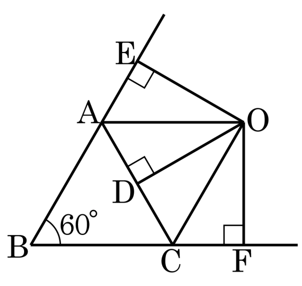
1. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 의 외각의 이등분선과 $\angle C$ 의 외각의 이등분선의 교점을 O 라고 하고 점 O 에서$\overline{BA}$, $\overline{BC}$ 의 연장선에 내린 수선의 발을 각각 E, F 라고 한다.$\overline{OE} = 5\text{cm}$ 일 때,$\overline{OF}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

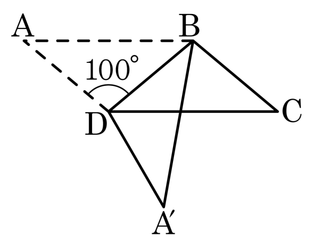
▷ 정답 : 5 cm

해설

$\triangle AOE \equiv \triangle AOD, \triangle COD \equiv \triangle COF$(RHA합동)

$\therefore \overline{OE} = \overline{OD} = \overline{OF} = 5\,\text{cm}$

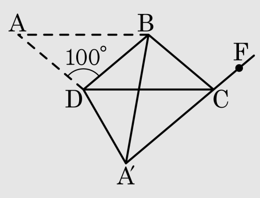
2. 평행사변형 ABCD 를 다음 그림과 같이 대각선을 따라 접은 후 새로운 꼭짓점을 A′ 이라고 하였다. $\angle ADB = 100\degree$ 일 때, $\angle BCA'$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\degree}$

▷ 정답 : $80\underline{\degree}$

해설



$\angle A'DB = \angle ADB = 100\degree$

$\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$ 이므로 $\angle CBD = \angle ADB = 100\degree$

$\angle A = \angle C$ (평행사변형의 대각)

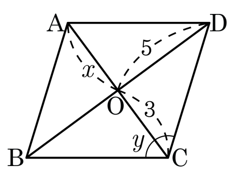
$\triangle A'BD$ 와 $\triangle CDB$ 의 두 각이 같으므로 $\angle A'BD = \angle CDB$ 이고 변 BD 를 공유하므로,

$\triangle A'BD \equiv \triangle CDB$ (ASA 합동)

따라서 $\overline{A'C} \,/\!/\, \overline{BD}$ 가 되고, $\overline{A'C}$ 의 연장선 위의 한 점을 F 라 하면 $\angle CBD = \angle BCF = 100\degree$ (엇각)

$\therefore\ \angle BCA' = 180\degree - 100\degree = 80\degree$

3. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에 대하여 $\angle B = 73°$ 일 때, 옳지 <u>않은</u> 것은?

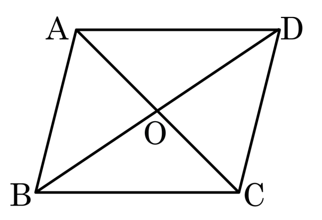


① $\angle y = 73°$
② $x = 3$
③ $\overline{AB} = \overline{CD}$
④ $\overline{AD} = \overline{BC}$
⑤ $\angle D = 73°$

해설

① $180° - 73° = 107°$

4. □ABCD 가 항상 평행사변형이 되지 <u>않는</u> 것은?



① $\overline{AB}//\overline{DC}$, $\overline{AD}//\overline{BC}$

② $\angle B = 90°$, $\angle C = 90°$, $\angle D = 90°$

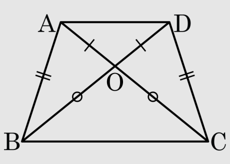
③ $\overline{AB}//\overline{DC}$, $\overline{AB} = \overline{DC} = 3\,cm$

④ $\overline{OA} = \overline{OD}$, $\overline{OB} = \overline{OC}$ (단, 점 O 는 두 대각선의 교점이다.)

⑤ $\overline{AB} = \overline{DC} = 5\,cm$, $\overline{AD} = \overline{BC} = 7\,cm$

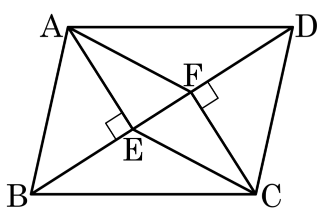
해설

① 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 평행사변형이 된다.
② 사각형의 내각의 합은 $360°$ 이므로 $\angle A = 90°$ 가 된다. 두 쌍의 대각의 크기는 같으므로 평행사변형이 된다.
③ 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같으므로 평행사변형이 된다.
④ (반례) 등변사다리꼴



⑤ 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같으므로 평행사변형이 된다.

5. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 두 꼭짓점 A, C 에서 대각선 BD 에 내린 수선의 발을 각각 E, F 라 할 때, □AECF 는 평행사변형이다. 이용되는 평행사변형이 되는 조건은?



① 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

② 두 대각선이 다른 것을 이등분한다.

③ 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

④ 한 쌍의 대변이 평행하고, 그 길이가 같다.

⑤ 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

해설

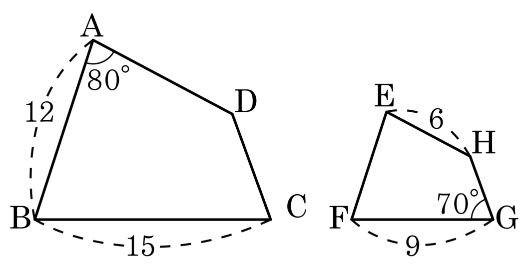
$\triangle ABE \equiv \triangle CDF$(RHA 합동) 이므로 $\overline{AE} = \overline{CF}$
$\angle AEF = \angle CFE = 90°$ (엇각) 이므로 $\overline{AE} // \overline{CF}$
따라서 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같으므로 □AECF 는 평행사변형이다.

6. 다음 중 항상 닮음인 도형이 아닌 것은?

① 두 정삼각형
② 두 정사각형
③ 합동인 두 삼각형
④ 두 평행사변형
⑤ 꼭지각의 크기가 같은 두 이등변삼각형

해설
③ 합동인 두 삼각형은 닮음비가 1 : 1 인 닮은 도형이다.
④ 두 평행사변형이 항상 닮음인 것은 아니다.

7. 다음 그림은 □ABCD ∽ □EFGH 이다. 보기에서 옳은 것을 모두 골라라.



보기

㉠ $\angle E = 80°$　　㉡ $\angle C = 70°$

㉢ 닮음비는 $5:3$ 이다.　　㉣ $\overline{AD} = 10$

㉤ $\overline{EF} = 7$

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉠

▷ 정답: ㉡

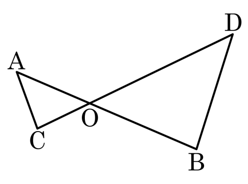
▷ 정답: ㉢

▷ 정답: ㉣

해설

㉠ □ABCD ∽ □EFGH 이므로 점 E 에 대응하는 점은 점 A 이다.(○)
㉡ □ABCD ∽ □EFGH 이므로 $\angle C$ 에 대응하는 각은 $\angle G$ 이다.(○)
㉢ $\overline{BC} : \overline{FG} = 15 : 9 = 5 : 3$.(○)
㉣ 닮음비가 $5:3$ 이므로 $\overline{AD} : \overline{EH} = 5 : 3 = \square : 6$, 따라서 $\overline{AD} = 10$ 이다. (○)
㉤ □ABCD ∽ □EFGH 이므로 $\overline{AB} : \overline{EF} = 5 : 3$, $12 : \overline{EF} = 5 : 3$
$5 \times \overline{EF} = 36$ 따라서 $\overline{EF} = \frac{36}{5} = 7.2$ 이다. (×)

8. 다음 그림에서 $2\overline{AO} = \overline{DO}, 2\overline{CO} = \overline{BO}$ 일 때, $\angle A = \angle D$ 임을 다음과 같이 증명하였다. $\boxed{}$ 안에 알맞지 <u>않은</u> 것은?



증명

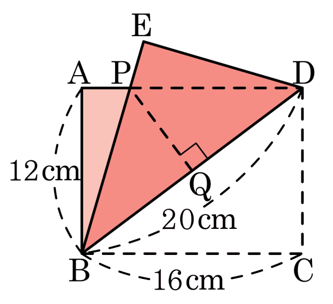
$\triangle AOC$ 와 $\triangle DOB$ 에서
$\overline{AO} : \overline{DO} = \overline{CO} : \overline{BO} = \boxed{①} : \boxed{②}$
$\angle AOC = \boxed{③}$ ($\because$ 맞꼭지각) 이므로
$\triangle AOC \boxed{④} \triangle DOB$ ($\boxed{⑤}$ 닮음)
따라서 $\angle A = \angle D$ 이다.

① 1　② 2　③ $\angle DOB$
④ $\backsim$　⑤ SSS

해설

$\triangle AOC$ 와 $\triangle DOB$ 에서
$\overline{AO} : \overline{DO} = \overline{AO} : 2\overline{AO} = 1 : 2,$
$\overline{CO} : \overline{BO} = \overline{CO} : 2\overline{CO} = 1 : 2$
$\angle AOC = \angle DOB$ (맞꼭지각)
$\therefore \triangle AOC \backsim \triangle DOB$ (SAS 닮음)
$\therefore \angle A = \angle D$

9. 다음 그림은 직사각형 ABCD 에서 대각선 BD 를 접은 선으로 하여 점 C 가 점 E 에 오도록 한 것이다. $\overline{PQ}$ 의 길이를 구하면?



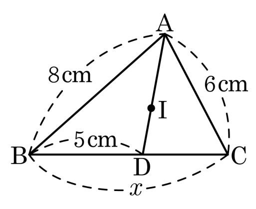
① 6.5cm　② 7cm　③ 7.5cm

④ 8cm　⑤ 8.5cm

해설

$\triangle ABP \equiv \triangle EDP$ 이므로 $\triangle PBD$ 는 이등변삼각형이므로 $\overline{BQ} = 10\text{cm}$ 이다.
$\triangle PBQ$ 와 $\triangle DBC$ 에서
$\angle PBQ = \angle DBC$, $\angle PQB = \angle DCB$ 이므로
$\triangle PBQ \backsim \triangle DBC$ (AA 닮음)
$\overline{PQ} : \overline{BQ} = \overline{DC} : \overline{BC}$ 이므로 $\overline{PQ} : 10 = 12 : 16$
$\therefore\ \overline{PQ} = 7.5\ (\text{cm})$

10. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다.
x 의 길이를 구하여라.

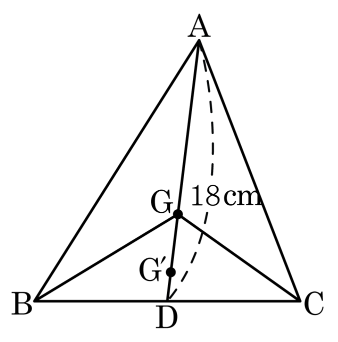


① $\frac{21}{4}$ cm　② $\frac{27}{4}$ cm　③ $\frac{31}{4}$ cm
④ $\frac{35}{4}$ cm　⑤ $\frac{37}{4}$ cm

해설

점 I 가 내심이므로 $\overline{AD}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이다.
$\therefore \overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$
$8 : 6 = 5 : \overline{CD}$
$4\,\overline{CD} = 15$, $\overline{CD} = \frac{15}{4}(\text{cm})$
$\overline{BC} = \overline{BD} + \overline{CD} = 5 + \frac{15}{4} = \frac{35}{4}(\text{cm})$

11. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 무게중심을 G, $\triangle GBC$ 의 무게중심을 G′ 이라 하고, $\overline{AD} = 18\text{cm}$ 일 때, $\overline{GG'}$ 의 길이는?



① 1cm ② 2cm ③ 3cm ④ 4cm ⑤ 5cm

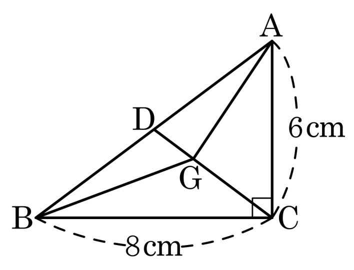
해설

$\overline{AG} : \overline{GD} = 2 : 1$ 이므로 $\overline{GD} = \frac{1}{3}\,\overline{AD} = \frac{1}{3} \times 18 = 6\,(\text{cm})$,

$\overline{GG'} : \overline{G'D} = 2 : 1$ 이므로 $\overline{GG'} = \frac{2}{3}\,\overline{GD} = \frac{2}{3} \times 6 = 4\,(\text{cm})$

이다.

12. 다음 그림에서 점 G는 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형 ABC의 무게중심이다. $\overline{AC} = 6\,\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\,\text{cm}$ 일 때, $\triangle AGC$ 의 넓이를 구하여라.



① 4cm^2 ② 5cm^2 ③ 6cm^2 ④ 7cm^2 ⑤ 8cm^2

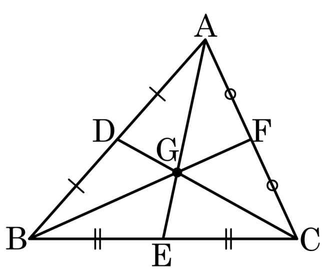
해설

$\triangle AGC = \frac{2}{3}\triangle ADC = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2}\triangle ABC$

$\triangle ABC = 24(\text{cm}^2)$

$\therefore \triangle AGC = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times 24 = 8(\text{cm}^2)$

13. 다음 그림에서 세 점 D, E, F는 각각 $\triangle ABC$의 세 변의 중점이다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\overline{AG} = 2\overline{GE}$

② $\triangle ABE = \triangle ACE$

③ $\triangle ABC = 6\triangle GBE$

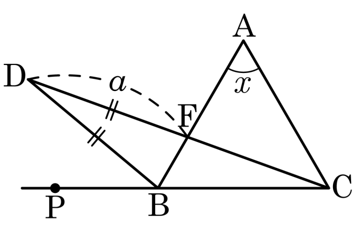
④ $\triangle ABG = 2\triangle GBE$

⑤ $\overline{AG} = \overline{BG} = \overline{CG}$

해설

⑤ $\overline{AG} : \overline{GF} = \overline{BG} : \overline{GE} = \overline{CG} : \overline{GD} = 2 : 1$이지만 $\overline{AG} \neq \overline{BG} \neq \overline{CG}$이다.

14. 다음 그림에서 $\triangle$BDF 는 $\overline{\mathrm{DB}} = \overline{\mathrm{DF}}$ 인 이등변삼각형이다. 주어진 [조건] 에 따랐을 때, $\triangle$ABC 의 둘레의 길이를 a 로 나타내어라.



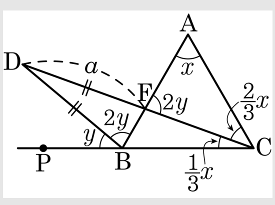
㉠ $\angle\mathrm{DCB} = \frac{1}{3}\angle x$
㉡ $\angle\mathrm{DCA} = \frac{2}{3}\angle x$
㉢ $2\angle\mathrm{DBP} = \angle\mathrm{DBF} = \angle\mathrm{DFB}$

▶ 답 :

▷ 정답 : $3a$

해설

$\angle\mathrm{PBD} = \angle y$ 라고 하면



$\triangle$AFC 에서 $2\angle y + \frac{5}{3}\angle x = 180°$ 이고

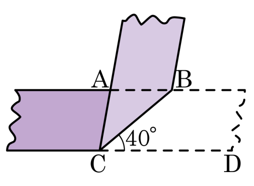
또 $\angle\mathrm{A} + \angle\mathrm{ACB} = \angle\mathrm{PBA}$ 이므로

$2\angle x = 3\angle y$ 에서 $\angle y = \frac{2}{3}\angle x$ 이다.

따라서 $2\left(\frac{2}{3}\angle x\right) + \frac{5}{3}\angle x = 180°$ 이므로 $\angle x = 60°$,$\angle y = 40°$

$\triangle$ABC 는 정삼각형
$\triangle$BDF 와 $\triangle$DBC 에서 $\angle\mathrm{BDF} = 20°$, $\angle\mathrm{BCD} = 20°$ 이므로
$\triangle$DBC 는 $\overline{\mathrm{BD}} = \overline{\mathrm{BC}}$ 인 이등변삼각형
따라서 $\overline{\mathrm{BC}} = a$ 이므로 $\triangle$ABC 의 둘레의 길이는 $3a$ 이다.

15. 직사각형 모양의 종이를 다음 그림과 같이 접었을 때, $\angle BCD = 40°$ 이다. 이때, $\angle BAC$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: $\underline{\qquad °}$

▷ 정답: $100\underline{°}$

해설

$\angle BCD = \angle BCA = 40°$

$\angle BCD = \angle ABC = 40°$ (엇각)

$\angle BAC = 180° - 80° = 100°$