1. 다음 중 x 에 대한 이차방정식인 것은?

① $2x^2 - 5 = 2(x^2 - 1)$

② $(x - 3)(x + 1) = x^2 - 4$

③ $(x - 5)(x + 5) = 25 - x^2$

④ $3(x^2 + 1) = 3x(x + 1)$

⑤ $x^2 = (x - 4)^2$

해설

$$\textcircled{3} (x - 5)(x + 5) = 25 - x^2$$

$$2x^2 - 50 = 0$$

따라서 이차방정식이다.

2. 다음 중 $x = -2$ 가 해가 되는 이차방정식은? (정답 2 개)

① $x(x+2) = 0$

② $x^2 + 2x - 3 = 0$

③ $x^2 + 6x + 8 = 0$

④ $2x^2 - x - 1 = 0$

⑤ $2x^2 + 4 = 0$

해설

① $-2 \cdot (-2+2) = 0$

③ $(-2)^2 + 6 \cdot (-2) + 8 = 0$

3. $x^2 + 2x - 63 = 0$ 의 해를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = -9$

▷ 정답 : $x = 7$

해설

$$x^2 + 2x - 63 = 0$$

$$(x + 9)(x - 7) = 0$$

$$\therefore x = -9 \text{ 또는 } x = 7$$

4. 이차방정식 $4x^2 + (k+4)x + 1 = 0$ 이 중근을 가질 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $k = 0$

▷ 정답: $k = -8$

해설

이차방정식의 판별식을 D 라고 할 때
 $4x^2 + (k+4)x + 1 = 0$ 이 중근을 가지려면 $D = 0$
 $D = (k+4)^2 - 4 \times 4 \times 1 = 0$
 $(k+4)^2 = 16, k+4 = \pm 4, k = -4 \pm 4$
따라서 $k = 0$ 또는 $k = -8$ 이다.

5. 이차방정식 $3(x-a)^2 = 15$ 의 해가 $x = -4 \pm \sqrt{b}$ 일 때, a, b 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -4$

▷ 정답 : $b = 5$

해설

$3(x-a)^2 = 15$ 에서 $(x-a)^2 = 5$ 이므로

$x-a = \pm\sqrt{5}$

$\therefore x = \pm\sqrt{5} + a$

따라서 $a = -4, b = 5$ 이다.

6. $(x+2)(x-6) = 3$ 을 $(x+a)^2 = b$ 의 꼴로 나타낼 때, a, b 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = -2$

▷ 정답: $b = 19$

해설

$$(x+2)(x-6) = 3, x^2 - 4x - 12 = 3$$

$$x^2 - 4x = 15, (x-2)^2 = 15 + 4$$

$$(x-2)^2 = 19$$

$$\therefore a = -2, b = 19$$

7. 이차방정식 $(x+2)(x-3) = 0$ 을 풀면?

① $x = -2$ 또는 $x = -3$

② $x = -2$ 또는 $x = 3$

③ $x = 2$ 또는 $x = 3$

④ $x = 2$ 또는 $x = -3$

⑤ $x = 0$ 또는 $x = 3$

해설

$$x + 2 = 0 \text{ 또는 } x - 3 = 0$$

$$\therefore x = -2 \text{ 또는 } x = 3$$

8. x 에 관한 이차방정식 $x^2 - 4x + a = 0$ 의 한 근이 3일 때, a 의 값과 다른 한 근의 차를 구하면?

① 2   ② 3   ③ 4   ④ 5   ⑤ 6

해설

$$3^2 - 4 \times 3 + a = 0 \quad \therefore a = 3$$

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$(x-3)(x-1) = 0$$

따라서 다른 한 근은 1이다.

$$\therefore 3 - 1 = 2$$

9. 이차 방정식 $3x^2 - ax - 16 = 0$ 의 한 근이 -4 일 때, a 와 다른 한 근의 곱을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $-\frac{32}{3}$

해설

주어진 식에 x 대신 -4 를 대입하면

$$48 + 4a - 16 = 0$$

$$a = -8$$

$$3x^2 + 8x - 16 = 0$$

$$(3x - 4)(x + 4) = 0$$

$$x = \frac{4}{3}, x = -4$$

$$(\text{구하는 값}) = \frac{4}{3} \times (-8) = -\frac{32}{3}$$

10. 이차방정식 $x^2 - x - 6 = 0$ 의 두 근 중 작은 근이 이차방정식 $2x^2 + bx - 2 = 0$ 의 근이라고 할 때, b 의 값은?

- ① -3   ② -1   ③ 1   ④ 2   ⑤ 3

해설

$$x^2 - x - 6 = 0$$

$$(x - 3)(x + 2) = 0$$

$x = 3, -2$ 에서 작은 근은 $x = -2$ 이다.

$x = -2$ 를 $2x^2 + bx - 2 = 0$ 에 대입하면 $8 - 2b - 2 = 0$ 이다.

$$\therefore b = 3$$

11. 다음 이차방정식 중 증근을 갖는 것의 개수는?

보기

㉠ $x^2 - 6x = 0$

㉡ $(2x + 1)^2 = 3$

㉢ $2x^2 = 8x - 8$

㉣ $(x + 2)^2 = 2x^2 + 1$

- ① 없다.   ② 1개   ③ 2개   ④ 3개   ⑤ 4개

해설

㉢ $2x^2 = 8x - 8,$
 $2x^2 - 8x + 8 = 0,$
 $2(x - 2)^2 = 0$
 $\therefore x = 2$ (중근)

12. 다음 보기 중 m 의 값이 다른 하나는?

보기

㉠ $m^2 - 2m + 1 = 0$

㉡ $-m^2 + 2m - 1 = 0$

㉢ $-4m + 2m^2 + 2 = 0$

㉣ $-2 - 4m + 2m^2 = 0$

㉤ $4 + 4m^2 - 8m = 0$

① ㉠

② ㉡

③ ㉢

④ ㉣

⑤ ㉤

해설

㉠, ㉡, ㉢, ㉤ $(m - 1)^2 = 0$

$\therefore m = 1$

㉣ $-2 - 4m + 2m^2 = 0, m = 1 \pm \sqrt{2}$

13. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - 12x + 40 = k$ 가 중근을 가질 때, 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k = 4$

해설

중근을 가지려면 $x^2 - 12x + 40 - k = 0$ 이 완전제곱식이 되어야 하므로 $40 - k = 36$ 이다.

$\therefore k = 4$

14. 다음은 이차방정식을 $(x + p)^2 = q$ 의 꼴로 나타내는 과정이다.
(가)~(마)에 들어갈 수가 아닌 것은?

$$\begin{aligned}x^2 + 3x &= 2 \\x^2 + 3x + (\text{가}) &= 2 + (\text{나}) \\(x + (\text{다}))^2 &= (\text{마})\end{aligned}$$

- ① (가) : $\frac{9}{4}$ ② (나) : $\frac{9}{4}$ ③ (다) : $\frac{3}{2}$
④ (라) : 2   ⑤ (마) : 5

해설

$$\begin{aligned}x^2 + 3x + \frac{9}{4} &= 2 + \frac{9}{4} \\ \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 &= \frac{17}{4}\end{aligned}$$

따라서 (마)는 $\frac{17}{4}$ 이다.

15. $3x^2 - 6x + 1 = 0$ 의 해를 구하면 $x = \frac{A \pm \sqrt{B}}{3}$ 이다. 이때, $A + B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 9

해설

$$3x^2 - 6x + 1 = 0$$

$$3(x^2 - 2x) = -1$$

$$3(x-1)^2 = 2$$

$$(x-1)^2 = \frac{2}{3}$$

$$x-1 = \pm \sqrt{\frac{2}{3}}$$

$$\therefore x = \frac{3 \pm \sqrt{6}}{3}$$

$$A = 3, B = 6$$

$$\therefore A + B = 9$$

16. 이차방정식 $x^2 - 4x + a = 0$ 의 해를 완전제곱식을 이용하여 풀었을 때, 유리수 해를 가지는 a 의 값을 모두 구하여라. (단, $a \geq 0$)

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : 4

해설

$x^2 - 4x = -a$ 이고 완전제곱식이 되도록 양변에 4 를 더하면
 $x^2 - 4x + 4 = -a + 4, (x - 2)^2 = -a + 4, x - 2 = \pm \sqrt{4 - a}, x = 2 \pm \sqrt{4 - a}$
유리수 해를 가져야 하므로 $4 - a$ 가 4, 1, 0 이어야 한다.
따라서 $4 - a = 0$ 일 때, $a = 4$ 이고, $4 - a = 1$ 일 때, $a = 3$ 이다.
또한, $4 - a = 4$ 일 때, $a = 0$ 이다.

17. $2(x-1)^2+3=ax^2-4x+5$ 가 이차방정식일 때, a 의 값이 될 수 없는 것은?

- ① -2   ② -1   ③ 1   ④ 2   ⑤ 3

해설

$$2(x^2-2x+1)+3=ax^2-4x+5$$

$$2x^2-4x+2+3=ax^2-4x+5$$

$$(2-a)x^2=0$$

$$\therefore a \neq 2$$

19. 이차방정식 $x^2 - (a+2)x + 3a + 2 = 0$ 의 한 근이 $x = 2$ 일 때, 상수 a 의 값은?

- ① -2   ② -1   ③ 0   ④ 1   ⑤ 2

해설

이차방정식 $x^2 - (a+2)x + 3a + 2 = 0$ 에 $x = 2$ 를 대입하면,
 $2^2 - (a+2) \times 2 + 3a + 2 = 0$
 $4 - 2a - 4 + 3a + 2 = 0$
 $\therefore a = -2$

20. 이차방정식 $x^2 - x - 1 = 0$ 의 한 근이 α 일 때, $\frac{\alpha^2}{1+\alpha} - \frac{3\alpha}{1-\alpha^2}$ 의 값을 구하면?

- ① 6   ② 4   ③ 2   ④ 0   ⑤ -2

해설

이차방정식 $x^2 - x - 1 = 0$ 에 $x = \alpha$ 를 대입하면,
 $\alpha^2 - \alpha - 1 = 0 \Rightarrow 1 + \alpha = \alpha^2, 1 - \alpha^2 = -\alpha$

$$\therefore \frac{\alpha^2}{1+\alpha} - \frac{3\alpha}{1-\alpha^2} = \frac{\alpha^2}{\alpha^2} - \frac{3\alpha}{-\alpha} = 1 + 3 = 4$$

21. 두 이차방정식 $x^2 + 2x - p = 0$, $x^2 - qx - 12 = 0$ 의 공통인 근이 3일 때, $p - q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$x^2 + 2x - p = 0$ 과 $x^2 - qx - 12 = 0$ 에 $x = 3$ 을 대입하면
 $p = 15$, $q = -1$
 $\therefore p - q = 16$

22. 이차방정식 $x^2 + mx + 2m + 12 = 0$ 이 중근을 갖도록 m 의 값을 정하고, 이때의 중근을 구하여라. (단, $m > 0$)

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $m = 12$

▷ 정답: $x = -6$

해설

$x^2 + mx + 2m + 12 = 0$ 이 중근을 가지려면

$$\left(\frac{m}{2}\right)^2 = 2m + 12$$

$$m^2 - 8m - 48 = 0$$

$$(m - 12)(m + 4) = 0$$

$$m = 12 (\because m > 0)$$

$$x^2 + 12x + 2 \times 12 + 12 = 0$$

$$(x + 6)^2 = 0$$

$$\therefore x = -6(\text{중근})$$

23. 다음 중 해가 옳게 짝지어진 것은?

- ① $3x^2 + 6x + 1 = 0 \rightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{6}}{6}$
- ② $2(x+5)^2 = 7 \rightarrow x = -5 \pm \sqrt{7}$
- ③ $(x-7)^2 = -8 \rightarrow x = 7 \pm \sqrt{-8}$
- ④ $2x^2 - 6x + 1 = 0 \rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{7}}{2}$
- ⑤ $3(x+1)^2 = 5 \rightarrow x = -1 \pm \frac{\sqrt{5}}{3}$

해설

- ① $3(x+1)^2 = 2 \rightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{6}}{3}$
- ② $2(x+5)^2 = 7 \rightarrow x = \frac{-10 \pm \sqrt{14}}{2}$
- ③ 제곱을 해서 음수일 수 없다.
- ⑤ $3(x+1)^2 = 5 \rightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{15}}{3}$

24. 이차방정식 $(x+a)^2 = b$ 가 서로 다른 두 개의 근을 가질 조건은?

① $a < 0$

② $a \geq 0$

③ $b < 0$

④ $b > 0$

⑤ $ab > 0$

해설

$$x + a = \pm \sqrt{b}, x = -a \pm \sqrt{b}$$

근이 두 개이기 위해서는 근호 안의 수가 양수이어야 한다.

$$\therefore b > 0$$

25. 부등식 $2 \leq 2x - 2 < 5$ 를 만족시키는 두 자연수가 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 근일 때, $a^2 - b^2$ 의 값은?

① 61   ② 51   ③ 11   ④ -11   ⑤ -61

해설

부등식 $2 \leq 2x - 2 < 5$ 를 풀면 다음과 같다.

$$4 \leq 2x < 7$$

$$2 \leq x < \frac{7}{2}$$

$$\therefore x = 2, 3$$

이 두 자연수를 근으로 가지므로 이를 이차방정식에 대입하여 풀면

$$a = -5, b = 6$$

$$\therefore a^2 - b^2 = (-5)^2 - 6^2 = 25 - 36 = -11$$

26. α 가 $x^2 + 2x = 10$ 을 만족할 때, $\frac{\alpha^3 + 2\alpha^2 + 20}{\alpha + 2}$ 의 값은?

- ① 2   ② 4   ③ 6   ④ 8   ⑤ 10

해설

$$\begin{aligned}\alpha^3 + 2\alpha^2 &= \alpha(\alpha^2 + 2\alpha) = 10\alpha \\ \therefore \frac{10\alpha + 20}{\alpha + 2} &= \frac{10(\alpha + 2)}{\alpha + 2} = 10\end{aligned}$$

27. 다음 중 $(a-2)(b+1) = 0$ 을 만족하는 a, b 를 모두 고른 것은?

㉠ $a = 2, b = 1$	㉡ $a = 3, b = 1$
㉢ $a = 1, b = -1$	㉣ $a = 2, b = -1$

- ① ㉠   ② ㉡   ③ ㉣
④ ㉠, ㉣   ⑤ ㉠, ㉢, ㉣, ㉣

해설
 $a - 2 = 0$ 또는 $b + 1 = 0$
 $a = 2$ 또는 $b = -1$
따라서 ㉠, ㉢, ㉣이다.

28. 두 이차방정식 $2x^2 - ax + 2 = 0$, $x^2 - 3x + b = 0$ 의 공통인 해가 2일 때, ab 의 값을 구하면?

- ① -25   ② -10   ③ 1   ④ 10   ⑤ 25

해설

주어진 식에 x 대신 2를 대입하면

$$8 - 2a + 2 = 0, \quad a = 5$$

$$4 - 6 + b = 0, \quad b = 2$$

$$\therefore ab = 10$$

29. 이차방정식 $(x-1)(x-b) = -1$ 이 0이 아닌 중근 a 를 가진다. 이때, b 의 값은? (단, a, b 는 정수)

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$(x-1)(x-b) = -1$ 이 중근 a 를 가지므로

x 에 a 를 대입하면

$(a-1)(a-b) = -1$

i) $a-1 = -1, a-b = 1$ 인 경우

$a = 0, b = -1, a \neq 0$ 이므로 부적합

ii) $a-1 = 1, a-b = -1$ 인 경우

$a = 2, b = 3$

$\therefore b = 3$

30. 이차방정식 $x^2 - 2ax + b = 0$ 의 근이 $x = 1 \pm 2\sqrt{5}$ 일 때, 상수 a, b 의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = -18$

해설

$x^2 - 2ax + b = 0$ 에서
 $x^2 - 2ax = -b, x^2 - 2ax + a^2 = -b + a^2$
 $(x - a)^2 = -b + a^2, (x - a) = \pm \sqrt{-b + a^2}$
 $\therefore x = a \pm \sqrt{-b + a^2} = 1 \pm 2\sqrt{5}$
따라서 $a = 1, a$ 값을 대입하면
 $\sqrt{1 - b} = \sqrt{20}$
 $\therefore b = -19$
따라서 $a + b = -18$ 이다.