1. 다항식 x^4-3x^2+ax+7을 $x+2$로 나누면 나머지가 5이다. 이 때, a의 값은?

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

해설

$f(x)=x^4-3x^2+ax+7$
$f(x)=(x+2)Q(x)+5$
$\therefore\ f(-2)=5$
$f(-2)=16-12-2a+7=5$
$\therefore\ a=3$

2. 다항식 $x^{22}+x^{11}+22x+11$을 $x+1$로 나눈 나머지는?

① -33 ② -22 ③ -11 ④ 11 ⑤ 33

해설

$f(x)=x^{22}+x^{11}+22x+11$이라 하면,
$f(x)=(x+1)Q(x)+R$에서 $f(-1)=R$이므로
$f(-1)=(-1)^{22}+(-1)^{11}-22+11=-11$

3. $(1+i)x^2+(1-i)x-6-2i$ 가 순허수가 되는 실수 x 의 값을 구하면?

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 2 ⑤ 3

해설

주어진 식을 정리하면 $(x^2+x-6)+(x^2-x-2)i$ 이고
순허수가 되기 위해선 $x^2+x-6=(x+3)(x-2)=0$ 이어야
하므로 $x=-3$ 또는 $x=2$ 이다.
그런데 $x^2-x-2\neq 0$ 이어야 하므로 $x\neq 2$
따라서 $x=-3$

4. 이차방정식 $x^2 - x(kx-7)+3=0$이 허근을 갖기 위한 최대 정수 k 값은?

① -8　② -4　③ -2　④ 5　⑤ 2

해설

$x^2 - x(kx-7)+3=0$

$x^2 - kx^2 + 7x + 3 = 0$

$(1-k)x^2 + 7x + 3 = 0$

(i) 주어진 방정식이 이차방정식이므로

x^2 의 계수는 $1-k \neq 0$ 이어야 한다.

따라서 $k \neq 1$

(ii) 주어진 이차방정식이

허근을 갖기 위해서는

판별식 $D<0$이어야 하므로

$D = 7^2 - 4\cdot(1-k)\cdot 3 = 49 - 12 + 12k < 0$

$37 + 12k < 0$

$\therefore k < -\dfrac{37}{12}$

따라서 최대정수는 -4이다.

5. $x = 0$ 일 때, 최댓값 -1 을 갖고 한 점 $(2,\ -3)$ 을 지나는 포물선의 식은?

① $y = -2(x+1)^2 - 4$

② $y = (x-2)^2 - 3$

③ $y = -2(x-1)^2 + 3$

④ $y = -(x+1)^2 + 3$

⑤ $y = -\dfrac{1}{2}x^2 - 1$

해설

꼭짓점이 $(0,\ -1)$ 이므로 $y = ax^2 - 1$

$(2,\ -3)$ 을 대입하면 $-3 = 4a - 1$

$a = -\dfrac{1}{2}$

$\therefore\ y = -\dfrac{1}{2}x^2 - 1$

6. 복소수 z 와 그의 켤레복소수 $\bar{z}$ 에 대한 다음 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $z+\bar{z}$ 는 실수이다. ② $z=\bar{z}$ 이면 z 는 실수이다.

③ $z\bar{z}=1$ 이면 $z^2=1$ 이다. ④ $z\bar{z}=0$ 이면 $z=0$ 이다.

⑤ $z\bar{z}$ 는 실수이다.

해설

복소수 z 와 그의 켤레복소수를 각각

$z=a+bi,\ \bar{z}=a-bi\ (a, b$ 는 실수$)$라 하면

① $z+\bar{z}=(a+bi)+(a-bi)=2a$ (참)

$$
\text{②}\ z=\bar{z} \Leftrightarrow a+bi=a-bi \\
\Leftrightarrow 2bi=0 \\
\Leftrightarrow b=0(\text{참})
$$

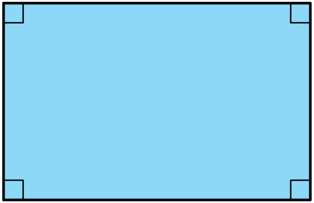
③ $z\bar{z}=a^2+b^2=1 \Rightarrow z^2=a^2-b^2+2abi \neq 1$ (거짓)

(반례) $a=0,\ b=1$ 일 때, $z^2=-1$

④ $z\bar{z}=a^2+b^2=0 \Leftrightarrow a=0,\ b=0$ (참)

⑤ $z\bar{z}=a^2+b^2$ (참)

7. 직각을 낀 두 변의 길이의 합이 10 인 직사각형의 최대 넓이는?



① $\frac{25}{4}$ ② $\frac{25}{2}$ ③ 25 ④ 50 ⑤ 100

해설

두 변의 길이를 x , $10-x$, 넓이를 y 라 하면

$$
\begin{aligned}
y &= x(10-x) \\
&= -(x^2-10x) \\
&= -(x^2-10x+25-25) \\
&= -(x-5)^2+25
\end{aligned}
$$

$\therefore$ (최대 넓이) $= 25$

8. 두 다항식 A, B에 대하여 연산 $\triangle$, $\blacktriangledown$를 $A\triangle B = 2A + B$, $A\blacktriangledown B = A - 3B$로 정의한다.

$A = 2 + 3x^2 - x^3$, $B = x^2 + 3x + 1$일 때 $A\blacktriangledown(B\triangle A)$를 구하면?

① $2x^3 - 18x - 10$

② $2x^3 - 12x^2 - 18x - 10$

③ $2x^3 + 12x^2 + 18x + 10$

④ $2x^3 + 12x^2 + 18x - 10$

⑤ $2x^3 - 12x^2 + 18x + 10$

해설

$$A\blacktriangledown(B\triangle A) = A\blacktriangledown(2B + A)$$
$$= A - 3(2B + A) = -2A - 6B$$

위와 같이 식을 간단히 정리한 후 A, B에 대입하여 정리한다.

9. 다음 등식이 k의 값에 관계없이 항상 성립할 때, xy의 값을 구하여라.

$$(2k+3)x+(3k-1)y+5k-9=0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

k에 대하여 내림차순으로 정리하면

$(2x+3y+5)k+(3x-y-9)=0$

이것은 k에 대한 항등식이므로

$2x+3y+5=0$

$3x-y-9=0$

연립방정식을 풀면 $x=2,\ y=-3$

$\therefore\ xy=2\times(-3)=-6$

10. $a^2b+b^2c-b^3-a^2c$을 인수분해하면?

① $(a+b)(a-b)(b+c)$

② $(a-b)(b-c)(c+a)$

③ $(a-b)(a+b)(b-c)$

④ $(a-b)(a+b)(c-a)$

⑤ $(a-b)(b+c)(c-a)$

해설

$$
\begin{aligned}
&a^2b+b^2c-b^3-a^2c \\
&= a^2(b-c)-b^2(b-c) \\
&= (a-b)(a+b)(b-c)
\end{aligned}
$$

11. $(x^2+x)(x^2+x+1)-6$을 인수분해하면?

① $(x-1)(x+2)(x^2+x+3)$

② $(x-1)(x+2)(x^2+x-3)$

③ $(x-2)(x+1)(x^2+x+3)$

④ $(x-1)(x+2)(x^2-x+3)$

⑤ $(x+1)(x-2)(x^2-x+3)$

해설

$x^2+x=X$라 하자.

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= X(X+1)-6\\ &= X^2+X-6\\ &= (X+3)(X-2)\\ &= (x^2+x+3)(x^2+x-2)\\ &= (x-1)(x+2)(x^2+x+3)\end{aligned}$$

12. $x=1+2i$, $y=\dfrac{1+2i}{1-i}$, $z=\dfrac{1-2i}{1-i}$ 일 때,$xy+xz$ 의 값을 구하면?

① $-1+3i$ ② $-1-2i$ ③ $-1+2i$

④ $-1-i$ ⑤ $-1+i$

해설

$$x=1+2i,\ y=\frac{1+2i}{1-i},\ z=\frac{1-2i}{1-i}$$

$$\begin{aligned}\therefore\ xy+xz &= \frac{(1+2i)^2}{1-i}+\frac{(1-2i)(1+2i)}{1-i}\\ &= \frac{-3+4i+5}{1-i}\\ &= \frac{2+4i}{1-i}\\ &= -1+3i\end{aligned}$$

13. $\frac{5}{1+2i} = x+yi$ 를 만족하는 실수 x, y 의 합을 구하여라.(단, $i = \sqrt{-1}$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $x+y=-1$

해설

$$\frac{5}{1+2i} = \frac{5(1-2i)}{(1+2i)(1-2i)} = \frac{5(1-2i)}{5} = 1-2i$$

$1-2i = x+yi$

$x=1, y=-2, x+y=-1$

14. 이차방정식 $x^2-5x+p=0$의 두 근은 $3,\alpha$이고 $x^2-px+q=0$의 두 근은 α,β이다. 이 때 β의 값은?(단 $p,\ q$는 상수)

① 2　② 3　③ 4　④ 5　⑤ 6

해설

이차방정식 $x^2-5x+p=0$에서
근과 계수의 관계에 의해
두 근의 합 : $3+\alpha=5 \quad \therefore\ \alpha=2$
두 근의 곱 : $3\cdot\alpha=p=3\cdot 2=6$
이차방정식 $x^2-6x+q=0$의 두 근이 $2,\beta$이므로
$2+\beta=6 \quad \therefore\ \beta=4$

15. 이차방정식 $x^2 + 2(k-1)x + 4 = 0$ 이 중근을 갖도록 하는 상수 k 값들의 합은?

① 1　　② -2　　③ -1　　④ 0　　⑤ 2

해설

중근을 가지려면 판별식 $D = 0$

$$\frac{D}{4} = (k-1)^2 - 4 = 0$$

$k^2 - 2k - 3 = 0$, $(k-3)(k+1) = 0$

$\therefore\ k = 3, -1$

16. 이차방정식 $x^2+ax+b=0$의 두 근이 2, 3일 때, 이차방정식 $ax^2+bx+3=0$의 두 근의 합은?

① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{3}{5}$ ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ $\frac{6}{5}$

해설

$-a=2+3$, $a=-5$

$b=2\cdot 3=6$

$\therefore\ -5x^2+6x+3=0$에서

두 근의 합은 $\frac{6}{5}$

17. x에 대한 다음 방정식의 두 근의 곱은?

$$2\sqrt{3}x^2 - x - \sqrt{3} = 0$$

① $-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$　② -1　③ $-\dfrac{1}{2}$　④ 1　⑤ $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

해설

주어진 방정식의 좌변을 인수분해하면

$(2x - \sqrt{3})(\sqrt{3}x + 1) = 0$

$\therefore\ x = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ 또는 $x = -\dfrac{1}{\sqrt{3}} = -\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

$\therefore\ \dfrac{\sqrt{3}}{2} \times \left(-\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right) = -\dfrac{1}{2}$

18. $x^2 - px + q = 0$의 두 근이 α, β이다. $\alpha + \beta = 3$, $\alpha\beta = 2$일 때 $p^2 + q^2$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

두 근의 합이 3이므로 $p = 3$,
두 근의 곱이 2이므로 $q = 2$이다.
따라서 $p^2 + q^2 = 9 + 4 = 13$

19. 두 수 $1+2i$, $1-2i$를 근으로 하고, x^2의 계수가 1인 이차방정식은?

① $x^2-2x-5=0$

② $x^2+2x+5=0$

③ $x^2+5x+2=0$

④ $x^2-2x+5=0$

⑤ $x^2-5x+2=0$

해설

$\alpha+\beta=(1+2i)+(1-2i)=2$

$\alpha\beta=(1+2i)(1-2i)=5$

$\therefore x^2-2x+5=0$

20. 계수가 유리수인 이차방정식 $x^2 - ax + b = 0$ 의 한 근이 $2 + \sqrt{3}$ 일 때, ab 의 값은?

① -3 ② 0 ③ 2

④ 4 ⑤ $2 + 2\sqrt{3}$

해설

유리계수이므로 다른 한 근은 $2 - \sqrt{3}$

근과 계수와의 관계에 의해

$a = 4, b = 1$

$\therefore ab = 4$

해설

$x^2 + ax + b = 0$ 에 $x = 2 + \sqrt{3}$ 대입

$(2 + \sqrt{3})^2 - a \cdot (2 + \sqrt{3}) + b = 0$

계수가 유리수이므로

$\sqrt{3} \cdot (4 - a) + (b - 2a + 7) = 0$

$a = 4, b = 1$

$\therefore ab = 4$