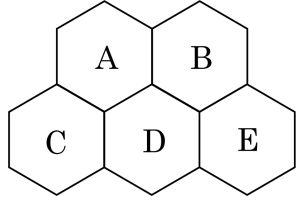


1. 다음 그림의 A, B, C, D, E 에 다섯 가지의 색을 칠하여 그 경계를 구분하는 방법의 수는? (단, 같은 색을 여러 번 사용할 수 있다.)



- ① 530 ② 540 ③ 550 ④ 560 ⑤ 570

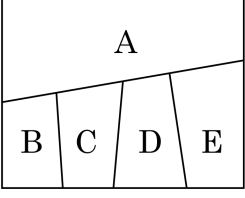
해설

주어진 그림에서 D 는 A, B, C, E 와 모두 접하므로 D 에 칠한 색은 다른 곳에 칠하면 안 된다.

따라서 $D \rightarrow C \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow E$ 의 순서로 색을 칠한다고 하면 D 는 5 가지, C 는 4 가지, A 는 3 가지, B 는 3 가지, E 는 3 가지의 색을 칠할 수 있으므로 구하는 방법의 수는

$$5 \times 4 \times 3 \times 3 \times 3 = 540 \text{ (가지)}$$

2. 그림과 같이 구분된 A, B, C, D, E의 5부분에 서로 다른 6가지 색으로 칠하려고 한다. 같은 색을 여러 번 써도 좋으나 인접한 부분은 서로 다른 색으로 칠하려고 할 때, 칠하는 방법의 수는?

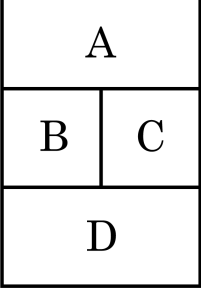


- ① 1440 ② 1920 ③ 2320 ④ 2560 ⑤ 3690

해설

A부분에 칠하는 방법은 6가지,
이 때 B에 칠하는 방법은 A에 칠한 색을 제외한
5가지이고 C에는 A, B에 칠한 색을
제외한 4가지, D에는 A, C에 칠한 색을
제외한 4가지, E에는 A, D에 칠한 색을
제외한 4가지이므로
 $6 \times 5 \times 4 \times 4 \times 4 = 1920$ (가지)

3. 원재가 가입한 동아리는 이 동아리를 상징하는 깃발을 검정, 초록, 빨강의 세 가지 색을 모두 사용하여 다음 그림과 같은 네 영역으로 구분하여 칠하려고 한다. 서로 다르게 칠하는 방법의 수를 구하여라.



▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 6 가지

해설

A, B, C, D 의 순서대로 색을 칠한다고 할 때, A 의 영역을 칠하는 방법의 수는 검정, 초록, 빨강의 3가지이다. 이런 각 경우에 대하여 B 의 영역을 칠하는 방법은 3가지 색 중에서 A 의 영역을 칠한 색을 제외한 2가지이고, C 의 영역을 칠하는 방법의 수는 A, B 의 두 영역을 칠한 색을 제외한 1가지이다.
마지막으로 D 의 영역을 칠하는 방법의 수는 B, C 의 두 영역을 칠한 색을 제외한 1가지 방법이다. 따라서 구하는 방법의 수는 $3 \times 2 \times 1 \times 1 = 6$ (가지)

4. 한 개의 주사위를 두 번 던져서 첫 번째 나온 눈의 수를 a , 두 번째 나온 눈의 수를 b 라 하자. $f(x) = (a-4)x+6$, $g(x) = (3-b)x+2$ 라 할 때 합성함수 $y = (f \circ g)(x)$ 의 그래프가 x 축과 만나지 않는 경우의 수는?

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

해설

$y = f(g(x)) = (a-4)\{(3-b)x+2\}+6$
 $= (a-4)(3-b)x + (2a-2)$
함수의 그래프가 x 축과 만나지 않기 위해서는 $2a-2 \neq 0$ 이고 $(a-4)(3-b) = 0$ 이다.
 $\therefore (a,b)$ 는 $(4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6), (2,3), (3,3), (5,3), (6,3)$ 의 10 가지

5. ‘3•6•9 게임’은 참가자들이 돌아가며 자연수를 1부터 차례로 말하고 3, 6, 9가 들어가는 수는 말하지 않는 게임이다. 예를 들면 3, 13, 60, 396, 462, 900 등은 말하지 않아야 한다. ‘3•6•9 게임’을 할 때, 1부터 999까지의 자연수 중 말하지 않아야 하는 수의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답 : 657 개

해설

말하여야 하는 수는 3, 6, 9 를 제외한 7 가지 수로 이루어져 있고, 그 중 0 은 제외되므로 그 개수는 $7 \times 7 \times 7 - 1 = 342$
따라서 말하지 않아야 하는 수의 개수는
 $999 - 342 = 657$

6. 집합 {2, 4, 6, 8, 10, 12} 에서 선택한 세 개의 원소 a_1, a_2, a_3 이 $2a_2 = a_1 + a_3$ 을 만족시키는 경우의 수는? (단, $a_1 < a_2 < a_3$ 이다.)

- ① 5
- ② 6
- ③ 7
- ④ 8
- ⑤ 9

해설

$a_1 < a_2 < a_3$ 이고 $2a_2 = a_1 + a_3$ 을 만족하는 순서쌍은
(2, 4, 6), (2, 6, 10), (4, 6, 8), (4, 8, 12), (6, 8, 10) (8, 10, 12) 의 6 가
지

7. 2002년 월드컵은 32개팀이 참가하여 4개팀 8조로 나누어 리그전을 치른 후 16강을 결정했다. 16강은 토너먼트 방식으로 우승팀을 가렸고, 별도로 3, 4위전이 있었다. 2002년 월드컵에서 치른 총 게임 수를 구하여라.

① 44 ② 58 ③ 64 ④ 72 ⑤ 76

해설

각 조별 리그전 : ${}_4C_2 = 6$
16강 토너먼트 : $16 - 1 = 15$
3, 4위전 : 1
 $\therefore {}_4C_2 \times 8 + (16 - 1) + 1 = 64$

8. 세 자리의 정수 100, 101, 102, $\dots$, 999 중에서 세 숫자가 증가 또는 감소하는 순으로 이루어진 수의 개수는? (예를 들면 158, 953 과 같은 수를 말한다.)

① 120 ② 168 ③ 204 ④ 216 ⑤ 240

해설

0 을 포함하여 3 개를 뽑으면 감소하는 세 숫자이고, 0 을 제외하고 3 개를 뽑으면 증가하는 세 숫자이다. ($\therefore$ 100 의 자리에 0 이 올 수 없으므로)

$$\therefore {}_{10}C_3 + {}_9C_3 = 120 + 84 = 204$$

9. 경찰관 7 명과 소방관 5 명 중에서 3 명을 뽑을 때, 3 명의 직업이 같은 경우는 몇 가지인가?

① 45 ② 50 ③ 55 ④ 60 ⑤ 65

해설

경찰관만 뽑힐 경우와 소방관만 뽑힐 경우를 더한다.

$$\therefore {}_7C_3 + {}_5C_3 = 45$$

10. 집합 $X = \{1, 2, 3\}, Y = \{1, 2, 3, 4\}$ 가 있을 때, $f : X \rightarrow Y$ 중에서 $f(1) \neq 1$ 인 것은 모두 몇 가지인가?

① 24 ② 30 ③ 36 ④ 48 ⑤ 60

해설

$f(1) \neq 1$ 이므로 $f(1)$ 은 2, 3, 4 중 하나의 값을 갖는다. $f(2), f(3)$ 은 1, 2, 3, 4 중 중복을 허락하여 하나의 값을 갖는다.
 $\therefore 3 \cdot 4 \cdot 4 = 48$

11. $X = \{2, 4, 6\}$ 에서 $Y = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$ 로 대응되는 함수 중 $x_1 > x_2$ 이면 $f(x_1) > f(x_2)$ 인 함수의 개수는?

① 6개 ② 10개 ③ 12개 ④ 15개 ⑤ 20개

해설

Y 의 원소 6개 중 X 의 원소 2, 4, 6에
대응될 원소 3개를 뽑으면 된다.
 $\therefore {}_6C_3 = 20$

12. 집합 $X = \{a, b, c, d\}$ 에 대하여 X 에서 X 로의 일대일 대응의 개수는?

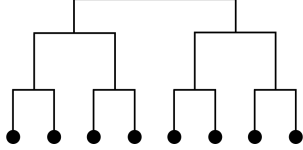
- ① 16 개 ② 24 개 ③ 30 개 ④ 42 개 ⑤ 54 개

해설

집합 X 의 원소를 나열하는 방법의 수와 같다.

$${}_4P_4 = 24(\text{개})$$

13. 세계 피파 랭킹 1위에서 8위까지의 총 8개 나라가 참가한 축구 경기에서 그림과 같은 토너먼트로 대진표를 만든다고 한다. 두 나라가 경기를 하면 랭킹이 높은 나라가 반드시 이긴다고 할 때, 랭킹 4위인 나라가 결승전에 나갈 수 있도록 대진표를 만드는 방법의 수는?

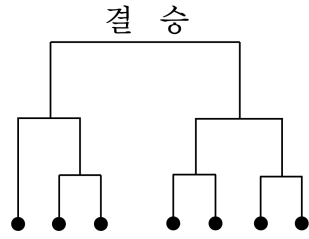


- ① 24 ② 28 ③ 32 ④ 36 ⑤ 42

해설

4 명씩 두 조로 나누어 생각해 보면 결승전에
나가려면 1 ~ 3 위 팀과는 같은 조에 들어가면
안된다. 두 조는 구별이 되지 않으므로 5 ~ 8 위
팀중 한 팀을 골라 1 ~ 3 위 팀 조에 넣으면 두
조가 완성이 된다. $\Rightarrow {}_4C_1 = 4$
이제 각 조 내에서 배열하는 방법 수는
 $\Rightarrow {}_4C_2 \times {}_2C_2 \times \frac{1}{2!} = 3 \therefore 4 \times 3 \times 3 = 36$

14. 7 개의 팀이 아래 그림과 같이 한 개 팀에게 부전승을 허용하여 토너먼트 방식으로 경기를 하려고 한다. 시합을 하는 방법의 수는?



- ① 315 ② 378 ③ 396 ④ 412 ⑤ 446

해설

7 개의 팀을 4 팀, 3 팀으로 나누는 경우의 수는

$${}^7C_4 \times {}^3C_3 = 35 \text{ (가지)}$$

아래 왼쪽 조를 완성하는 방법의 수는

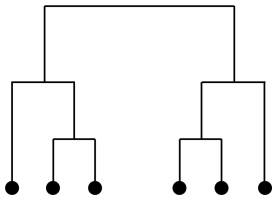
$${}^3C_2 \times {}^1C_1 = 3 \text{ (가지)}$$

아래 오른쪽 조를 완성하는 방법의 수는

$${}^4C_2 \times {}^2C_2 \times \frac{1}{2!} = 3 \text{ (가지)}$$

따라서 구하는 방법의 수는 $35 \times 3 \times 3 = 315$ (가지)

15. 씨름 대회에 참가한 6명이 그림과 같은 토너먼트방식으로 시합을 가질 때, 대진표를 작성하는 방법은 몇 가지인가?



- ① 45 ② 60 ③ 75 ④ 90 ⑤ 105

해설

우선 3 팀씩 두 조로 나눈다.
 $\Rightarrow {}_6C_3 \times {}_3C_3 \times \frac{1}{2!} = 10$
그리고 뽑은 세팀중에서 부전승 한팀만 뽑으면
한쪽의 대진표는 자연히 만들어 진다.
 $\therefore 10 \times {}_3C_1 \times {}_3C_1 = 90$

16. 1, 2, 3, 4, 5를 일렬로 배열할 때, i 번째 숫자를 a_i 라고 하자. 이러한 배열 중 $a_i \neq i$ 를 만족하는 것의 개수를 구하시오. (단, $1 \leq i \leq 5$)

▶ 답: 개

▶ 정답 : 44개

해설

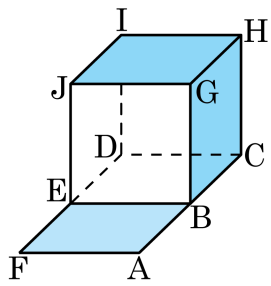
a_1 의 가능한 경우는 2, 3, 4, 5 의 4가지이다.

$a_1 = 2$ 인 경우 다음 수형도로부터 11 개이다.

a_1	2									
a_2	1	3				4		5		
a_3	4	5	1	4	5	1	5	4	1	
a_4	5	3	5	5	1	5	1	3	1	3
a_5	3	4	4	1	4	3	3	1	3	4

$a_1 = 3, 4, 5$ 인 경우도 마찬가지로 각각 11 개가 있으므로 구하는 경우의 수는 $4 \times 11 = 44$ (개) 임을 알 수 있다.

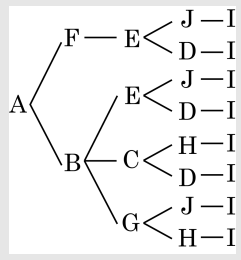
17. 다음그림은 정육면체의 뚜껑이 열려 있는 상태를 나타낸 것이다. A에서 I까지 최단 거리로 모서리를 따라가는 방법의 수는?



- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

해설

A에서 I까지 최단 거리로 수행도를 그려보면



위의 수행도에서 구하는 방법의 수는 8가지이다.

18. 수험생 6 명의 수험표를 섞어서 임의로 1장씩 나누어 줄 때 6명 중 어느 2명이 자기 수험표를 받을 경우의 수를 구하면?
- ① 60가지 ② 85가지 ③ 120가지
- ④ 135가지 ⑤ 145가지

해설

A, B, C, D, E, F 의 6 명과 수험표를 a, b, c, d, e, f 라 하고 수형도를 그린다.

A	B	C	D	E	F
a—b	d	c—f—e			
		e—f—c			
		f—c—e			
	e	c—f—d			
		f—c—d			
		d—c—e			
	f	c—d—e			
		e—c—d			
		d—c			

∴ (A, B) 두 명만이 자기 수험표를 받는 경우의 수가 9 가지이고,
또 2 명이 자기 수험표를 받는 경우의 수는 $6 \times 5 \div 2 = 15$ 가지이다.

∴ 모든 경우의 수는 $9 \times 15 = 135$ (가지)

19. 남학생 6명과 여학생 7명 중에서 남학생 3명, 여학생 4명을 뽑아 청소를 시킬 때, 키가 가장 큰 남학생 1명은 청소를 하고, 키가 가장 작은 여학생 1명은 청소를 하지 않는 방법의 수는?(단, 학생들의 키는 모두 다르다.)

① 100 ② 150 ③ 200 ④ 250 ⑤ 300

해설

남학생 5명 중 2명을 뽑고, 여학생 6명 중 4명을 뽑는 경우의 수와 같다.

$$\therefore {}_5C_2 \times {}_6C_4 = 150$$

20. 집합 S_1, S_2, S_3 은 다음과 같다.

$$S_1 = \{1, 2\}$$

$$S_2 = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$S_3 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

집합 S_1 에서 한 개의 원소를 선택하여 백의 자리의 수, 집합 S_2 에서 한 개의 원소를 선택하여 십의 자리의 수, 집합 S_3 에서 한 개의 원소를 선택하여 일의 자리의 수로 하는 세 자리의 수를 만들 때, 각 자리의 수가 모두 다른 세 자리의 개수는?

- ① 8 ② 12 ③ 16 ④ 20 ⑤ 24

해설

각 자리의 수가 모두 다른 세 자리의 수를 만들려면 백의 자리에는 집합 S_1 의 원소 2 개 중 하나를 선택하고 십의 자리에는 집합 S_2 의 원소 중 백의 자리에서 사용한 수를 제외한 3개의 수 중 하나를 선택한다.

마찬가지로 일의 자리에는 집합 S_3 의 원소 중 백의 자리와 십의 자리에서 사용한 수를 제외한 4 개의 수 중 하나를 선택한다.

따라서, 구하는 세 자리의 수의 개수는

$${}_2C_1 \times {}_3C_1 \times {}_4C_1 = 24$$

21. 크기가 서로 다른 오렌지 10 개 중에서 3 개를 선택할 때, 크기가 가장 큰 오렌지 1 개가 반드시 포함되는 경우의 수는?

① 36 ② 40 ③ 44 ④ 48 ⑤ 52

해설

오렌지 9개 중 2 개를 뽑는 경우의 수와 같다.

$$\therefore {}_9C_2 = 36$$

22. 5 명의 학생을 2 명과 3 명의 두 그룹으로 나누는 방법의 수는?

- ① 5 ② 10 ③ 15 ④ 20 ⑤ 25

해설

$${}_5C_2 \times {}_3C_3 = 10$$

23. 15 명의 학생을 4 명, 5 명, 6 명의 3 조로 나누는 모든 방법의 수를 구하여라.

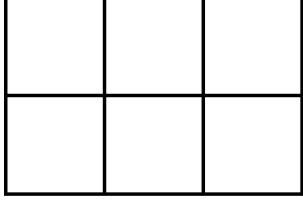
▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 630630 가지

해설

$${}_{15}C_4 \times {}_{11}C_5 \times {}_6C_6 = 630630$$

24. 다음 그림과 같은 6 개의 빈칸에 $2, 2^2, 2^3, 2^4, 2^5, 2^6$ 의 6 개의 수를 하나씩 써넣으려고 한다. 1 열, 2 열, 3 열의 숫자들의 합을 각각 a_1, a_2, a_3 라 할 때, $a_1 < a_2 < a_3$ 이 되도록 빈 칸을 채우는 경우의 수는?



- ① 90 ② 120 ③ 150 ④ 180 ⑤ 210

해설

$2, 2^2, 2^3, 2^4, 2^5, 2^6$ 중 어느 두 수의 합도 서로 다르다.
따라서, 구하는 경우의 수는 6 개에서 2 개, 2 개, 2 개의 3 개 조를 만든 다음 2 개의 수의 자리를 바꾸게 되므로

$${}_6C_2 \times {}_4C_2 \times {}_2C_2 \times \frac{1}{3!} \times 2^3 = 120$$