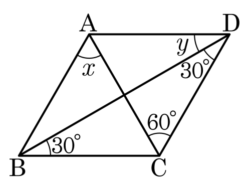
1. 다음 그림의 사각형 ABCD 가 평행사변형일 때, $\angle x + \angle y$ 의 값을 구하여라.



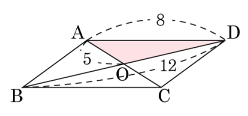
▶ 답 : °

▷ 정답 : 90°

해설

$\overline{AB} \,/\!/\, \overline{CD}$ 이므로 $x = 60°$, $y = 30°$ 이다.
$\angle x + \angle y = 60° + 30° = 90°$ 이다.

2. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\overline{\mathrm{AD}} = 8$, $\overline{\mathrm{AO}} = 5$, $\overline{\mathrm{BD}} = 12$ 일 때, $\triangle\mathrm{OAD}$의 둘레의 길이는?

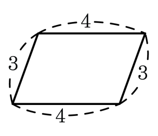


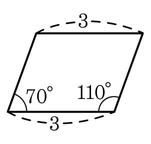
① 15 ② 16 ③ 17 ④ 18 ⑤ 19

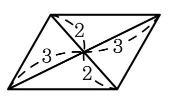
해설

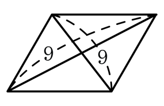
$\overline{\mathrm{OB}} = \overline{\mathrm{OD}} = 6$이므로 $\triangle\mathrm{OAD} = 5 + 6 + 8 = 19$이다.

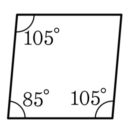
3. 다음 사각형 중 평행사변형인 것을 모두 구하면?

① 

② 

③ 

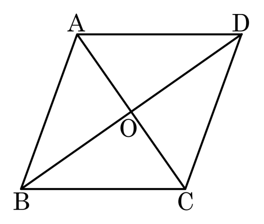
④ 

⑤ 

해설

평행사변형의 대각선은 서로 다른 것을 이등분 한다.

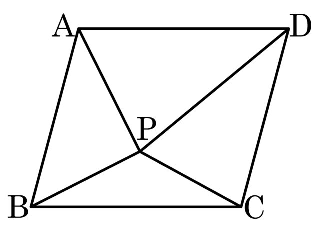
4. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에 대하여 두 대각선의 교점을 O 라고 하자. $\triangle AOD = 20\text{cm}^2$ 일 때, $\square ABCD$ 의 넓이는?



① 40cm^2 ② 60cm^2 ③ 80cm^2
④ 100cm^2 ⑤ 120cm^2

해설
$\triangle BOC$ 와 $\triangle AOD$ 는 같다.
$\triangle AOD + \triangle BOC = \triangle AOB + \triangle DOC$ 이다.
그러므로 평행사변형 ABCD 는 $80\,\text{cm}^2$ 이다.

5. 다음과 같은 평행사변형 ABCD 의 내부에 임의의 한 점 P 를 잡았다고 한다. $\triangle PAD = 40\text{cm}^2$, $\triangle PBC = 25\text{cm}^2$ 라고 할 때, 평행사변형 ABCD 의 넓이= (   )cm^2 를 구하여라.



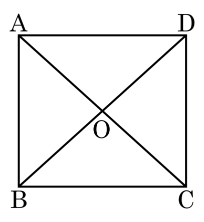
▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : 130 cm^2

해설

내부의 한 점 P 에 대하여 $\frac{1}{2}\square ABCD = \triangle PAB + \triangle PCD = \triangle PAD + \triangle PBC$ 이다.
$\triangle PAD = 40\text{cm}^2$, $\triangle PBC = 25\text{cm}^2$ 이므로
$40 + 25 = \frac{1}{2}\square ABCD$ 이다.
따라서 평행사변형 ABCD 의 넓이는 $65 \times 2 = 130(\text{cm}^2)$ 이다.

6. 다음 그림의 직사각형 ABCD 가 정사각형이 되도록 하는 조건이 아닌 것을 고르면?



① $\overline{AB} = \overline{BC}$ 이다.

② $\angle A + \angle C = 180°$ 이다.

③ $\angle AOB = 90°$ 이다.

④ $\angle AOD + \angle BOC = 180°$ 이다.

⑤ $\overline{AO} \perp \overline{BD}$ 이다.

해설

직사각형이 정사각형이 되기 위해서는 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 이거나, 두 대각선이 서로 수직이등분하는 것이다.
하지만 $\angle A + \angle C = 180°$ 는 조건이 아니다.

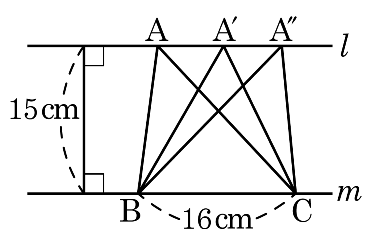
7. 다음 사각형 중에서 두 대각선의 길이가 같은 사각형을 모두 고르면? (정답 2 개)

① 사다리꼴 ② 평행사변형 ③ 직사각형
④ 정사각형 ⑤ 마름모

해설

대각선의 길이가 같은 사각형은 직사각형, 정사각형이다.

8. 다음 그림에서 $l /\!/ m$ 이다. l과 m 사이의 거리는 15cm, $\overline{\mathrm{BC}} = 16\mathrm{cm}$ 일 때, $\triangle\mathrm{ABC}$, $\triangle\mathrm{A'BC}$, $\triangle\mathrm{A''BC}$의 넓이의 비는?



① 1 : 1 : 1 ② 1 : 2 : 1 ③ 1 : 2 : 3
④ 2 : 1 : 2 ⑤ 2 : 3 : 1

해설

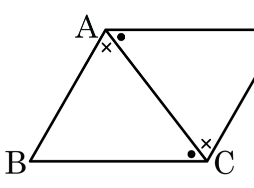
세 변의 삼각형의 밑변, 높이의 길이가 같으므로

$\triangle\mathrm{ABC} = \triangle\mathrm{A'BC} = \triangle\mathrm{A''BC} = \frac{1}{2} \times 16 \times 15$

$= 120(\mathrm{cm}^2)$

$\therefore\ \triangle\mathrm{ABC} : \triangle\mathrm{A'BC} : \triangle\mathrm{A''BC} = 1 : 1 : 1$

9. 다음은 평행사변형의 성질을 증명하는 과정이다. 어떤 성질을 증명한 것인가?



평행사변형에서 점 A와 점 C를 이으면
$\triangle ABC$와 $\triangle CDA$에서 $\overline{AC}$는 공통 $\cdots$㉠
$\overline{AB} // \overline{CD}$이므로 $\angle BAC = \angle DCA \cdots$㉠
$\overline{AD} // \overline{BC}$이므로 $\angle BCA = \angle DAC \cdots$㉠
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle ABC \equiv \triangle CDA$(ASA 합동)
$\therefore\ \angle A = \angle C,\ \angle B = \angle D$

① 평행사변형에서 두 쌍의 엇각의 크기가 각각 같다.

② 평행사변형에서 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같다.

③ 평행사변형에서 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

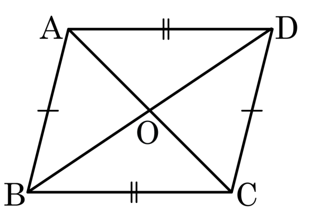
④ 평행사변형에서 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

⑤ 평행사변형에서 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

해설

평행사변형에서 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같음을 증명하는 과정이다.

10. 다음은 ‘두 쌍의 대변의 길이가 각각 같은 사각형은 평행사변형이다.’ 를 증명하는 과정이다. ㄱ ~ ㅁ에 들어갈 것으로 옳지 <u>않은</u> 것은?



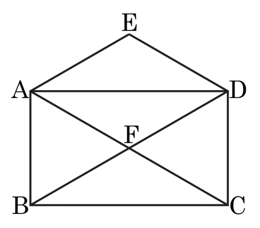
[가정] □ABCD에서 $\overline{AB}=\overline{DC}$, $\overline{AD}=$ $\boxed{\text{ㄴ}}$
[결론] $\boxed{\text{ㄱ}}$ $/\!/\ \overline{DC}$, $\overline{AD}\ /\!/\ \overline{BC}$
[증명] 점 A와 점 C를 이으면
△ABC와 △CDA에서
$\overline{AB}=\overline{DC}$ (가정) ⋯㉠
$\overline{AD}=$ $\boxed{\text{ㄴ}}$ (가정) ⋯㉡
$\boxed{\text{ㄷ}}$는 공통 ⋯㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 △ABC ≡ △CDA ($\boxed{\text{ㄹ}}$ 합동)
∠BAC = ∠DCA 이므로
$\boxed{\text{ㄱ}}$ $/\!/\ \overline{DC}$ ⋯㉣
∠ACB = $\boxed{\text{ㅁ}}$이므로
$\overline{AD}\ /\!/\ \overline{BC}$ ⋯㉤
㉣, ㉤에 의해서 □ABCD는 평행사변형이다.

① ㄱ : $\overline{AB}$ ② ㄴ : $\overline{BC}$ ③ ㄷ : $\overline{AC}$
④ ㄹ : SAS ⑤ ㅁ : ∠CAD

해설

△ABC ≡ △CDA (SSS 합동)

11. 다음 그림에서 사각형 ABCD 는 직사각형이고, 사각형 AFDE 는 평행사변형이다. $\overline{DE} = 5x\text{cm}$, $\overline{AE} = (3x+2y)\text{cm}$, $\overline{CF} = (18-x)\text{cm}$ 일 때, $x+y$는?

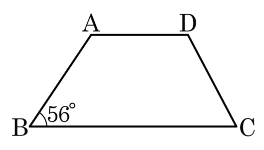


① 5cm ② 6cm ③ 7cm
④ 8cm ⑤ 9cm

해설

사각형 AFDE 는 평행사변형이고, $\overline{AF} = \overline{FD}$ 이므로 사각형 AFDE 는 마름모이다.
따라서 네 변의 길이는 모두 같다. 또, 직사각형의 두 대각선의 길이는 같고 각각 서로 다른 것을 이등분하므로 $\overline{DE} = \overline{AE} = \overline{CF}$ 이다.
따라서 $5x = 18 - x,\ x = 3\,\text{cm}$ 이다.
$5x = 3x + 2y,\ 15 = 9 + 2y,\ y = 3\,\text{cm}$ 이다.
$\therefore x + y = 6(\,\text{cm})$

12. 다음 그림과 같은 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{BC} = \overline{AB} + \overline{AD}$ 일 때, $\angle D$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad}$ °

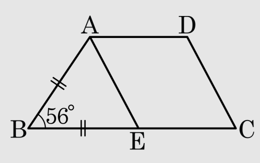
▷ 정답 : $118°$

해설

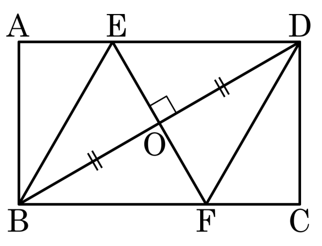
$\overline{AB} = \overline{BE}$ 인 점 E 를 $\overline{BC}$ 위에 잡으면 □AECD 는 평행사변형이다.

$\angle BEA = (180° - 56°) \div 2 = 62°$

$\angle D = \angle AEC = 180° - 62° = 118°$



13. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 의 대각선 BD 의 수직이등분선과 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$ 와의 교점을 각각 E, F 라 할 때, □EBFD 는 어떤 사각형인가?



① 직사각형 ② 등변사다리꼴 ③ 마름모
④ 정사각형 ⑤ 평행사변형

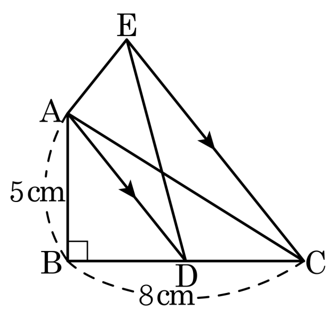
해설
마름모의 두 대각선은 서로 수직 이등분한다.
따라서 □EBFD 는 마름모이다.

14. 다음 중 사각형에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

① 두 대각선의 길이가 같은 평행사변형은 직사각형이다.
② 이웃하는 두 각의 크기가 같은 평행사변형은 정사각형이다.
③ 이웃하는 두 변의 길이가 같은 평행사변형은 마름모이다.
④ 두 대각선이 서로 다른 것을 수직 이등분하는 직사각형은 정사각형이다.
⑤ 한 내각이 직각인 평행사변형은 직사각형이다.

해설
이웃하는 두 각의 크기가 같은 평행사변형은 직사각형이다.

15. 다음 그림에서 $\overline{AD} \,/\!/\, \overline{EC}$ 이고, $\overline{BD} = \frac{1}{2}\overline{BC}$ 이고, $\overline{AB} = 5\text{cm}$, $\overline{BC} =$ 8cm 일 때, $\triangle ADE$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\text{cm}^2}$

▷ 정답 : $10\,\underline{\text{cm}^2}$

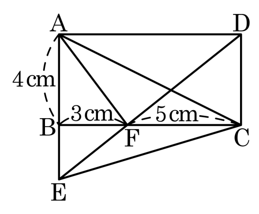
해설

$\overline{BD} = \frac{1}{2}\overline{BC} = 4\text{cm}$ 가 되므로 $\overline{DC} = 4\text{cm}$ 이다.

$\overline{AD} \,/\!/\, \overline{EC}$ 이므로 $\triangle ADE = \triangle ADC$ 이다.

$\therefore\ \triangle ADE = \frac{1}{2} \times 5 \times 4 = 10(\text{cm}^2)$

16. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{AB}}$ 의 연장선 위의 점 E 를 잡아 $\overline{\mathrm{BC}}$ 와 $\overline{\mathrm{ED}}$ 의 교점을 F 라 할 때, $\triangle\mathrm{FEC}$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad \mathrm{cm}^2}$

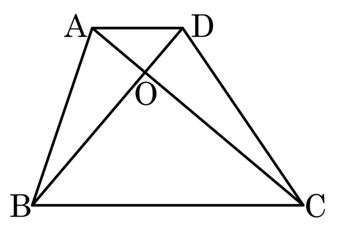
▷ 정답 : $6\,\underline{\mathrm{cm}^2}$

해설

$\overline{\mathrm{BD}}$ 를 그으면 $\triangle\mathrm{BFD} = \triangle\mathrm{FEC}$ 이므로

$\triangle\mathrm{FEC} = \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6\ (\mathrm{cm}^2)$

17. 다음 그림의 사다리꼴 ABCD 는 $\overline{AD}//\overline{BC}$, $\overline{AO} : \overline{OC} = 1 : 3$ 이고 $\triangle ABD = 20\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle DBC$ 의 넓이는?

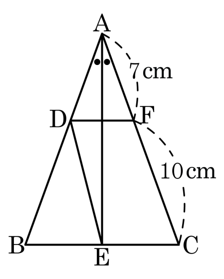


① 30cm^2 ② 45cm^2 ③ 60cm^2
④ 75cm^2 ⑤ 90cm^2

해설

$\triangle ABO : \triangle AOD = 3 : 1$, $\triangle AOB = 15\text{cm}^2$,
$1 : 3 = 15\text{cm}^2 : \triangle OBC$, $\triangle OBC = 45\text{cm}^2$,
$\therefore\ \triangle ABC = \triangle DBC = \triangle AOB + \triangle OBC = 15 + 45 = 60(\text{cm}^2)$

18. 다음 그림에서 $\overline{AE}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이다. $\overline{DF} \,/\!/\, \overline{BC}$, $\overline{DE} \,/\!/\, \overline{FC}$ 일 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 구하여라.



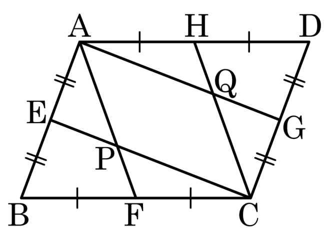
▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 10 cm

해설

$\overline{DF} \,/\!/\, \overline{EC}$ 이고 $\overline{DE} \,/\!/\, \overline{FC}$ 이므로 □DECF 는 평행사변형이다.
$\overline{DE} \,/\!/\, \overline{AC}$ 이므로 $\angle DEA = \angle EAF$
따라서 $\triangle DEA$ 는 이등변삼각형이다.
$\therefore\ \overline{AD} = \overline{DE} = 10\ (\text{cm})$

19. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 각 변의 중점을 잡아 $\overline{AF}$ 와 $\overline{CE}$, $\overline{AG}$ 와 $\overline{CH}$ 의 교점을 각각 P, Q 라 할 때, □ABCD를 제외한 평행사변형은 □AECG , □AFCH , □APCQ 이다. 각각의 평행사변형이 되는 조건을 순서대로 나열한 것은?



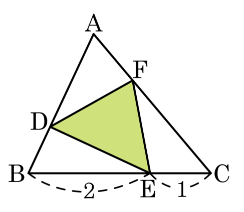
㉠ 두 쌍의 대변이 각각 평행하다. ㉡ 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다. ㉢ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다. ㉣ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다. ㉤ 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

① ㉠, ㉡, ㉢　　② ㉤, ㉢, ㉠　　③ ㉤, ㉤, ㉠
④ ㉠, ㉢, ㉢　　⑤ ㉡, ㉤, ㉢

해설

□AECG는 $\overline{AE} /\!/ \overline{GC}$ 이고 $\overline{AE} = \overline{GC}$ 이다. (㉤)
□AFCH는 $\overline{AH} /\!/ \overline{FC}$ 이고 $\overline{AH} = \overline{FC}$ 이다. (㉤)
□APCQ는 $\overline{AP} /\!/ \overline{QC}$ 이고 $\overline{PC} /\!/ \overline{AQ}$ 이다. (㉠)

20. $\triangle ABC$ 에서 점 D, E, F 는 각 변을 $2:1$ 로 내분하는 점이다. $\triangle ADF = 4\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\triangle DEF$ 의 넓이는?



① $\dfrac{8}{9}\,\mathrm{cm}^2$ ② $\dfrac{32}{9}\,\mathrm{cm}^2$ ③ $\dfrac{46}{9}\,\mathrm{cm}^2$

④ $6\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $8\,\mathrm{cm}^2$

해설

$\triangle ADF = \dfrac{2}{3}\triangle FAB = \dfrac{2}{3}\left(\dfrac{1}{3}\triangle ABC\right) = \dfrac{2}{9}\triangle ABC$

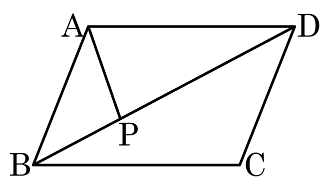
마찬가지 방법으로 $\triangle BDE = \triangle CEF = \dfrac{2}{9}\triangle ABC$

따라서 $\triangle DEF = \dfrac{1}{3}\triangle ABC$

그런데 $\triangle ADF = 4\,\mathrm{cm}^2$ 이므로 $\triangle ABC = 18\,\mathrm{cm}^2$

$\triangle DEF = 6\,\mathrm{cm}^2$

21. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BP} : \overline{DP} = 1 : 2$ 이다. $\square ABCD = 24\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle APD$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ____________ cm^2

▷ 정답 : 8 cm^2

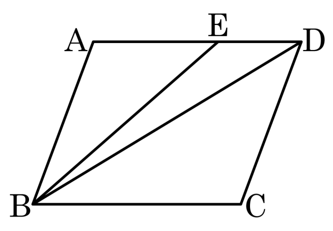
해설

$\triangle ABD = \frac{24}{2} = 12(\text{cm}^2)$

$\triangle ABP$, $\triangle APD$ 는 높이가 같고, $\triangle ABP : \triangle APD = 1 : 2$ 이다.

따라서 $\triangle APD = 8\text{cm}^2$ 이다.

22. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 의 넓이가 50cm^2 이고, $\overline{\text{AE}}$: $\overline{\text{ED}} = 3 : 2$ 일 때, $\triangle\text{ABE}$ 의 넓이는?



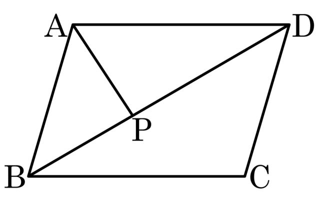
① 10cm^2 ② 12cm^2 ③ 15cm^2
④ 20cm^2 ⑤ 25cm^2

해설

$\triangle\text{ABE} + \triangle\text{EBD} = \frac{1}{2}\square\text{ABCD}$

$\therefore\ \triangle\text{ABE} = \frac{1}{2}\square\text{ABCD} \times \frac{3}{3+2} = 15(\text{cm}^2)$

23. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 의 넓이는 70cm^2 이고 $\overline{\text{BP}} : \overline{\text{PD}} = 2 : 3$ 이다. $\triangle\text{ABP}$ 의 넓이는?



① 5cm^2 ② 10cm^2 ③ 14cm^2
④ 21cm^2 ⑤ 25cm^2

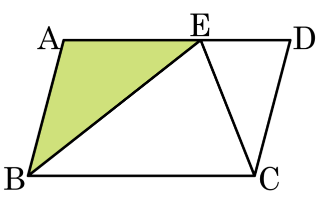
해설

$\triangle\text{ABD} = \dfrac{70}{2} = 35(\text{cm}^2) = \triangle\text{ABP} + \triangle\text{ADP}$

$2 : 3 = \triangle\text{ABP} : \triangle\text{APD}$

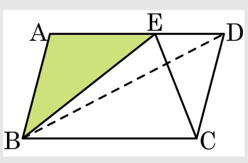
$\therefore\ \triangle\text{ABP} = 35 \times \dfrac{2}{5} = 14(\text{cm}^2)$

24. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\overline{AE} : \overline{ED} = 3 : 2$이고 $\square ABCD = 60cm^2$일 때, $\triangle ABE$의 넓이는?



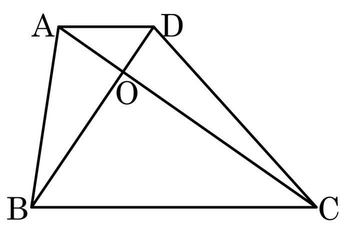
① $18cm^2$ ② $22cm^2$ ③ $26cm^2$
④ $30cm^2$ ⑤ $34cm^2$

해설



$\triangle BEC = \triangle BDC = \dfrac{1}{2}\square ABCD = 30(cm^2)$
$\triangle ABE + \triangle CED = \square ABCD - \triangle BEC = 60 - 30 = 30(cm^2)$
또, $\triangle ABE : \triangle DCE = 3 : 2$이므로
$\triangle ABE = \dfrac{3}{5} \times 30 = 18(cm^2)$

25. 다음 그림에서 사다리꼴 ABCD 는 $\overline{\mathrm{AD}}//\overline{\mathrm{BC}}$, 이고 $\overline{\mathrm{OC}} = 3\overline{\mathrm{AO}}$ 이다. $\triangle\mathrm{AOB} = 9\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\triangle\mathrm{ACD}$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\mathrm{cm}^2}$

▷ 정답 : $12\,\underline{\mathrm{cm}^2}$

해설

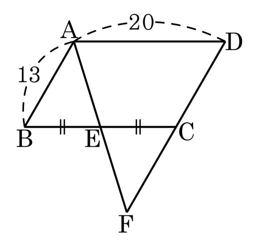
$\overline{\mathrm{AD}}//\overline{\mathrm{BC}}$, $\triangle\ ABO = \triangle\mathrm{DOC} = 9\mathrm{cm}^2$

$\triangle\mathrm{AOD}$, $\triangle\mathrm{DOC}$ 는 높이가 같다.

$\triangle\mathrm{DOC} : \triangle\mathrm{AOD} = 3 : 1 = 9\mathrm{cm}^2 : \triangle\mathrm{AOD}$ $\quad \therefore \triangle\mathrm{AOD} = 3\mathrm{cm}^2$

$\therefore\ \triangle\mathrm{ACD} = \triangle\mathrm{AOD} + \triangle\mathrm{DOC} = 9 + 3 = 12\mathrm{cm}^2$

26. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BE} = \overline{CE}$ 이고 $\overline{AD} = 20$, $\overline{AB} = 13$ 일 때, $\overline{DF}$ 의 길이를 구하여라.



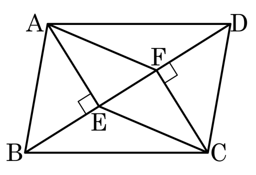
▶ 답 :

▷ 정답 : 26

해설

$\triangle ABE$ 와 $\triangle FCE$ 에서
$\angle AEB = \angle FEC$ (맞꼭지각)
$\overline{BE} = \overline{CE}$, $\angle ABE = \angle FCE$ (엇각)
$\therefore \ \triangle ABE \equiv \triangle FCE$ (ASA 합동)
$\overline{DF} = \overline{DC} + \overline{CF} = 13 + 13 = 26$

27. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 꼭짓점 A, C 에서 대각선 BD 에 내린 수선의 발을 각각 E, F 라 할 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\overline{AB} = \overline{DC}$

② $\angle ABE = \angle CDF$

③ $\triangle ABE \equiv \triangle CDF$

④ $\overline{AE} \,/\!/\, \overline{CF}$

⑤ $\overline{AE} = \overline{CE}$

해설

$\triangle ABE$ 와 $\triangle CDF$ 에서 $\angle AEB = \angle CFD = 90°$

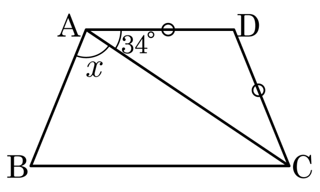
$\overline{AB} = \overline{CD}$

$\angle ABE = \angle CDF$ (엇각)

$\therefore\ \triangle ABE \equiv \triangle CDF$ (RHA 합동)

$\therefore\ \overline{AE} \,/\!/\, \overline{CF}$, $\overline{AE} = \overline{CF}$

28. 다음 그림과 같이 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$인 등변사다리꼴 ABCD에서 $\overline{AD} = \overline{DC}$, $\angle DAC = 34°$일 때, $\angle x$의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ________ °

▷ 정답 : 78°

해설

$\angle CAD = 34°$이고, $\triangle ADC$가 이등변삼각형이므로
$\angle CAD = \angle ACD$이고, $\angle ADC = 180° - 68° = 112°$이다.
$\therefore\ \angle DCB = 180° - 112° = 68° = \angle ABC$
$\angle ABC + \angle BAD = 180°$이므로 $34° + \angle x + 68° = 180°$
$\therefore \angle x = 78°$