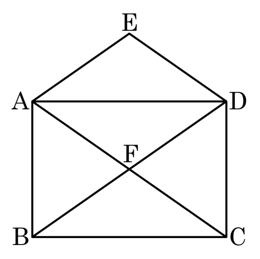
1. 다음 그림에서 사각형 ABCD 는 직사각형이고, 사각형 AFDE 는 평행사변형이다. $\overline{\mathrm{DE}} = 6x\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{AE}} = (3x + 2y)\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{CF}} = (14 - x)\mathrm{cm}$ 일 때, $x + y$ 의 값은?

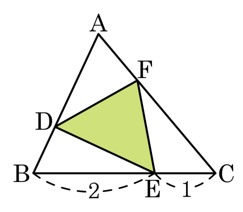


① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

사각형 AFDE 는 평행사변형이고, $\overline{\mathrm{AF}} = \overline{\mathrm{FD}}$ 이므로 사각형 AFDE 는 마름모이다.
따라서 네 변의 길이는 모두 같다.
또, 직사각형의 두 대각선의 길이는 같고 각각 서로 다른 것을 이등분하므로 $\overline{\mathrm{DE}} = \overline{\mathrm{AE}} = \overline{\mathrm{CF}}$ 이다.
따라서 $6x = 14-x$, $x = 2$ 이고, $6x = 3x+2y$, $12 = 6+2y$, $y = 3$ 이므로 $x + y = 5$ 이다.

2. $\triangle$ABC 에서 점 D, E, F 는 각 변을 2 : 1 로 내분하는 점이다. $\triangle \mathrm{ADF} = 4\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\triangle$DEF 의 넓이는?



① $\dfrac{8}{9}\,\mathrm{cm}^2$　② $\dfrac{32}{9}\,\mathrm{cm}^2$　③ $\dfrac{46}{9}\,\mathrm{cm}^2$

④ $6\,\mathrm{cm}^2$　⑤ $8\,\mathrm{cm}^2$

해설

$\triangle \mathrm{ADF} = \dfrac{2}{3}\triangle \mathrm{FAB} = \dfrac{2}{3}\left(\dfrac{1}{3}\triangle \mathrm{ABC}\right) = \dfrac{2}{9}\triangle \mathrm{ABC}$

마찬가지 방법으로 $\triangle \mathrm{BDE} = \triangle \mathrm{CEF} = \dfrac{2}{9}\triangle \mathrm{ABC}$

따라서 $\triangle \mathrm{DEF} = \dfrac{1}{3}\triangle \mathrm{ABC}$

그런데 $\triangle \mathrm{ADF} = 4\,\mathrm{cm}^2$ 이므로 $\triangle \mathrm{ABC} = 18\,\mathrm{cm}^2$

$\triangle \mathrm{DEF} = 6\,\mathrm{cm}^2$

3. 다음 보기 중에서 서로 닮은 도형은 모두 몇 개인가?

보기

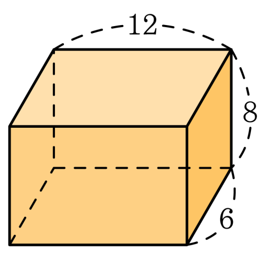
두 구, 두 정사면체, 두 정팔각기둥,
두 원뿔, 두 정육면체, 두 정육각형,
두 마름모, 두 직각삼각형, 두 직육면체,
두 원기둥, 두 직각이등변삼각형

① 5 개 ② 6 개 ③ 7 개 ④ 8 개 ⑤ 4 개

해설

서로 닮은 도형은 구와 정사면체, 정육각형, 정육면체, 직각이등변삼각형이다.

4. 다음 그림과 같은 직육면체와 닮음이고 한 모서리의 길이가 4 인 직육면체를 만들려고 한다. 이 때, 새로 만드는 직육면체의 모서리가 될 수 없는 것은?



① 2 ② 3 ③ $\frac{8}{3}$ ④ $\frac{10}{3}$ ⑤ $\frac{16}{3}$

해설

작은 변부터 세 변의 비가 $3:4:6$ 이므로 한 변의 길이가 4 인 닮은 직육면체는

1) $3:4:6 = x:y:4 \Rightarrow 2:\frac{8}{3}:4$

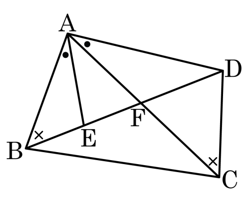
2) $3:4:6 = x:4:y \Rightarrow 3:4:6$

3) $3:4:6 = 4:x:y \Rightarrow 4:\frac{16}{3}:8$

세 가지 경우이다.

따라서 모서리가 될 수 없는 것은 $\frac{10}{3}$ 이다.

5. $\angle ABE = \angle ACD$, $\angle BAE = \angle CAD$ 일 때, 다음 <보기> 중 닮은 도형끼리 옳게 짝지은 것은?



보기

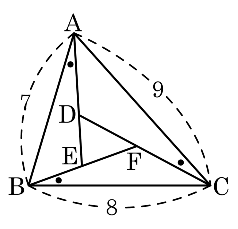
㉠ $\triangle ABC \backsim \triangle AED$	㉡ $\triangle AEF \backsim \triangle DFC$
㉢ $\triangle AFD \backsim \triangle CFB$	㉣ $\triangle ABF \backsim \triangle ADE$
㉤ $\triangle ABC \backsim \triangle ADC$	㉥ $\triangle ABE \backsim \triangle ACD$

① ㉠, ㉥ ② ㉡, ㉥ ③ ㉢, ㉥ ④ ㉣, ㉥ ⑤ ㉡, ㉣

해설

$\angle ABE = \angle ACD$, $\angle BAE = \angle CAD$ 이므로 $\triangle ABE \backsim \triangle ACD$ (AA 닮음) $\cdots$㉥
$\triangle ABC$ 와 $\triangle AED$ 에서
$\angle BAC = \angle EAD$, $\overline{AB} : \overline{AE} = \overline{AC} : \overline{AD}$
($\because \triangle ABE \backsim \triangle ACD$) 이므로 SAS 닮음이다.
$\triangle ABC \backsim \triangle AED$ (SAS 닮음) $\cdots$㉠

6. 다음 그림에서 $\angle BAD = \angle CBE = \angle ACF$ 이고, $\overline{AB} = 7$, $\overline{BC} = 8$, $\overline{CA} = 9$ 일 때, $\overline{DE} : \overline{EF}$ 은?



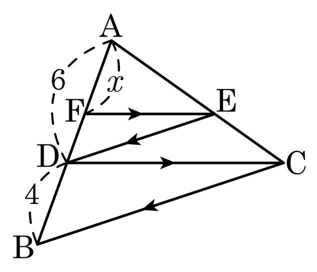
① $9:8$　　② $9:7$　　③ $7:9$

④ $8:7$　　⑤ $7:8$

해설

$\triangle ABE$ 에서 $\angle DEF = \angle ABE + \angle BAD = \angle ABC$
$\triangle BCF$ 에서 $\angle EFD = \angle BCF + \angle CBE = \angle BCA$
따라서 $\triangle ABC \backsim \triangle DEF$ (AA 닮음) 이므로 $\overline{DE} : \overline{EF} = \overline{AB} : \overline{BC} = 7:8$

7. 다음 그림에서 $\overline{DE} \mathbin{/\!/} \overline{BC}$, $\overline{FE} \mathbin{/\!/} \overline{DC}$ 이다. 이때, x 의 길이는?



① 3　　② 3.2　　③ 3.6　　④ 4　　⑤ 4.2

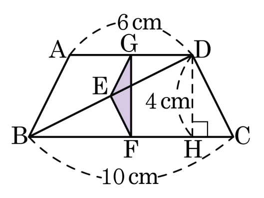
해설

$\overline{AD} : \overline{DB} = \overline{AE} : \overline{EC} = 3 : 2$

$\overline{AF} : \overline{FD} = \overline{AE} : \overline{EC} = 3 : 2 = x : (6 - x)$

$\therefore\ x = 3.6$

8. 사다리꼴 ABCD 에서 점 G, E, F 는 각각 $\overline{AD}$, $\overline{BD}$, $\overline{BC}$ 의 중점이다. $\triangle GEF$ 의 넓이를 구하면?



① $1\,cm^2$ ② $2\,cm^2$ ③ $3\,cm^2$ ④ $4\,cm^2$ ⑤ $5\,cm^2$

해설

$\square ABFG = (3+5)\times 4\times \frac{1}{2} = 16(\,cm^2)$

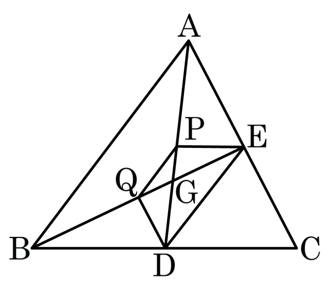
$\square ABEG = \frac{3}{4}\triangle ABD = \frac{3}{4}\times\frac{1}{2}\times 6\times 4 = 9(\,cm^2)$

$\triangle BEF = \frac{1}{4}\triangle BDC = \frac{1}{4}\times\frac{1}{2}\times 10\times 4 = 5(\,cm^2)$

$\therefore \triangle GEF = \square ABFG - (\square ABEG + \triangle BEF)$

$= 16 - (9+5) = 2(\,cm^2)$

9. 다음 $\triangle ABC$ 에서 점 P, Q 는 각각 두 중선 $\overline{AD}$,$\overline{BE}$ 의 중점이다. $\triangle ABC = 48\,cm^2$ 일 때, $\square DEPQ$ 의 넓이를 구하면?



① $7\,cm^2$　　② $9\,cm^2$　　③ $10\,cm^2$

④ $12\,cm^2$　　⑤ $13\,cm^2$

해설

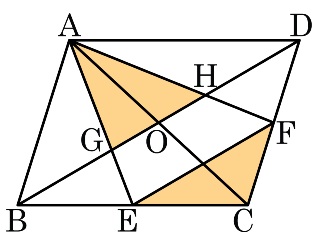
$\triangle PQG = \frac{1}{16}\triangle GAB = \frac{1}{16} \times \frac{1}{3}\triangle ABC = \frac{1}{16} \times \frac{1}{3} \times 48 = 1(\,cm^2)$

$\triangle GQD = \triangle PGE = \frac{1}{4}\triangle GBD = \frac{1}{4} \times \frac{1}{6}\triangle ABC = \frac{1}{4} \times \frac{1}{6} \times 48 = 2(\,cm^2)$

$\triangle GDE = \frac{1}{4}\triangle ABG = \frac{1}{4} \times \frac{1}{3}\triangle ABC = \frac{1}{4} \times \frac{1}{3} \times 48 = 4(\,cm^2)$

$\therefore \square DEPQ = 1 + 2 + 2 + 4 = 9(\,cm^2)$

10. 평행사변형 ABCD 에서 점 E, F 는 각각 변 $\overline{BC}, \overline{CD}$ 의 중점이고 점 G, H 는 각각 대각선 $\overline{BD}$ 와 $\overline{AE}, \overline{AF}$ 의 교점이다. $\triangle$AGH 의 넓이가 10 일 때, $\triangle$CFE 의 넓이를 구하면?



① 2 ② 4 ③ 6 ④ 7.5 ⑤ 10

해설

점 G, H 는 각각 $\triangle$ABC 와 $\triangle$ACD 의 무게중심이므로

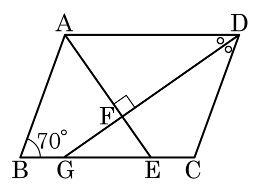
$\triangle \mathrm{AGH} = \frac{1}{3} \triangle \mathrm{ABD}$

$\triangle \mathrm{ABD} = 10$ 이므로

$\triangle \mathrm{ABD} = 30$ 이다.

따라서 $\triangle \mathrm{CFE} = \frac{1}{4} \triangle \mathrm{BCD} = \frac{1}{4} \triangle \mathrm{ABD} = 7.5$ 이다.

11. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 꼭짓점 A 에서 $\angle D$ 의 이등분선에 내린 수선이 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 E, 수선의 발을 F, $\angle D$ 의 이등분선과 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 G 라고 한다. $\angle B = 70^\circ$ 일 때, $\angle AEB$ 의 크기는?



① 40°　② 45°　③ 50°　④ 55°　⑤ 60°

해설

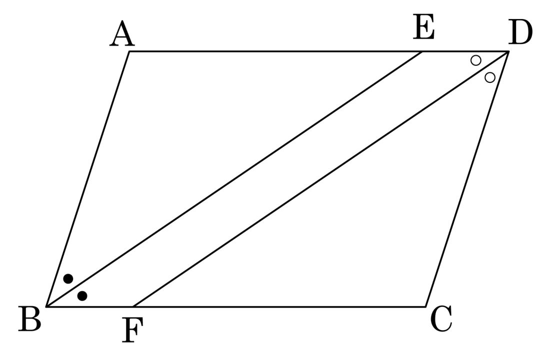
$\angle B = \angle D = 70^\circ$ 이므로 $\angle ADG = \dfrac{1}{2}\angle D = 35^\circ$

$\angle ADG = \angle DGE$ (엇각)

$\triangle FGE$ 에서

$\angle AEB = 180^\circ - (90^\circ + 35^\circ) = 55^\circ$

12. 다음은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle B$, $\angle D$ 의 이등분선이 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 각각 E, F 라 할 때, □EBFD 가 평행사변형임을 증명하는 과정이다. □ 안에 들어갈 알맞은 것을 차례로 나열하면?

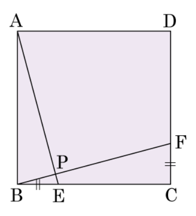


가정) □ABCD 는 평행사변형, $\angle ABE = \angle EBC$, $\angle EDF = \angle FDC$
결론) □EBFD 는 평행사변형
증명) □ABCD 는 평행사변형이므로 $\frac{1}{2}\angle B = \frac{1}{2}\angle D$
즉, $\angle EBF = \angle EDF$
$\angle AEB = \angle EBF$, $\angle EDF = \angle CFD$ ($\boxed{}$) 이므로
$\angle AEB = \angle CFD$, $\angle DEB = \angle 180° - \angle AEB = \boxed{}$
따라서 □EBFD 는 평행사변형이다.

① 동위각, $\angle FBD$　② 동위각, $\angle BDF$　③ 동위각, $\angle DFB$
④ 엇각, $\angle FBD$　⑤ 엇각, $\angle DFB$

해설
$\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$ 이므로 $\angle EDF = \angle CFD$ 는 엇각으로 같고, $\angle DEB = \angle DFB$ 이다.

13. 다음 그림과 같은 정사각형 ABCD 에서 $\overline{BE} = \overline{CF}$ 이다. $\triangle ABP = 40\,cm^2$ 일 때, □PECF 의 넓이를 구하여라.

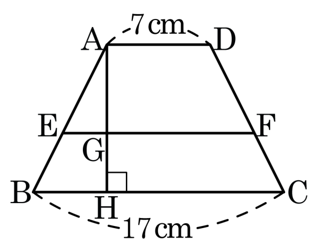


① $32\,cm^2$ ② $34\,cm^2$ ③ $36\,cm^2$
④ $38\,cm^2$ ⑤ $40\,cm^2$

해설

$\triangle ABE \equiv \triangle BCF$ 이고 $\triangle BPE$는 공통이므로
$\triangle ABP =$ □PECF 이다.

14. 다음 그림과 같은 등변사다리꼴에서 $\overline{AD}//\overline{EF}//\overline{BC}$이다. $\overline{AG}:\overline{GH}=3:2$이고 □AEFD와 □EBCF의 넓이가 같을 때, $\overline{EF}$의 길이를 구하여라.



① 10 cm　② 11 cm　③ 12 cm　④ 13 cm　⑤ 14 cm

해설

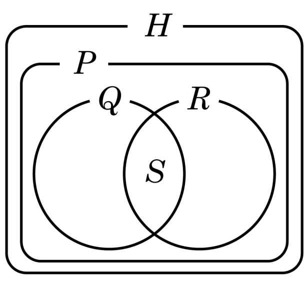
$\overline{AG}=3a$, $\overline{GH}=2a$라 하면

$(7+\overline{EF})\times 3a\times\frac{1}{2}=(\overline{EF}+17)\times 2a\times\frac{1}{2}$

$21+3\overline{EF}=2\overline{EF}+34$

$\overline{EF}=13$ (cm)

15. 다음 그림은 정사각형, 직사각형, 평행사변형, 사다리꼴, 마름모의 사이의 관계를 나타낸 것이다. 설명으로 옳은 것은?



① H : 이웃하는 두 변의 길이가 같고, 대각선은 서로 다른 것을 수직이등분한다.

② P : 두 대각선은 길이가 같고, 서로 다른 것을 이등분한다.

③ R : 두 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분하고, 한 각의 크기가 $90°$이다.

④ Q : 두 대각선의 길이는 같지 않다.

⑤ S : 두 대각선의 길이가 같고, 서로 다른 것을 수직이등분한다.

해설