

1. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 10 은 10 의 약수이면서 10 의 배수이다.
- ② 모든 자연수는 자기 자신의 약수인 동시에 배수이다.
- ③ 1 은 모든 자연수의 배수이다.
- ④ 384 은 6 의 배수이다.
- ⑤ 9 는 54 의 약수이다.

해설

1 은 모든 자연수의 약수이다.

2. 다음 중 4^5 을 나타낸 식은?

① 4×5

② $4 + 4 + 4 + 4 + 4$

③ $5 \times 5 \times 5 \times 5$

④ $4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4$

⑤ 5×4

해설

$4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 = 4^5$ 이다.

3. 한 업체가 고객들에게 사과 56 개, 배 84 권, 귤 70 개를 모두 나누어주려고 한다. 각 고객들에게 똑같이 나누어주고자 할 때, 최대 몇 명의 사람들에게 나누어 줄 수 있는가?

- ① 15 명 ② 14 명 ③ 13 명 ④ 12 명 ⑤ 11 명

해설

$56 = 2^3 \times 7$, $84 = 2^2 \times 3 \times 7$, $70 = 2 \times 5 \times 7$
56, 84, 70 의 최대공약수는 $2 \times 7 = 14$

4. 가로 길이가 16cm , 세로 길이가 12cm , 높이가 24cm 인 직육면체 모양의 벽돌이 있다. 이것을 같은 방향으로 놓이도록 쌓아서 정육면체를 만들 때, 이러한 정육면체 중 가장 작은 것의 한 모서리의 길이는?

- ① 36cm ② 48cm ③ 72cm
④ 96cm ⑤ 144cm

해설

가장 작은 정육면체의 한 모서리의 길이는 16, 12, 24 의 최소공배수이므로 48cm 이다.

5. 세 자연수 4, 5, 6 어느 것으로 나누어도 1 이 남는 세 자리 자연수 중에서 가장 작은 자연수는?

① 60 ② 61 ③ 120 ④ 181 ⑤ 121

해설

구하는 수는 (4, 5, 6 의 공배수)+1 인 수 중 가장 작은 세 자리 자연수이다.

4, 5, 6 의 최소공배수는 60 이고, 세 수의 공배수 중에서 세 자리인 가장 작은 자연수는 120 이다.

$\therefore 120 + 1 = 121$

6. 자연수 $2^2 \times 3 \times 5$ 의 약수 중에서 두 번째로 큰 수를 a , 세 번째로 큰 수를 b 라 할 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① 15 ② 30 ③ 50 ④ 60 ⑤ 75

해설

$2^2 \times 3 \times 5$ 의 약수 중 두 번째로 큰 수는 $2 \times 3 \times 5 = 30$, 세 번째로 큰 수는 $2^2 \times 5 = 20$ 이므로, $a + b = 30 + 20 = 50$ 이다.

7. 두 수 $2^2 \times 3^3 \times 7$, $2^3 \times 3^2 \times 5$ 의 최대공약수를 구하면?

- ① $2^2 \times 3^2$ ② $2^2 \times 3^3$ ③ $2^3 \times 3^3 \times 5$
④ $2^3 \times 3^3 \times 5$ ⑤ $2^5 \times 3^5 \times 7$

해설

공통인 소인수 중 지수가 낮은 쪽을 택하여 곱하면 최대공약수이다.
 $2^2 \times 3^3 \times 7$, $2^3 \times 3^2 \times 5$ 의 최대공약수: $2^2 \times 3^2$

8. 진희는 어머니 심부름으로 인터넷으로 과일의 가격을 알아보고 주문하려고 한다. 인터넷 검색 결과 아래 과일의 가격이 다음과 같았다. 과일의 가격은 주어진 수의 최소공배수라고 할 때, 가장 싼 과일을 말하여라.

거봉 1박스
 $2^2 \times 5^2 \times 7 \times 11, 2^2 \times 3 \times 5 \times 7$

키위 1박스
 $2^2 \times 5^2, 3^3 \times 5^2 \times 7, 3^2$

오렌지 1박스
 $2^3 \times 5^2 \times 7, 2 \times 3 \times 5^3, 2 \times 3$

바나나 1박스
 $2^2 \times 5^2 \times 7, 2^3 \times 3 \times 5, 3^2 \times 5 \times 7$

오렌지 1박스
 $2^3 \times 5^2 \times 7, 2 \times 3 \times 5^3, 2 \times 3$

▶ 답 :

▷ 정답 : 바나나

해설

$2^2 \times 5^2 \times 7 \times 11, 2^2 \times 3 \times 5 \times 7$ 의 최소공배수 : $2^2 \times 3 \times 5^2 \times 7 \times 11 = 23100$
→ 거봉 1 박스의 가격 23100 원
 $2^2 \times 5^2, 3^3 \times 5^2 \times 7, 3^2$ 의 최소공배수 : $2^2 \times 3^3 \times 5^2 \times 7 = 18900$
→ 키위 1 박스의 가격 18900 원
 $2^3 \times 5^2 \times 7, 2 \times 3 \times 5^3, 2 \times 3$ 의 최소공배수 : $2^3 \times 3 \times 5^3 \times 7 = 21000$
→ 오렌지 1 박스의 가격 21000 원
 $2^2 \times 5^2 \times 7, 2^3 \times 3 \times 5, 3^2 \times 5 \times 7$ 의 최소공배수 : $2^3 \times 3^2 \times 5^2 \times 7 = 12600$
→ 바나나 1 박스의 가격 12600 원

9. 세 자연수의 비가 $2:3:7$ 이고 최소공배수가 672 일 때, 세 자연수의 합에서 최대공약수를 뺀 수는?

① 16 ② 72 ③ 176 ④ 184 ⑤ 192

해설

세 자연수를 $2 \times a, 3 \times a, 7 \times a$ 라 하면

세 수의 최소공배수는

$$2 \times 3 \times 7 \times a = 672 = 2^5 \times 3 \times 7 \text{ 이다.}$$

$$a = 2^4 = 16 \text{ 이므로 세 수는 } 32, 48, 112 \text{ 이다.}$$

$$\therefore 32 + 48 + 112 - 16 = 176$$

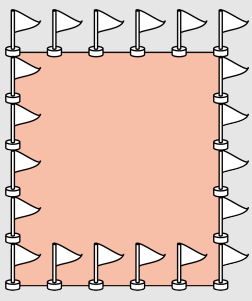
11. 가로 80m , 세로 96m 인 직사각형 모양의 땅의 둘레에 일정한 간격으로 깃발을 세우려고 한다. 4 개의 모퉁이에는 반드시 깃발을 세워야 하고, 깃발은 가능한 적게 사용하려고 할 때, 필요한 깃발의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 22 개

해설

모퉁이에 반드시 깃발을 세우고 일정한 간격으로 깃발을 세우면서 최소의 깃발을 세우려면, 가로와 세로의 최대공약수만큼 거리를 떨어뜨려 세우면 된다. 80 과 96 의 최대공약수는 16 이므로, 필요한 깃발의 개수는 22 개 이다.



12. 두 수 $3^a \times 5^2 \times 7$, $3^3 \times 5^b \times c$ 의 최대공약수는 $3^2 \times 5^2$, 최소공배수는 $3^3 \times 5^2 \times 7 \times 11$ 일 때, $a + b + c$ 의 값은?

① 14

② 15

③ 16

④ 17

⑤ 18

해설

$$3^a = 3^2 \text{ 이므로 } a = 2 ,$$

$$5^b = 5^2 \text{ 이므로 } b = 2 ,$$

$$c = 11 \text{ 이므로 } a + b + c = 15 \text{ 이다.}$$

13. 두 자연수의 곱이 288 이고 최소공배수가 24 일 때, 이 두 자연수의 최대공약수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

(두 수의 곱)=(최대공약수) $\times$ (최소공배수) 이므로
 $288 = (\text{최대공약수}) \times 24$
최대공약수는 12 이다.

14. 세 수 $\frac{5}{15}$, $\frac{5}{18}$, $\frac{5}{24}$ 의 어느 것에 곱하여도 그 결과가 자연수가 되는
분수 중에서 가장 작은 기약분수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 72

해설

$$\frac{(15, 18, 24 \text{의 최소공배수})}{(5, 5, 5 \text{의 최대공약수})} = \frac{360}{5} = 72$$

15. 다음 중에서 옳지 않은 것을 모두 고르면?

- ① 소수의 약수는 1 과 자기 자신 2 개이다.
- ② 가장 작은 소수는 2 이다.
- ③ 모든 소수는 홀수이다.
- ④ 두 소수의 곱은 소수이다.
- ⑤ 1 은 소수도 합성수도 아니다.

해설

- ㉠ 모든 소수는 홀수이다 → 소수 중 2 는 짝수이다.
- ㉡ 두 소수의 곱은 소수이다 → 두 소수의 곱은 $2 \times 3 = 6$, $3 \times 5 = 15$ 등으로 합성수이다.

16. 자연수 a, b, c 에 대하여 $5 \times a = 7 \times b = c^2$ 을 만족하는 c 의 값으로 가능하지 않은 것은?

① 35 ② 70 ③ 105 ④ 140 ⑤ 180

해설

$5 \times a = 7 \times b = c^2$ 에서

i) $a = 5 \times 7^2$, $b = 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (5 \times 7^2) = 7 \times (5^2 \times 7) = (5 \times 7)^2 = 35^2$

ii) $a = 2^2 \times 5 \times 7^2$, $b = 2^2 \times 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (2^2 \times 5 \times 7^2) = 7 \times (2^2 \times 5^2 \times 7) = (2 \times 5 \times 7)^2 = 70^2$

iii) $a = 3^2 \times 5 \times 7^2$, $b = 3^2 \times 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (3^2 \times 5 \times 7^2) = 7 \times (3^2 \times 5^2 \times 7) = (3 \times 5 \times 7)^2 = 105^2$

iv) $a = 4^2 \times 5 \times 7^2$, $b = 4^2 \times 5^2 \times 7$ 일 때, $5 \times (4^2 \times 5 \times 7^2) = 7 \times (4^2 \times 5^2 \times 7) = (4 \times 5 \times 7)^2 = 140^2$

따라서 c 의 값으로 가능한 것은 35, 70, 105, 140, ... 이다.

17. 약수의 개수가 24 개이고, $2^a \times 3^b \times 5^c$ 으로 소인수분해되는 자연수는 모두 몇 개인지 구하여라. (단 a, b, c 는 자연수)

▶ 답: 개

▶ 정답 : 9 개

해설

$$\begin{aligned} 24 &= 2 \times 2 \times 6 = 2 \times 4 \times 3 = 4 \times 2 \times 3 = 4 \times 3 \times 2 \\ &= 2 \times 6 \times 2 = 2 \times 3 \times 4 = 3 \times 4 \times 2 = 3 \times 2 \times 4 \\ &= 6 \times 2 \times 2 \end{aligned}$$

이므로 자연수는 9 개이다.

18. $18 \times A \times 7^2$ 의 약수의 개수가 36 이라고 한다. 가장 작은 A 의 값을 a , 두 번째로 작은 A 의 값을 b 라고 할 때, $b - a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$2 \times 3^2 \times 7^2 \times A$$

약수의 개수가 36 개이므로

A 가 될 수 있는 수는 $2^2, 3^3, 7^3$ 이거나 2, 3, 7 이외의 소수이다.

따라서 가장 작은 값은 $2^2 = 4$,

두 번째로 작은 값은 5

$$\therefore 5 - 4 = 1$$

19. 두 수 $2^3 \times 3 \times 7^2 \times 11$, 60 의 공약수들의 합은?

- ① 28 ② 35 ③ 48 ④ 51 ⑤ 64

해설

$2^3 \times 3 \times 7^2 \times 11$ 과 $60 = 2^2 \times 3 \times 5$ 의 최대공약수는 $2^2 \times 3$ 따라서 두 수의 공약수는 $2^2 \times 3$ 의 약수이다.
주어진 두 수의 공약수의 합은 $1 + 2 + 3 + 2^2 + 2 \times 3 + 2^2 \times 3 = 28$

20. 1 에서 100 까지 자연수를 다음과 같이 연속한 세 개의 수씩 묶어 차례로 늘어놓았다. 이 때, 세 수의 합이 12 의 배수인 것은 모두 몇 쌍인가?

$(1, 2, 3), (2, 3, 4), (3, 4, 5), \cdots, (98, 99, 100)$

- ① 19 쌍 ② 24 쌍 ③ 30 쌍 ④ 32 쌍 ⑤ 36 쌍

해설

세 수는 $n-1, n, n+1$ 로 이루어져 있으므로 세 수의 합은 $3 \times n$, 12 의 배수가 되기 위해서 n 은 4 의 배수가 되어야 한다. 즉 가운데 수가 4 의 배수인 쌍의 갯수는 $96 = 4 \times 24$ 개이다.

21. 일곱 자리 자연수 $40ab644$ 는 7 의 배수이고, $10a + b$ 는 소수이다. 이러한 일곱 자리의 수를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 4011644

▷ 정답 : 4053644

▷ 정답 : 4067644

해설

7 의 배수는 뒤에서부터 세 자리씩 끊어서 더하고 뺄 수가 0 이거나 7 의 배수인 수이므로,

$$4 - ab + 644 = 7k$$

$$\rightarrow 648 - ab = 7k \text{ 이므로}$$

$$ab = 04, 11, 18, 25, 32, 39, 46, 53, 60, 67, 74, 81, 88, 95 \text{ 이다.}$$

$10a + b$ 가 소수인 수는 $11, 53, 67$ 이므로, 만족하는 일곱 자리 자연수는 $4011644, 4053644, 4067644$ 이다.

22. $126 = a^l \times b^m \times c^n$ 으로 소인수분해될 때, $a+b+c-l-m-n$ 의 값을 구하여라. (단, $a < b < c$ 인 소수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$126 = 2 \times 3^2 \times 7 = a^l \times b^m \times c^n$$

$$\therefore a = 2, b = 3, c = 7, l = 1, m = 2, n = 1$$

$$\therefore a + b + c - l - m - n = 2 + 3 + 7 - 1 - 2 - 1 = 8$$

23. 자연수 n 에 대해 $S(n)$ 은 n 의 약수의 개수이다. 자연수 a, b 가 서로 소일 때, $S(a)+S(b) = 6$ 을 만족하는 $S(a \times b)$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$S(a) + S(b) = 6$ 이므로,
 $(S(a), S(b)) = (2, 4), (3, 3), (4, 2)$ 이다.
(1) $(S(a), S(b)) = (2, 4)$ 일 때, $a = x, b = y^3$ 이거나 $b = y \times z$ 의 형태이므로,
 $S(a \times b) = 8$ 이다. ($(S(a), S(b)) = (4, 2)$ 일 때도 같다.)
(2) $(S(a), S(b)) = (3, 3)$ 일 때, $a = x^2, b = y^2$ 의 형태이므로,
 $S(a \times b) = 9$ 이다.
 $\therefore S(a \times b)$ 의 최솟값 = 8

24. 분수 $\frac{x}{y}$ 의 분모에 18 , 분자에 45 를 더해도 분수의 값은 변하지 않는다.

x,y 의 최소공배수가 70 일 때, 자연수 x,y 를 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 35$

▷ 정답 : $y = 14$

해설

$$\frac{x}{y} = \frac{x+45}{y+18}$$

$$\rightarrow x \times (y+18) = y \times (x+45)$$

$$\rightarrow 18x = 45y \rightarrow 2x = 5y$$

$$70 = 2 \times 5 \times 7 \text{ 이므로}$$

$$2x = 5y \text{ 를 만족하려면 } x = 35, y = 14 \text{ 이다.}$$

25. 온도가 15°C인 방에 온풍기와 전구 2 개를 동시에 콘센트에 연결했다. 전구 A 는 3 분간 켜지고 3 분간 꺼지는 것을 반복하고, 전구 B 는 5 분간 켜지고 3 분간 꺼지는 것을 반복한다. 그런데 전구 2 개가 동시에 켜져 있을 때는 방의 전력이 모자라서 온풍기가 꺼진다고 한다. 온풍기가 켜져 있을 때, 방의 온도는 1 분에 0.1°C 씩 올라가고 온풍기가 꺼져 있을 때, 방의 온도는 0.1°C 씩 떨어진다면, 온풍기와 전구 2 개를 연결한 지 2 시간 후의 방의 온도를 구하여라.

▶ 답: °C

▶ 정답 : 19 °C

해설

전구 A는 6분 주기를 갖고 전구 B는 8분의 주기를 가지므로, 전구 A와 B는 24분의 주기로 다시 동시에 켜진다. 이 24분 동안 A, B가 동시에 켜지는 시간을 구해 보면,

전구 A 가 켜지는 시간 : 0 ~ 3 분, 6 ~ 9 분, 12 ~ 15 분,

18 ~ 21 분

전구 B가

전부 B가 겨시는 지진 : 0 ~ 5 군, 8 ~ 13 군, 16 ~ 21 군

→ 전구 A, B 가 동시에 켜지는 시간 : 0 ~ 3 분, 8 ~ 9 분,
12 ~ 13 분, 18 ~ 21 분

12 ~ 13 분, 18 ~ 21 분
~ 24 분 주 A, B 가 동시에 켜지는 시간의 총 수를 이 경우

→ 24 문 중 A, B 가 동시에 커지는 시간은 총 8 문이고, 이것은

24 분 동안 온풍기가 8 분간 꺼지고 16 분간 켜지 있다는 것을

∴ 2 시간 후의 방의 온도 = $15 + \left(\frac{120}{24}\right) \times 0.8 = 19 (^{\circ}\text{C})$