 - 2x^2 + 2x - 3$ 을 바르게 인수분해 한 것을 찾으려면?

① $(x^2 + 1)(x + 3)(x + 1)$

② $(x^2 + 1)(x + 3)(x - 1)$

③ $(x^2 + 1)(x - 3)(x - 1)$

④ $(x^2 - 3)(x - 1)(x + 1)$

⑤ $(x^2 + 3)(x - 1)(x + 1)$

해설

$f(x) = x^4 + 2x^3 - 2x^2 + 2x - 3$ 라 하면

$f(1) = 0, f(3) = 0$ 이므로

$f(x)$ 는 $x - 1, x + 3$ 로 나누어떨어진다.

$$\begin{aligned}\therefore f(x) &= x^4 + 2x^3 - 2x^2 + 2x - 3 \\ &= (x^2 + 1)(x + 3)(x - 1)\end{aligned}$$

20. 두 다항식 $x^3 + 2x^2 - x - 2$ 와 $x^2 + ax + b$ 의 최대공약수는 $x + 1$ 이고, 최소공배수는 $x^4 - 5x^2 + 4$ 이다. 이 때, 상수 a, b 에 대하여 ab 의 값은?

① -2

② 2

③ 3

④ 1

⑤ -1

해설

$$x^3 + 2x^2 - x - 2 = (x + 1)(x + 2)(x - 1)$$

$$x^2 + ax + b = (x + 1)(x + k)$$

$$x^4 - 5x^2 + 4 = (x + 1)(x - 1)(x + 2)(x - 2)$$

$$\therefore (x + 1)(x - 1)(x + 2)(x - 2) = (x + 1)(x + 2)(x - 1)(x + k)$$

$$\therefore k = -2$$

$$x^2 + ax + b = (x + 1)(x - 2) = x^2 - x - 2$$

$$\therefore a = -1, b = -2$$

$$\therefore ab = 2$$