1. 다음 중 그 값이 나머지 넷과 다른 하나는?

① $(\sqrt{3})^2$ ② $\sqrt{9}$ ③ $\sqrt{\frac{1}{3}(3)^3}$

④ $\sqrt{3\sqrt{3^4}}$ ⑤ $\sqrt{(-3)^2}$

해설

①, ②, ③, ⑤ : 3

④ : $3\sqrt{3}$

2. 1부터 9까지의 숫자가 적힌 카드가 한 장씩 있다. 이 카드 중에서 임의로 3장을 뽑을 때, $\sqrt{126abc}$ 가 자연수가 되는 경우는 모두 몇 가지인가?

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$\sqrt{126abc} = \sqrt{2 \times 3^2 \times 7 \times abc}$

$abc = 14$ 또는 $abc = 56$ 또는 $abc = 126$

$abc = 224$ 또는 $abc = 504$

$abc = 14$ 일 때, $(1, 2, 7)$

$abc = 56$ 일 때, $(1,\ 7,\ 8)$, $(2,\ 4,\ 7)$

$abc = 126$ 일 때, $(2,\ 7,\ 9)$, $(3,\ 6,\ 7)$

$abc = 224$ 일 때, $(4,\ 7,\ 8)$

$abc = 504$ 일 때, $(7,\ 8,\ 9)$

3. $f(a)=\dfrac{a^2-1}{a^2}$ 일 때, $f(10)\times f(11)\times f(12)\times\cdots\times f(99)$ 의 값은?

① $\dfrac{1}{9}$ ② $\dfrac{9}{10}$ ③ $\dfrac{10}{11}$ ④ $\dfrac{10}{99}$ ⑤ $\dfrac{20}{99}$

해설

$f(a)=\dfrac{a^2-1}{a^2}=\dfrac{a-1}{a}\cdot\dfrac{a+1}{a}$ 이므로

$f(10)\times f(11)\times f(12)\times\cdots\times f(99)$

$=\dfrac{9}{10}\cdot\dfrac{11}{10}\times\dfrac{10}{11}\cdot\dfrac{12}{11}\times\dfrac{11}{12}\cdot\dfrac{13}{12}\times\cdots\times\dfrac{98}{99}\cdot\dfrac{100}{99}$

$=\dfrac{9}{10}\times\dfrac{100}{99}$

$=\dfrac{10}{11}$

4. $a = \dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$, $b = \dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$ 일 때,
$\sqrt{a^2 - ab + b^2 + 3}$ 의 값은?

① $5\sqrt{3}$ ② 10 ③ $10\sqrt{3}$ ④ $10\sqrt{6}$ ⑤ 15

해설

$a = \dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} = 5 + 2\sqrt{6}$,

$b = \dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} = 5 - 2\sqrt{6}$

$\therefore a - b = 4\sqrt{6},\ ab = 1$

$$\begin{aligned}\therefore \sqrt{a^2 - ab + b^2 + 3} &= \sqrt{(a-b)^2 + ab + 3} \\ &= \sqrt{96 + 1 + 3} = \sqrt{100} \\ &= 10\end{aligned}$$

5. 이차방정식 $x-\frac{5}{x}=7$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $(\alpha^2-7\alpha+7)(\beta^2-7\beta+3)$ 의 값을 구하면?

① 21 ② 35 ③ 60 ④ 96 ⑤ 140

해설

$x-\frac{5}{x}=7$ 에서 양변에 x 를 곱하면 $x^2-7x-5=0$

이 식에 $x=\alpha$,β 를 각각 대입하면

$\alpha^2-7\alpha-5=0$ 에서 $\alpha^2-7\alpha=5$

$\beta^2-7\beta-5=0$ 에서 $\beta^2-7\beta=5$

$\therefore\ (\alpha^2-7\alpha+7)(\beta^2-7\beta+3)=(5+7)(5+3)=96$

6. x^2의 계수가 1인 이차방정식을 A, B두 사람이 푸는데, A는 일차항의 계수를 잘못 보고 -3또는 8을 해로 얻었고, B는 상수항을 잘못 보고 3또는 -5를 해로 얻었다. 이 때, 원래 주어진 이차방정식의 올바른 해는?

① $x=-2$ 또는 $x=5$
② $x=-3$ 또는 $x=-5$
③ $x=-4$ 또는 $x=6$
④ $x=4$ 또는 $x=-6$
⑤ $x=3$ 또는 $x=-8$

해설

구하는 이차방정식을 $x^2+bx+c=0$이라 하자.
A는 일차항의 계수를 잘못 봤으므로
$c=(-3)\times 8=-24$
B는 상수항을 잘못 보았으므로
$-b=3+(-5)=-2,\ b=2$
따라서 처음 식은 $x^2+2x-24=0,\ (x-4)(x+6)=0$
$\therefore\ x=4$또는 $x=-6$

7. 이차함수 $y = x^2 - 2(m+1)x + 4m$ 의 최솟값을 a 이라 할 때, a 의 최댓값은?

① 1　　② -1　　③ 2　　④ -2　　⑤ 0

해설

$$\begin{aligned} y &= x^2 - 2(m+1)x + 4m \\ &= \left\{x^2 - 2(m+1)x + (m+1)^2 - (m+1)^2\right\} + 4m \\ &= \left\{x - (m+1)\right\}^2 - (m+1)^2 + 4m \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{최솟값 } M &= -(m+1)^2 + 4m \\ &= -m^2 + 2m - 1 \\ &= -(m^2 - 2m + 1) \\ &= -(m-1)^2 \end{aligned}$$

따라서 a 의 최댓값은 0 이다.

8. 세 수 x, y, z 의 평균과 분산이 각각 4, 2 일 때, $3x$, $3y$, $3z$ 의 분산은?

① 14 ② 16 ③ 18 ④ 20 ⑤ 22

해설

세 수 x, y, z 의 평균이 4 이므로

$$\frac{x+y+z}{3}=4$$

$\therefore\ x+y+z=12\ \cdots\cdots$ ㉠

또한, x, y, z 의 분산이 2 이므로

$$\frac{(x-4)^2+(y-4)^2+(z-4)^2}{3}=2$$

$(x-4)^2+(y-4)^2+(z-4)^2=6$

$x^2-8x+16+y^2-8y+16+z^2-8z+16=6$

$x^2+y^2+z^2-8(x+y+z)+48=6$

위의 식에 ㉠을 대입하면

$x^2+y^2+z^2-8\times12+48=6$

$\therefore x^2+y^2+z^2=54$

한편, $3x$, $3y$, $3z$ 의 평균은

$$\frac{3x+3y+3z}{3}=\frac{3(x+y+z)}{3}=\frac{3\times12}{3}=12$$

따라서 분산은

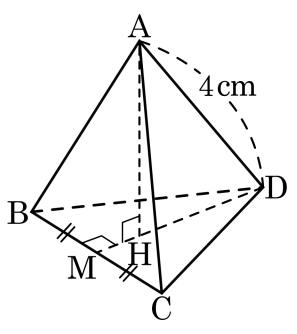
$$\frac{(3x-12)^2+(3y-12)^2+(3z-12)^2}{3}$$

$$=\frac{9x^2+9y^2+9z^2-72(x+y+z)+144\times3}{3}$$

$$=\frac{9\times54-72\times12+432}{3}=\frac{54}{3}$$

$=18$

9. 다음 그림과 같이 한 모서리의 길이가 4cm 인 정사면체의 꼭짓점 A 에서 밑면에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, $\overline{DM}$ 의 길이, $\overline{DH}$ 의 길이, $\overline{AH}$ 의 길이를 차례로 나열한 것은?



① $\sqrt{3}$cm , $\frac{2\sqrt{3}}{3}$cm , $\frac{4\sqrt{6}}{3}$cm .
② $\sqrt{3}$cm , $\frac{4\sqrt{3}}{3}$cm , $\frac{4\sqrt{6}}{3}$cm .
③ $2\sqrt{3}$cm , $\frac{2\sqrt{3}}{3}$cm , $\frac{4\sqrt{6}}{3}$cm .
④ $2\sqrt{3}$cm , $\frac{4\sqrt{3}}{3}$cm , $\frac{4\sqrt{6}}{3}$cm .
⑤ $2\sqrt{3}$cm , $\frac{5\sqrt{3}}{3}$cm , $\frac{4\sqrt{6}}{3}$cm .

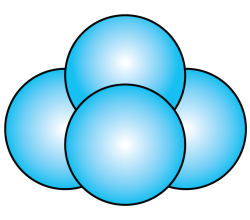
해설

$(\overline{CD})^2 = (\overline{MC})^2 + (\overline{DM})^2$, $(\overline{DM})^2 = 16 - 4 = 12$, $\overline{DM} = 2\sqrt{3}(\text{cm})$

$\overline{DH} = 2\sqrt{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4\sqrt{3}}{3}(\text{cm})$

$(\overline{AH})^2 = (\overline{AD})^2 - (\overline{DH})^2 = 16 - \frac{48}{9} = \frac{96}{9} = \frac{32}{3}$, $\overline{AH} = \frac{4\sqrt{6}}{3}$cm .

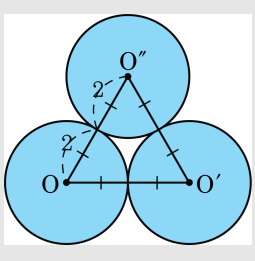
10. 다음 그림과 같이 한 개의 평면 위에 반지름이 2 인 세 개의 구를 2 개씩 외접하도록 놓고 그 위에 반지름이 같은 구를 한 개 더 놓는다. 이 때, 4 개의 구의 중심을 꼭짓점으로 하는 입체의 부피는?



① $\frac{4\sqrt{2}}{3}$ ② $\frac{64\sqrt{2}}{3}$ ③ $\frac{32\sqrt{3}}{3}$
④ $\frac{16\sqrt{3}}{3}$ ⑤ $\frac{16\sqrt{2}}{3}$

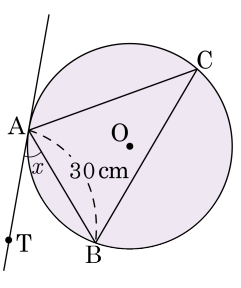
해설

반지름이 2 인 세 개의 구의 중심을 이은 도형은 길이가 4 인 정삼각형이므로 4 개의 구의 중심을 꼭짓점으로 하는 입체는 정사면체이다.



따라서 정사면체의 부피는 $\frac{\sqrt{2}}{12} \times 4^3 = \frac{16\sqrt{2}}{3}$ 이다.

11. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 원 O 에 내접하고 $\overleftrightarrow{AT}$ 는 원 O 의 접선이다. $\angle BAT = x$ 라 하고 $\cos x = \frac{4}{5}$, $\overline{AB} = 30\text{cm}$ 일 때, 원 O 의 지름의 길이는?



① 25 cm ② 50 cm ③ 60 cm
④ 67 cm ⑤ 70 cm

해설

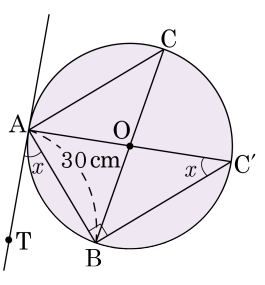
반지름의 길이를 r 이라 하면, $\triangle ABC'$ 은 직각삼각형이므로

$\cos x = \frac{\overline{BC'}}{2r} = \frac{4}{5}$ $\quad \therefore \overline{BC'} = \frac{8}{5}r$

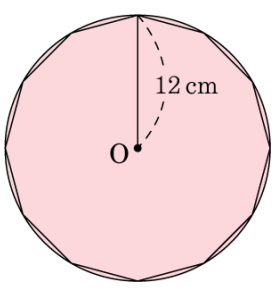
직각삼각형 ABC' 에서 $30^2 + \left(\frac{8}{5}r\right)^2 = (2r)^2$, $\frac{36}{25}r^2 = 900$, $r^2 = 625$, $r = 25$

$\therefore r = 25\ (\text{cm})$

따라서 원의 지름은 50 cm 이다.



12. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 12 cm 인 원 O 에 내접하는 정십이각형의 넓이를 구하여라.

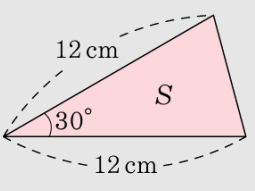


① $400\,\text{cm}^2$　② $412\,\text{cm}^2$　③ $422\,\text{cm}^2$　④ $432\,\text{cm}^2$　⑤ $448\,\text{cm}^2$

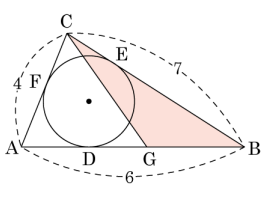
해설

정십이각형은 합동인 삼각형 12 개로 이루어져 있으므로 $S = \frac{1}{2} \times 12 \times 12 \times \sin 30° = 72 \times \frac{1}{2} = 36\ (\text{cm}^2)$

따라서 정십이각형의 넓이는 $36 \times 12 = 432\ (\text{cm}^2)$ 이다.



13. 다음 그림에서 원 O 는 $\triangle ABC$ 의 내접원이고 점 D, E, F 는 접점이다. $\overline{AB} = 6$, $\overline{BC} = 7$, $\overline{AC} = 4$ 이고 $\overline{DG} : \overline{GB} = 2 : 3$ 일 때, $\triangle GBC$ 의 넓이는?



① $\frac{9\sqrt{255}}{40}$　② $\frac{9\sqrt{255}}{80}$　③ $\frac{27\sqrt{255}}{40}$
④ $\frac{27\sqrt{255}}{80}$　⑤ $\frac{27\sqrt{5}}{8}$

해설

$\overline{AD} = a$ 라 하면 $\overline{AD} = \overline{AF} = a$, $\overline{BD} = \overline{BE} = 6-a$, $\overline{CE} = \overline{CF} = 4-a$

$\overline{BC} = (6-a) + (4-a) = 7$ 이므로

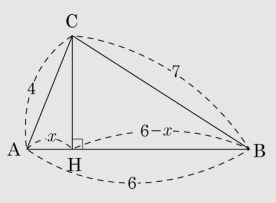
$a = \overline{AD} = \frac{3}{2}$, $\overline{BD} = 6 - \frac{3}{2} = \frac{9}{2}$

$\overline{AD} : \overline{BD} = \frac{3}{2} : \frac{9}{2} = 1 : 3$ 이므로 $\triangle DBC = \frac{3}{4}\triangle ABC$ 이고

$\overline{DG} : \overline{GB} = 2 : 3$ 이므로 $\triangle GBC = \frac{3}{5}\triangle DBC$

$\therefore \triangle GBC = \frac{3}{5} \times \frac{3}{4} \times \triangle ABC = \frac{9}{20}\triangle ABC$

다음 그림에서 $\overline{AH} = x$ 라 하면 $\overline{BH} = 6 - x$



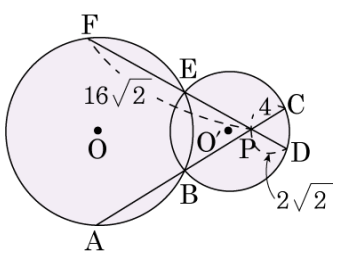
$\overline{CH^2} = 4^2 - x^2 = 7^2 - (6-x)^2 \therefore\ x = \frac{1}{4}$

$\triangle AHC$ 에서 $\overline{CH} = \sqrt{4^2 - (\frac{1}{4})^2} = \sqrt{16 - \frac{1}{16}} = \sqrt{\frac{255}{16}} = \frac{\sqrt{255}}{4}$

$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 6 \times \frac{\sqrt{255}}{4} = \frac{3}{4}\sqrt{255}$

$\therefore \triangle GBC = \frac{9}{20}\triangle ABC = \frac{9}{20} \times \frac{3}{4}\sqrt{255} = \frac{27}{80}\sqrt{255}$

14. 다음 그림과 같이 두 원의 교점 B, E를 지나는 두 직선이 점 P에서 만나고, $\overline{CP} = 4$, $\overline{DP} = 2\sqrt{2}$, $\overline{PF} = 16\sqrt{2}$일 때, $\overline{PA}$의 길이를 구하여라.



① 18　② 22　③ 28　④ 30　⑤ 32

해설

원 O에서 $\overline{PB} \times \overline{PA} = \overline{PE} \times \overline{PF}$, $\dfrac{\overline{PE}}{\overline{PB}} = \dfrac{\overline{PA}}{\overline{PF}}$

원 O′에서 $\overline{PB} \times \overline{PC} = \overline{PE} \times \overline{PD}$, $\dfrac{\overline{PE}}{\overline{PB}} = \dfrac{\overline{PC}}{\overline{PD}}$

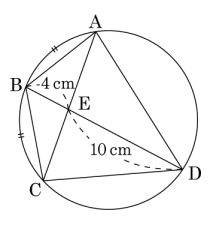
$\therefore \dfrac{\overline{PA}}{\overline{PF}} = \dfrac{\overline{PC}}{\overline{PD}}$

$\therefore \overline{PA} \times \overline{PD} = \overline{PC} \times \overline{PF}$

$\overline{PA} \times 2\sqrt{2} = 4 \times 16\sqrt{2}$

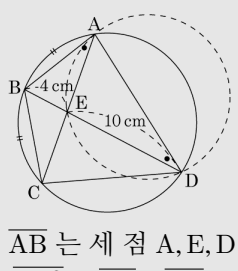
$\therefore \overline{PA} = 32$

15. 다음 그림에서 5.0pt$\overset{\frown}{AB}$ = 5.0pt$\overset{\frown}{BC}$ 이고, $\overline{BE}$ = 4cm, $\overline{DE}$ = 10cm 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이는?



① $\sqrt{14}$cm ② $2\sqrt{14}$cm ③ $3\sqrt{14}$cm
④ $4\sqrt{14}$cm ⑤ $5\sqrt{14}$cm

해설



$\overline{AB}$ 는 세 점 A, E, D 를 지나는 원의 접선이므로
$\overline{AB}^2 = \overline{BE} \times \overline{BD} = 4 \times (4 + 10) = 56$
$\therefore \overline{AB} = 2\sqrt{14}$(cm)