

1. 다음 중 명제가 아닌 것은?

- ① 6과 18의 최대공약수는 3 이다.
- ② 설악산은 제주도에 있다.
- ③ $x = 2$ 이면 $3x = 6$ 이다.
- ④ $x + 1 < 0$
- ⑤ 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180° 이다.

해설

명제는 참과 거짓을 명확하게 판단할 수 있는 문장이나 식을 말한다. ①, ②는 거짓 명제이고, ③, ⑤는 참인 명제이다. 그러나 ④는 x 의 값에 따라서 참일 수도 있고 거짓일 수도 있으므로 명제가 아니다.

2. 다음 중 거짓인 명제는?

- ① 직사각형은 사다리꼴이다.
- ② $x > 3$ 이면 $x > 5$ 이다.
- ③ $a = b$ 이면 $a^3 = b^3$ 이다.
- ④ x 가 4의 배수이면 x 는 2의 배수이다.
- ⑤ $(x - 3)(y - 5) = 0$ 이면 $x = 3$ 또는 $y = 5$ 이다.

해설

반례 : $x = 4$

3. 다음에서 조건 p 는 조건 q 이기 위한 어떤 조건인지 구하여라.

$$p : a, b \text{는 모두 짝수} \quad q : a + b \text{는 짝수}$$

▶ 답: 조건

▶ 정답 : 충분조건

해설

a, b 는 모두 짝수 $\rightarrow a+b$ 는 짝수 (역은 성립하지 않음) 증명)
 $a = 2m, b = 2n$ (n, m 은 자연수) 이면,
 $a+b = 2m+2n = 2(m+n)$ 이므로 짝수이다.

한편, $a = 3, b = 3$ 일 때 $a+b = 6$ 이므로 짝수이지만, a, b 는 모두 홀수이다.

$\therefore p$ 는 q 의 충분조건이다.

4. $x-1=0$ 이 $2x^2+ax-1=0$ 이기 위한 충분조건일 때 상수 a 의 값을 구하면?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$x-1=0$ 이면 $2x^2+ax-1=0$ 이 참이므로
 $x=1$ 을 대입하면 $2+a-1=0$
 $\therefore a=-1$

5. 세 수 $A = 3\sqrt{3} - 1$, $B = \sqrt{3} + 2$, $C = 2\sqrt{3} + 1$ 의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

① $C < B < A$

② $A < B < C$

③ $A < C < B$

④ $B < A < C$

⑤ $B < C < A$

해설

$$\begin{aligned}\text{i) } A - B &= (3\sqrt{3} - 1) - (\sqrt{3} + 2) \\ &= 2\sqrt{3} - 3 = \sqrt{12} - \sqrt{9} > 0 \\ \therefore A &> B\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{ii) } B - C &= (\sqrt{3} + 2) - (2\sqrt{3} + 1) \\ &= 1 - \sqrt{3} < 0 \\ \therefore B &< C\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{iii) } C - A &= (2\sqrt{3} + 1) - (3\sqrt{3} - 1) \\ &= 2 - \sqrt{3} = \sqrt{4} - \sqrt{3} > 0 \\ \therefore C &> A\end{aligned}$$

따라서 $B < A < C$

6. 양수 a, b 에 대하여 $\frac{4a+9b}{6\sqrt{ab}}$ 의 최솟값은?

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned}\frac{4a+9b}{6\sqrt{ab}} &= \frac{1}{6} \left(\frac{4\sqrt{a}}{\sqrt{b}} + \frac{9\sqrt{b}}{\sqrt{a}} \right) \\ &\geq \frac{1}{6} \times 2 \times \sqrt{4 \times 9} = 2\end{aligned}$$

해설

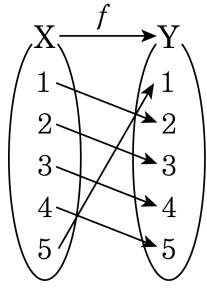
7. 두 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $Y = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ 에 대하여 함수 $f : X \rightarrow Y$, $f(x) = |x - 2|$ 으로 주어질 때, 다음 중 $\{f(x) | x \in X\}$ 의 원소가 아닌 것은?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

정의역을 X 로 하는 $f(x)$ 의 치역은 $\{0, 1, 2, 3\}$

8. 다음 그림과 같이 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 이고, 함수 $f : X \rightarrow X$ 에 대하여 $(f \circ f)(a) = 3$ 이 되는 a 의 값은?



- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$f(f(a)) = 3$ 이므로 $f(a) = 2$
 $\therefore a = 1$

9. 일차함수 $y = px + q$ 의 역함수가 $y = -5x + 7$ 일 때, 상수 p, q 의 합 $p + q$ 는?

① $\frac{1}{3}$

② $\frac{6}{5}$

③ 4

④ $\frac{5}{6}$

⑤ 8

해설

$y = -5x + 7$ 의 역함수를 구하면

$$x = -5y + 7, y = -\frac{1}{5}x + \frac{7}{5}$$

$$p = -\frac{1}{5}, q = \frac{7}{5}$$

$$\therefore p + q = \frac{6}{5}$$

10. $\frac{x^2 - 2x}{x^2 - 4x + 4} \times \frac{x^2 - 7x + 10}{x^2 - 5x}$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$(\text{준식}) = \frac{x(x-2)}{(x-2)^2} \times \frac{(x-2)(x-5)}{x(x-5)} = 1$$

11. $y = \frac{3x-1}{x-1}$ 의 점근선의 방정식은 $x=1, y=a$ 이다. a 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ -1

⑤ -2

해설

$$y = \frac{3(x-1)+2}{x-1} = \frac{2}{x-1} + 3$$

따라서 점근선의 방정식이 $x=1, y=3$ 이므로

$$a=3$$

12. 다음 중 $\sqrt{8} + \sqrt{18}$ 을 바르게 계산한 것은?

① $\sqrt{26}$

② $2(\sqrt{2} + \sqrt{3})$

③ 7

④ $5\sqrt{2}$

⑤ $2\sqrt{13}$

해설

$$\sqrt{8} + \sqrt{18} = 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$$

13. $x = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3} + \sqrt{2}}{2}$, $y = \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3} - \sqrt{2}}{2}$ 일 때, $(x+y)^2 + (x-y)^2$ 의 값은?

① $2\sqrt{6}$

② $-2\sqrt{6}$

③ $5 + 2\sqrt{6}$

④ $5 - 2\sqrt{6}$

⑤ $10 - 2\sqrt{6}$

해설

$$\begin{aligned}x + y &= \sqrt{5}, \quad x - y = -\sqrt{3} + \sqrt{2} \\ \therefore (x + y)^2 + (x - y)^2 &= 5 + (5 - 2\sqrt{6}) \\ &= 10 - 2\sqrt{6}\end{aligned}$$

14. 유리수 x, y 가 $(x-2\sqrt{2})(4-\sqrt{2}y)=8$ 을 만족할 때, x^2+y^2 의 값은?

- ① 20 ② 16 ③ 12 ④ 10 ⑤ 8

해설

$(x-2\sqrt{2})(4-\sqrt{2}y)=8$ 을 전개하여 정리하면

$$(4x+4y-8)-(xy+8)\sqrt{2}=0$$

$$\therefore 4x+4y-8=0 \Rightarrow x+y=2$$

$$\therefore xy+8=0 \Rightarrow xy=-8$$

$$x^2+y^2=(x+y)^2-2xy=2^2-2\times(-8)=20$$

15. n 권의 책이 있다.(단, $n \geq 5$) 이 n 권의 책을 책꽂이에 일렬로 꽂는 방법의 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $n!$

해설

n 권에서 n 권을 뽑는 순열의 수이므로 ${}_nP_n = n!$

16. 두 조건 p, q 를 만족하는 집합을 각각 P, Q 라 할 때, 명제 $p \rightarrow q$ 가 거짓임을 보이는 반례가 속하는 집합은?

① $P \cap Q$

② $P \cup Q$

③ $P^c \cup Q^c$

④ $P - Q$

⑤ $Q - P$

해설

$p \rightarrow q$ 가 거짓임을 보이려면 P 의 원소 중에서 Q 의 원소가 아닌 것을 찾으면 된다. 따라서, 반례가 속하는 집합은 $P \cap Q^c = P - Q$

17. 다음은 명제에 대한 설명이다. 옳은 것은?

- ① 어떤 명제가 참이면 그 역도 반드시 참이다.
- ② 어떤 명제가 참이면 그 명제의 대우도 참이다.
- ③ 어떤 명제의 역, 대우는 참, 거짓이 항상 일치한다.
- ④ 어떤 명제가 참이라고 해서 그 대우가 반드시 참인 것은 아니다.
- ⑤ 어떤 명제의 역의 역은 대우이다.

해설

명제가 참이면 그 명제의 대우도 항상 참이고, 명제가 거짓이면 그 명제의 대우도 항상 거짓이다.

18. 분수식 $1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1-x}}$ 을 간단히 하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{x}$

해설

$$(\text{준 식}) = 1 - \frac{1}{\frac{-x}{1-x}} = 1 + \frac{1-x}{x} = \frac{1}{x}$$

19. $x^2 - 5x + 1 = 0$ 일 때, $x^2 + \frac{1}{x^2}$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 23

해설

$x^2 - 5x + 1 = 0$ 에서 양변을 x 로 나눈다.

$$x + \frac{1}{x} - 5 = 0$$

$$x + \frac{1}{x} = 5$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = 25 - 2 = 23$$

20. $(x + y) : (y + z) : (z + x) = 6 : 7 : 5$ 일 때, $\frac{x^2 - yz}{x^2 + y^2}$ 의 값을 구하면?

- ① $-\frac{2}{5}$
- ② $-\frac{4}{13}$
- ③ $\frac{2}{5}$
- ④ $\frac{4}{13}$
- ⑤ $\frac{4}{5}$

해설

$$\begin{cases} x + y = 6k \cdots \textcircled{1} \\ y + z = 7k \cdots \textcircled{2} \\ z + x = 5k \cdots \textcircled{3} \end{cases} \quad (\text{단, } k \neq 0)$$

$\textcircled{1} + \textcircled{2} + \textcircled{3}$ 를 해 주면 $2(x + y + z) = 18k$

$\therefore x + y + z = 9k$

$\therefore x = 2k, y = 4k, z = 3k$

$\therefore \frac{x^2 - yz}{x^2 + y^2} = \frac{4k^2 - 12k^2}{4k^2 + 16k^2} = \frac{-8}{20} = -\frac{2}{5}$

21. 함수 $y = \frac{bx+2}{ax-1}$ 의 정의역은 $x \neq 1$ 인 모든 실수이고 치역은 $y \neq 2$ 인 모든 실수이다. 이때, $a+b$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

정의역은 $x \neq 1$ 인 모든 실수이고 치역은 $y \neq 2$ 인 모든 실수이므로,
 $a = 1$, $b = 2$ 이다.
 $\therefore a + b = 1 + 2 = 3$

22. 다음 함수 중 그 그래프를 평행이동시켰을 때, 함수 $y = \frac{2x^2}{x+1}$ 의 그래프와 일치하는 것은?

① $y = \frac{1}{x}$

② $y = \frac{2}{x}$

③ $y = x + \frac{1}{x}$

④ $y = x + \frac{2}{x}$

⑤ $y = 2x + \frac{2}{x}$

해설

$2x^2 = (x+1)(2x-2) + 2$ 이므로

$$y = \frac{2x^2}{x+1} = (2x-2) + \frac{2}{x+1}$$

$$= 2(x+1) + \frac{2}{x+1} - 4$$

$$\therefore y+4 = 2(x+1) + \frac{2}{x+1}$$

이것은 $y = 2x + \frac{2}{x}$ 의 그래프를 x 축

방향으로 -1 , y 축 방향으로 -4 만큼 이동한 것이다.

23. 한 개의 주사위를 던질 때, 짝수의 눈이 나오거나 소수의 눈이 나오는 경우의 수를 구하시오.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 5가지

해설

짝수의 눈 : 2, 4, 6 (3 가지)
소수의 눈 : 2, 3, 5 (3 가지)
짝수이면서 소수인 눈 : 2 (1 가지)
따라서 짝수 또는 소수의 눈이 나오는 경우의 수는
 $3 + 3 - 1 = 5$ 이다.
∴ 5 가지

24. 빨강, 주황, 노랑, 초록, 파랑, 남색, 보라의 7가지 색 중에서 4가지를 뽑아 그림을 색칠하려고 한다. 초록은 제외하고 노랑은 포함하여 뽑는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 10 가지

해설

부분집합에서 집합의 개수를 구할 때처럼 초록과 노랑을 제외한 5개의 색 중에 3개를 뽑는 경우
이므로 ${}_5C_3 = 10$

25. $a > 0, b > 0, c > 0$ 일 때, $\frac{2b}{a} + \frac{2c}{b} + \frac{2a}{c}$ 의 최소값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

산술-기하평균 부등식에 의해,

$$\frac{2b}{a} + \frac{2c}{b} + \frac{2a}{c} \geq 3 \cdot \sqrt[3]{\frac{2b}{a} \times \frac{2c}{b} \times \frac{2a}{c}} = 3 \times 2 = 6$$

$$\therefore \frac{2b}{a} + \frac{2c}{b} + \frac{2a}{c} \geq 6$$

26. 두 함수 $f(x) = 2x - 1$, $g(x) = x - 3$ 에 대하여 $(f \circ g)^{-1}(5)$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 6

해설

$g(8) = 5$ 이므로 $g^{-1}(5) = 8$

$(f \circ g)^{-1}(5) = (g^{-1} \circ f^{-1})(5) = g^{-1}(f^{-1}(5)) = g^{-1}(3)$

$(\because f(3) = 5 \text{에서 } f^{-1}(5) = 3)$

그런데 $g(6) = 3$ 이므로 $g^{-1}(3) = 6$

따라서 $(f \circ g)^{-1}(5) = g^{-1}(3) = 6$

27. 다음 함수 중 그 그래프가 제 1, 3, 4 사분면을 지나는 것은?

- ① $y = -\sqrt{1-x}$
- ② $y = \sqrt{2x+4}-3$
- ③ $y = -\sqrt{2x+3}+3$
- ④ $y = \sqrt{1-4x}+5$
- ⑤ $y = -\sqrt{6-2x}-1$

해설

① 제 3, 4 사분면을 지난다.

A coordinate plane showing the graph of the function $y = -\sqrt{1-x}$. The curve starts at the point (1, 0) on the x-axis and extends downwards and to the left into the third and fourth quadrants. The x-axis is labeled with 1, and the y-axis is labeled with -1. The origin is marked with O.

$y = -\sqrt{1-x}$

② 제 1, 3, 4 사분면을 지난다.

A coordinate plane showing the graph of the function $y = \sqrt{2x+4}-3$. The curve starts at the point (-2, -3) and extends upwards and to the right, passing through the third, fourth, and first quadrants. Dashed lines indicate the starting point at x = -2 and y = -3. The y-axis is labeled with -2, -1, and -3.

$y = \sqrt{2x+4}-3$

③ 제 1, 2, 4 사분면을 지난다.

A coordinate plane showing the graph of the function $y = -\sqrt{2x+3}+3$. The curve starts at the point (-1.5, 3) and extends downwards and to the right, passing through the second, first, and fourth quadrants. Dashed lines indicate the starting point at x = -1.5 and y = 3. The y-axis is labeled with -3 and 3.

$y = -\sqrt{2x+3}+3$

④ 제 1, 2 사분면을 지난다.

A coordinate plane showing the graph of the function $y = \sqrt{1-4x}+5$. The curve starts at the point (0, 5) and extends to the left into the second quadrant. A dashed line indicates the starting point at x = 0. The y-axis is labeled with 5 and 6. The x-axis is labeled with 1/4.

$y = \sqrt{1-4x}+5$

⑤ 제 3, 4 사분면을 지난다.

A coordinate plane showing the graph of the function $y = -\sqrt{6-2x}-1$. The curve starts at the point (3, -1) and extends downwards and to the left into the third and fourth quadrants. Dashed lines indicate the starting point at x = 3 and y = -1. The y-axis is labeled with -1.

$y = -\sqrt{6-2x}-1$

따라서 그래프가 제 1, 3, 4 사분면을 지나는 것은 ②이다.

28. 10 명의 학생이 O, X 문제에 임의로 답하는 경우의 수는?

- ① 128 ② 256 ③ 512 ④ 1024 ⑤ 2048

해설

각 학생이 대답할 수 있는 가지 수가
2가지씩이므로 $\Rightarrow 2^{10} = 1024$

29. 180 의 양의 약수 중 3 의 배수의 개수는?

- ① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

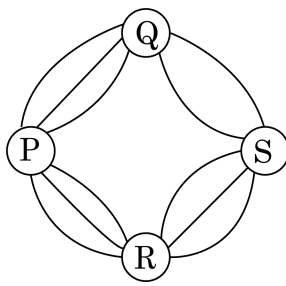
해설

$180 = 3 \times 60$ 따라서 60 의 약수의 개수를 구하면 된다.

$60 = 2^2 \times 3 \times 5$ 이므로

약수의 개수 : $(2 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 12$

30. 네 지점 P, Q, R, S 를 연결하는길이 아래 그림과 같다. 같은 지점을 두 번 이상 지나지 않고 P 에서 S 로가는 길을 택하는 방법은 몇가지인지 구하여라.



▶ 답:

가치

▶ 정답 : 15가지

해설

(1) $P \rightarrow Q \rightarrow S$ 인 경우 $3 \times 2 = 6$ (가지)

(2) $P \rightarrow R \rightarrow S$ 인 경우 $3 \times 3 = 9$ (가지)

이때, (1)과 (2)는 동시에 일어나지 않으므로, 구하는 방법의 수는 $6 + 9 = 15$ (가지) 이다.

31. 50 원, 100 원, 500 원짜리 동전만 사용할 수 있는 자동판매기에서 400 원짜리 음료수 3 개를 선택하려고 한다. 세 종류의 동전을 모두 사용하여 거스름돈 없이 자동판매기에 동전을 넣는 방법의 수는? (단, 동전을 넣는 순서는 고려하지 않는다.)
- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

500 원을 기준으로 생각한다. 100 원을 A , 50 원을 B 라 하면,
(1) 500 원 1 개 :
 $(A, B) = (6, 2), (5, 4), (4, 6),$
 $(3, 8), (2, 10), (1, 12)$
(2) 500 원 2 개 : $(A, B) = (1, 2)$
∴ 총 7가지

32. 10 원짜리 동전 5 개, 100 원짜리 동전 4 개, 1000 원짜리 지폐 1 장이 있을 때, 이들을 전부 또는 일부 사용하여 지불할 수 있는 금액은 몇 가지인지 구하여라.

▶ 답: 가지

▶ 정답 : 59가지

해설

10 원짜리 동전을 0, 1, 2, 3, 4, 5 개 사용할 수 있고 이들 각각에 100 원짜리 동전을 0, 1, 2, 3, 4 개 사용할 수 있고 여기에 1000 원짜리 지폐 0, 1 개를 각각 사용할 수 있다.

그런데 10 원짜리 동전 0 개, 100 원짜리 동전 0 개, 1000 원짜리 지폐 0 개를 동시에 사용하는 것은 의미가 없으므로 구하는 경우의 수는

$$6 \times 5 \times 2 - 1 = 59 \text{ (가지)}$$

33. 100원짜리 동전 4개, 50원짜리 동전 2개, 10원짜리 동전 3개를 가지고 지불할 수 있는 방법의 수와 지불할 수 있는 금액의 수의 총합을 구하여라.

▶ 답: 가지

▷ 정답 : 92가지

해설

동전을 사용하지 않는 것도 지불 방법이 되므로 각각의 동전을

사용할 수 있는 경우의 수는 (각 동전의 갯수)+1가지이다

그러나, 금액이 모두 0원이면 지불방법이 되지 못하므

$\therefore (\text{지불 방법의 수}) = (4+1)(2+1)(3+1) - 1 = 59$
 50원짜리 동전이 2개가 되면 100 원을 지불할 수 있으므로, 지불
 금액의 수는 금액이 중복되지 않도록 100원짜리 동전 4개를 50

원짜리 동전 8개로 바꿔 생각한다.

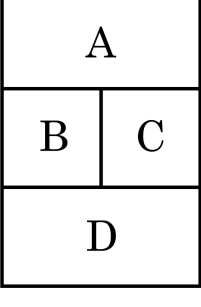
즈 50억짜리 토적 10개와 10억짜리

즉, 50원짜리 동전 10개와 10원짜리 동전 3개로 지불할 수 있는
경우이 승려 계산하며 된다.

$$\therefore (\text{기부 금액의 수}) = (10 + 1)(2 + 1) = 1 \times 42$$

$$\therefore (\text{지불 금액의 수}) = ($$

34. 원재가 가입한 동아리는 이 동아리를 상징하는 깃발을 검정, 초록, 빨강의 세 가지 색을 모두 사용하여 다음 그림과 같은 네 영역으로 구분하여 칠하려고 한다. 서로 다르게 칠하는 방법의 수를 구하여라.



▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 6 가지

해설

A, B, C, D 의 순서대로 색을 칠한다고 할 때, A 의 영역을 칠하는 방법의 수는 검정, 초록, 빨강의 3가지이다. 이런 각 경우에 대하여 B 의 영역을 칠하는 방법은 3가지 색 중에서 A 의 영역을 칠한 색을 제외한 2가지이고, C 의 영역을 칠하는 방법의 수는 A, B 의 두 영역을 칠한 색을 제외한 1가지이다.
마지막으로 D 의 영역을 칠하는 방법의 수는 B, C 의 두 영역을 칠한 색을 제외한 1가지 방법이다. 따라서 구하는 방법의 수는 $3 \times 2 \times 1 \times 1 = 6$ (가지)

35. 다음 그림과 같이 모양이 서로 다른 세 개의 주머니에 1, 2, 3 이 적힌 세 개의 구슬이 들어 있다.



이 세 주머니에서 각각 한 개의 구슬을 꺼낼 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ㉠ 세 개의 주머니에서 꺼낸 구슬에 적힌 숫자가 모두 같은 경우의 수는 3 개이다.

㉡ 세 개의 주머니에서 꺼낸 구슬에 적힌 숫자가 모두 다른 경우의 수는 6 개이다.

㉢ 세 개의 주머니에서 꺼낸 구슬에 적힌 숫자가 2 개가 같은 경우의 수는 18 개이다.

- ① ㉠

② ㉠, ㉡

③ ㉠, ㉢

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

㉠ 세 개의 주머니에서 꺼낸 구슬에 적힌 숫자가 모두 같은 경우는 (1, 1, 1), (2, 2, 2), (3, 3, 3) 즉, 3 개 (참)

㉡ 세 개의 주머니에서 꺼낸 구슬에 적힌 숫자가 모두 다른 경우의 수는 $3 \times 2 \times 1 = 6$ (참)

㉢ 세 개의 주머니에서 각각 한 개의 구슬을 꺼내는 경우의 수는 $3 \times 3 \times 3 = 3^3$ 이므로 세 개의 주머니에서 꺼낸 구슬에 적힌 숫자가 2 개가 같은 경우의 수는, $27 - 3 - 6 = 18$ (참) 따라서 옳은 것은 ㉠, ㉡, ㉢

36. 다항식 $(a+b+c)(p+q+r)-(a+b)(s+t)$ 를 전개하였을 때 항의 개수는?

① 5

② 7

③ 9

④ 11

⑤ 13

해설

$(a+b+c)(p+q+r)$ 의 전개식의 항의 개수는

$$3 \times 3 = 9$$

$(a+b)(s+t)$ 의 전개식의 항의 개수는

$$2 \times 2 = 4$$

따라서 구하는 항의 개수는 $9 + 4 = 13$ 이다.

37. A, B, C, D, E 다섯 명의 학생이 있다. 항상 D가 C보다 앞에 오도록 일렬로 서는 방법의 수는 ?

① 12

② 20

③ 24

④ 30

⑤ 60

해설

전체를 줄세운 다음 C, D가 순서를 바꾸어 서는 경우로 나누어 주면 된다.

$$\frac{5!}{2!} = 60$$

38. 여섯 개의 숫자 0, 1, 2, 3, 4, 5에서 서로 다른 세 가지 숫자를 사용하여 만든 세 자리의 자연수 중 5의 배수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 36 개

해설

(i) 1의 자리가 0인 경우 : 100의 자리에 1, 2, 3, 4, 5의 5가
 지가 올 수 있고, 10의 자 리에는 100의 자리의 수를 제외한
 4가지가 올 수 있다.
 : $5 \times 4 = 20$ (가지)

$$\therefore 5 \times 4 = 20(\text{가지})$$

(ii) 1의 자리가 5인 경우 : 100의 자리에 1, 2, 3, 4의 4가지가 올 수 있고, 10의 자리에는 100의 자리의 수를 제외한 3가지와 0의 4가지가 올 수 있다.

$$\therefore 4 \times 4 = 16(\text{가지})$$

(i), (ii) 에서 $20 + 16 = 36(\text{개})$

39. 서로 다른 알파벳 a, b, c, d, e 를 사전식으로 배열하였을 때, 58 번째 단어를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $cbdea$

해설

a □ □ □ □의 경우의 수는
 $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ (가지)
 b □ □ □ □의 경우의 수는
 $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ (가지)
 ca □ □ □의 경우의 수는
 $3 \times 2 \times 1 = 6$ (가지)
그 다음 55번째의 수 부터는
 $cbade, cbaed, cbdae, \dots$ 이므로
58번째 단어는 $cbdea$ 이다.

40. 다음 등식을 만족시키는 n 의 값을 구하여라.

${}_{10}C_{n+2} = {}_{10}C_{2n+2}$

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

${}_{10}C_{n+2} = {}_{10}C_{2n+2}$ 에서
 $n+2 = 2n+2$ 일 때 : $n = 0$
 $n+2 = 10 - (2n+2)$ 일 때 : $3n = 6, n = 2$
 $\therefore n = 0$ or 2

41. 남자 5 명과 여자 6 명 중에서 남자 2 명, 여자 3 명을 뽑아 일렬로 세우는 방법은 몇 가지인가?

① 12000

② 16000

③ 20000

④ 24000

⑤ 28000

해설

$${}_5C_2 \times {}_6C_3 \times 5! = 24000$$

42. 어느 학교에서 체육 활동 시간에 3개조가 필요하다. 8 명의 학생을 2명, 2명, 4명씩 세 조로 만들 수 있는 경우의 수는?

① 200 ② 210 ③ 105 ④ 100 ⑤ 220

해설

8 명의 학생을 2명, 2명, 4명씩 세 조로

나누는 경우의 수는

$${}_8C_2 \times {}_6C_2 \times {}_4C_4 \times \frac{1}{2!} = 210(\text{가지}) \text{이다.}$$

43. 다음 중 틀린 것은?

- ① $a^2 + b^2 = 0$ 은 $a = b = 0$ 이기 위한 필요조건이다.
- ② $xy \leq 1$ 또는 $x + y \leq 2$ 는 $x \leq 1$ 또는 $y \leq 1$ 이기 위한 필요충분조건이다.
- ③ $x = 3$ 은 $x^2 - x - 6 = 0$ 이기 위한 충분조건이다.
- ④ a, b, c 가 실수일 때, $ac = bc$ 는 $a = b$ 이기 위한 필요조건이다.
- ⑤ $x + y$ 가 유리수인 것은 x, y 모두가 유리수이기 위한 필요조건이다.

해설

① $a^2 + b^2 = 0 \Leftrightarrow a = b = 0$ (필요충분조건)
※ 이 경우 필요충분조건이 된다는 것은 서로가 서로에게 충분조건도 되고 필요조건도 되는 것이므로 틀린 것이 아니다.
② 대우: $x > 1, y > 1 \Rightarrow xy > 1, x + y > 2$ (참)
이: $xy > 1, x + y > 2 \nRightarrow x > 1, y > 1$ (거짓) (반례: $x = 10, y = 0.5$)
대우가 참, 이가 거짓이므로 주어진 명제는 참이고 그 역은 거짓이다.
∴ 충분조건

44. 좌표평면 위의 점 A(1, 2)를 지나는 직선 $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ ($a > 0, b > 0$)이 x 축, y 축과 만나는 점을 각각 B, C라 할 때, $\triangle OBC$ 의 최소 넓이는?

① 3 ② 3.5 ③ 4 ④ 4.5 ⑤ 5

해설

B($a, 0$), C($0, b$)이므로
 $\triangle OBC$ 의 넓이를 S 라 하면

$$S = \frac{1}{2}ab \cdots \cdots \textcircled{A}$$

직선 $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ 은 점 (1, 2)를 지나므로

$$\frac{1}{a} + \frac{2}{b} = 1 \cdots \cdots \textcircled{B}$$

①, ②에서

$$1 = \frac{1}{a} + \frac{2}{b} \geq 2\sqrt{\frac{2}{ab}} = 2\sqrt{\frac{1}{S}}$$

$$\therefore S \geq 4$$

45. 어느 대학의 입학시험에서 영문과와 수학과의 지원자 수의 비는 3 : 4 이고, 합격자의 수의 비는 5 : 6, 불합격자의 수의 비는 5 : 8이다. 이 대학의 수학과와 경쟁률을 구하면?

① 10 : 3 ② 5 : 3 ③ 4 : 1 ④ 5 : 2 ⑤ 4 : 3

해설

영문과 합격자 수를 5α 라 하면,
수학과 합격자 수는 6α

영문과 불합격자 수를 5β 라 하면,
수학과 합격자 수는 8β

$$\therefore (5\alpha + 5\beta) : (6\alpha + 8\beta) = 3 : 4$$

$$\Rightarrow 18\alpha + 24\beta = 20\alpha + 20\beta$$

$$\therefore \alpha = 2\beta$$

$$\therefore \text{수학과 경쟁률} = \frac{\text{지원자 수}}{\text{합격자 수}} = \frac{6\alpha + 8\beta}{6\alpha}$$

$$= \frac{10\alpha}{6\alpha} = \frac{5}{3}$$

$$\Rightarrow 5 : 3$$

46. 두 함수 f, g 가 $f(x) = \frac{1}{x+1}$, $g(x) = \sqrt{x} + 1$ 일 때, $0 \leq x \leq 4$ 에서 함수 $y = (f \circ g)(x)$ 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하면?

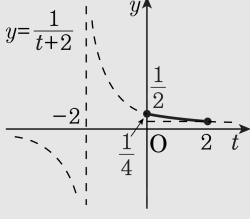
- ① $\frac{1}{4}$
- ② $\frac{1}{2}$
- ③ $\frac{3}{4}$
- ④ 1
- ⑤ $\frac{5}{4}$

해설

$$\begin{aligned}(f \circ g)(x) &= f(g(x)) = f(\sqrt{x} + 1) \\ &= \frac{1}{\sqrt{x} + 1 + 1} \\ &= \frac{1}{\sqrt{x} + 2}\end{aligned}$$

$\sqrt{x} = t$ 로 놓으면
 $0 \leq x \leq 4$ 에서 $0 \leq t \leq 2$ 이므로
주어진 함수는 $y = \frac{1}{t+2} (0 \leq t \leq 2)$

따라서 다음 그림에서 $t = 0$ 일 때
최댓값은 $\frac{1}{2}$,
 $t = 2$ 일 때
최솟값은 $\frac{1}{4}$ 이므로
구하는 합은 $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$



47. $y = \sqrt{x+2}$ 와 $x = \sqrt{y+2}$ 의 교점의 좌표를 $P(a, b)$ 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ $\frac{7}{5}$

해설

두 곡선은 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이므로
두 곡선의 교점은 $y = \sqrt{x+2}$ 와 $y = x$ 와의
교점이다.

$$\sqrt{x+2} = x \text{ 에서 } x^2 = x+2$$

$$\therefore x^2 - x - 2 = 0$$

$$(x-2)(x+1) = 0 \text{ 에서}$$

$$x = -1 \text{ 또는 } x = 2$$

$$\therefore P(a, b) = P(2, 2)$$

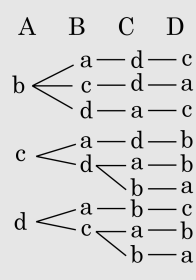
($\therefore P(a, b)$ 는 제 1 사분면에 존재한다.)

48. A, B, C, D 네 사람이 각자 모자 a, b, c, d 를 하나씩 가져갔을 때, 모두 다른 사람의 모자를 가져갔을 경우의 수는?

▶ 답: 가지

▶ 정답 : 9가지

해설



49. 1 부터 9 까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 아홉 장의 카드가 있다. 이 중 4 장의 카드를 뽑아 갑에게 2 장, 을에게 2 장을 주었을 때, 뽑힌 4 장 중 제일 작은 수가 적힌 카드가 갑에게 있을 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 378 가지

해설

9장 중 4장의 카드를 뽑는 방법의 수는

$${}_9C_4 = \frac{9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 126$$

뽑힌 4장의 카드 중 제일 작은 수의 카드는 갑에게 주고, 나머지

3장 중 1장의 카드만 갑에게 주면 나머지 2장은 을에게 간다.

$$\therefore {}_9C_4 \cdot {}_3C_1 = 378$$

50. 십이각형의 서로 다른 대각선의 교점 중 세 선분이 교차하는 점이 없다고 할 때 대각선의 교점은 몇 개인지 구하여라. (단 꼭짓점은 제외한다.)

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 495 개

해설

대각선의 교점은 두 대각선에 의해 결정되고 두 대각선은 4개의 점에 의해 결정되므로 십이각형의 대각선의 교점의 최대 개수는 ${}_{12}C_4=495$