1. 실수 $a,\ b$ 에 대하여 $a < 0,\ ab < 0$ 일 때, $\sqrt{(2a-b)^2} + \sqrt{a^2} - \sqrt{(b-a)^2}$ 을 간단히 하면?

① $-4a+2b$　② $-2a-2b$　③ $-2a+2b$

④ $-2a$　⑤ $4a-2b$

해설

$a < 0,\ b > 0$ 이므로 $2a-b < 0,\ b-a > 0$

$\sqrt{(2a-b)^2} + \sqrt{a^2} - \sqrt{(b-a)^2}$

$= |2a-b| + |a| - |b-a|$

$= -2a+b-a-b+a = -2a$

2. 다음 중 옳은 것은?

① 유리수의 제곱근은 항상 무리수이다.

② 네 변의 길이가 무리수인 직사각형의 넓이는 항상 무리수이다.

③ 서로 다른 두 유리수의 곱은 항상 유리수이다.

④ 순환하지 않는 무한소수도 유리수일 수 있다.

⑤ 모든 유리수의 제곱근은 2 개이다.

해설

① 유리수 9 의 제곱근은 ± 3 으로 유리수이므로 옳지 않다.
② 가로, 세로의 길이가 각각 $\sqrt{3}$, $\sqrt{12}$ 인 무리수인 직사각형의 넓이는 $\sqrt{36} = 6$ 이 되어 유리수이므로 옳지 않다.
④ 순환하지 않는 무한소수는 모두 무리수이다.
⑤ 0 의 제곱근은 1 개, -1 의 제곱근은 0 개이므로 옳지 않다.
따라서 옳은 것을 고르면 ③ 이다.

3. 서로 다른 세 개의 x 값에 대하여 $\frac{ax^2+2x+b}{5x^2-cx+3}=4$ 이라 한다. 이 때, abc 의 값은?

① 100 ② 120 ③ 240 ④ -120 ⑤ -100

해설

$\frac{ax^2+2x+b}{5x^2-cx+3}=4$ 를 정리하면,

$(a-20)x^2+(2+4c)x+b-12=0$

이 식이 서로 다른 세 개의 x 값에 대하여 성립하므로 x 에 대한 항등식이다.

따라서 $a-20=0,\ 2+4c=0,\ b-12=0$

$\therefore\ a=20,\ b=12,\ c=-\frac{1}{2}$

$abc=20\times12\times\left(-\frac{1}{2}\right)=-120$

4. 이차방정식 $x^2-2x-1=0$ 의 한 근이 m 일 때, $\frac{m^2}{1+2m}-\frac{6m}{1-m^2}$ 의 값을 구하면?

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

해설

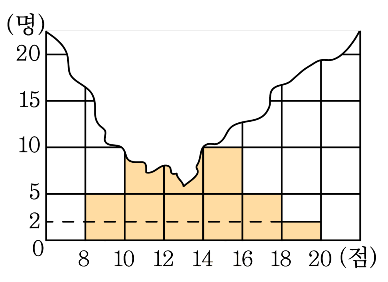
이차방정식 $x^2-2x-1=0$ 에 $x=m$ 을 대입하면,

$m^2-2m-1=0$

$1+2m=m^2$, $1-m^2=-2m$

$\therefore \frac{m^2}{1+2m}-\frac{6m}{1-m^2}=\frac{m^2}{m^2}-\frac{6m}{-2m}=1+3=4$

5. 다음 히스토그램은 어느 반 학생 40 명의 미술 실기 점수를 나타낸 것인데, 일부가 찢어져 보이지 않는다. 미술 실기 점수가 10 점 이상 12 점 미만인 학생이 전체의 25 % 일 때, 전체 학생의 평균은?



① 13 점　　② 13.1 점　　③ 13.2 점

④ 13.3 점　　⑤ 13.4 점

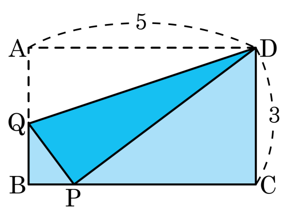
해설

10 점 이상 12 점 미만 : $40 \times \frac{25}{100} = 10$(명)

12 점 이상 14 점 미만 : $40 - (5 + 10 + 10 + 5 + 2) = 8$(명)

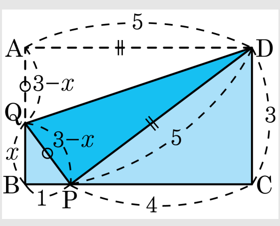
$$\frac{9 \times 5 + 11 \times 10 + 13 \times 8 + 15 \times 10}{40} + \frac{17 \times 5 + 19 \times 2}{40} = \frac{532}{40} = 13.3(\text{점})$$

6. 직사각형 ABCD 를 다음 그림과 같이 꼭짓점 A 가 변 BC 위의 점 P 에 오도록 접었을 때, $\overline{BQ}$ 의 길이를 구하면?



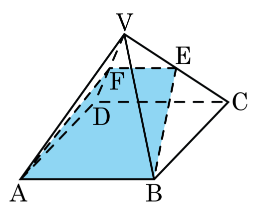
① $\frac{3}{4}$ ② $\frac{3}{2}$ ③ $\frac{7}{5}$ ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{5}{4}$

해설



$\overline{BQ} = x$ 라 하면 $\overline{PQ} = \overline{AQ} = 3 - x$
$\overline{DP} = \overline{DA} = 5$ 이므로 $\overline{CP} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$, $\overline{BP} = 1$
$\triangle BPQ$ 에서 $(3 - x)^2 = x^2 + 1,\ 6x = 8\ \therefore\ x = \frac{4}{3}$

7. 다음 그림과 같이 모서리의 길이가 모두 8 cm 인 정사각뿔에서 $\overline{VC}$, $\overline{VD}$ 의 중점을 각각 E, F 라고 할 때, □ABEF 의 넓이를 구하면?



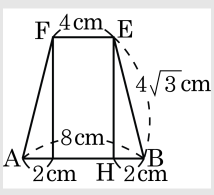
① $11\sqrt{10}\,\text{cm}^2$　② $12\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

③ $12\sqrt{6}\,\text{cm}^2$　④ $12\sqrt{11}\,\text{cm}^2$

⑤ $24\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

해설

$\overline{AF} = \overline{BE}$,　$\overline{EF} // \overline{AB}$ 이므로 □ABEF 는 등변사다리꼴이다.



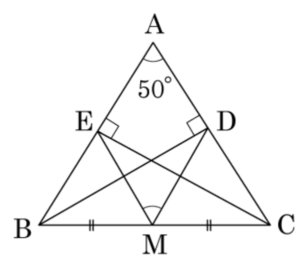
$\overline{AB} = 8\,\text{cm}$,　$\overline{EF} = \frac{1}{2}\overline{AB} = 4\,\text{cm}$ (∵ 중점 연결 정리)

$\overline{BE}$, $\overline{AF}$ 는 한 변의 길이가 8 cm 인 정삼각형의 높이이므로 $\overline{BE} = \overline{AF} = 4\sqrt{3}\,\text{cm}$

사다리꼴의 높이 $\overline{EH} = \sqrt{(4\sqrt{3})^2 - 2^2} = 2\sqrt{11}(\text{cm})$ 이다.

$\therefore$ □ABEF $= (8+4) \times 2\sqrt{11} \times \frac{1}{2} = 12\sqrt{11}(\text{cm}^2)$

8. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 점 M 은 $\overline{BC}$ 의 중점이고, $\overline{AB}\perp\overline{CE}$, $\overline{AC}\perp\overline{BD}$ 이다. $\angle A = 50°$ 일 때, $\angle EMD$ 의 크기를 구하면?

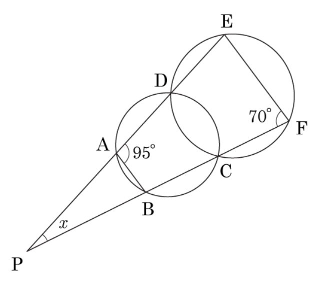


① $40°$ ② $50°$ ③ $80°$ ④ $85°$ ⑤ $90°$

해설

$\angle BEC = \angle BDC$ 이므로 네 점 B, C, D, E 는 한 원 위에 있고, $\overline{BM} = \overline{CM}$ 이므로 점 M 은 원의 중심이다. $\triangle ABD$ 에서
$\angle ABD = 90° - 50° = 40°$
따라서 $\angle EMD = 2\angle EBD = 2 \times 40° = 80°$ 이다.

9. 다음 그림에서 두 원은 두 점 C, D 에서 만나고, $\angle EFC = 70°$, $\angle BAD = 95°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



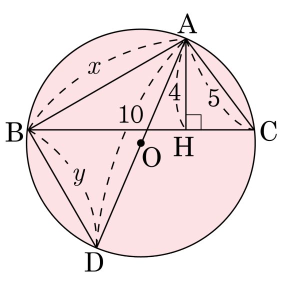
① 20°　　② 25°　　③ 30°　　④ 35°　　⑤ 40°

해설

보조선 CD 를 연결하면 내접하는 사각형의 성질에 의해 $\angle DAB = \angle DCF = 95°$ 이고 대각의 합 $\angle DEF = 180° - \angle DCF = 85°$ 이다.

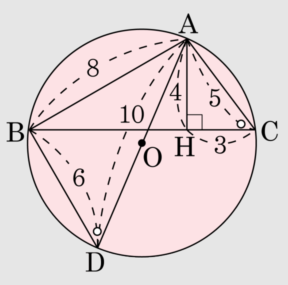
따라서 $\angle x = 180° - 70° - 85° = 25°$ 이다.

10. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 외접원의 중심을 O , 원 O 의 지름을 $\overline{AD}$, 꼭짓점 A 에서 변 BC 에 내린 수선의 발을 H 라 할 때, $x+y$ 의 값은? (단, $x=\overline{AB}, y=\overline{BD}$)



① 11　② 12　③ 13　④ 14　⑤ 15

해설



$\angle B = 90^\circ$, $\angle ADB = \angle ACB$ (5.0pt$\overset{\frown}{AB}$ 의 원주각)
따라서, $\triangle ABD \backsim \triangle AHC$ 이고
닮음비는 $\overline{AD} : \overline{AC} = 2:1$
$\triangle ACH$ 에서 $\overline{CH} = 3$
$\therefore\ x=8,\ y=6,\ x+y=14$

11. $\sqrt{1.43}$ 의 값을 a 라 하고, $\sqrt{b}=1.105$ 일 때, a, b 의 값은?

수	0	1	2	3	$\cdots$
1.0	1.000	1.005	1.010	1.015	$\cdots$
1.1	1.049	1.054	1.058	1.063	$\cdots$
1.2	1.095	1.100	1.105	1.109	$\cdots$
1.3	1.140	1.145	1.149	1.153	$\cdots$
1.4	1.183	1.187	1.192	1.196	$\cdots$

① $a=1.000,\ b=1.13$
② $a=1.005,\ b=1.15$
③ $a=1.049,\ b=1.42$
④ $a=1.196,\ b=1.22$
⑤ $a=1.192,\ b=1.23$

해설

표에서 1.43 을 찾으면 1.196 이므로 $\sqrt{1.43}=1.196$ 이고, 제곱근의 값이 1.105 인 것을 찾으면 1.22 이므로 $\sqrt{1.22}=1.105$ 이다. 따라서 $a=1.196, b=1.22$ 이다.

12. $x=2+\sqrt{3}$, $y=2-\sqrt{3}$ 일 때, $x^2-y^2+4x-4y$ 의 식의 값을 구하면?

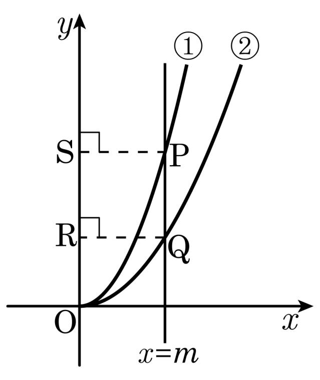
① -4　② 4　③ $8\sqrt{3}$　④ $16\sqrt{3}$　⑤ 24

해설

x, y 의 합과 차를 구하면
$x+y=2+\sqrt{3}+2-\sqrt{3}=4$
$x-y=2+\sqrt{3}-\left(2-\sqrt{3}\right)=2\sqrt{3}$

$\therefore x^2-y^2+4x-4y$
$=(x+y)(x-y)+4(x-y)$
$=(x-y)(x+y+4)$
$=2\sqrt{3}\times(4+4)=16\sqrt{3}$

13. 다음 그림은 이차함수 $y=\frac{3}{4}x^2(x \geq 0)\cdots$①, $y=\frac{1}{3}x^2(x \geq 0)\cdots$②의 그래프이다. y축에 평행한 직선 $x=m(m>0)$이 ①과 만나는 점을 P, ②와 만나는 점을 Q라 하고, 두 점 P, Q에서 y축에 내린 수선이 y축과 만나는 점을 각각 S, R이라 할 때, □PQRS가 정사각형이 되는 m의 값을 구하면?



① $\frac{3}{4}$　② $\frac{4}{3}$　③ $\frac{5}{12}$　④ $\frac{12}{5}$　⑤ $\frac{13}{5}$

해설

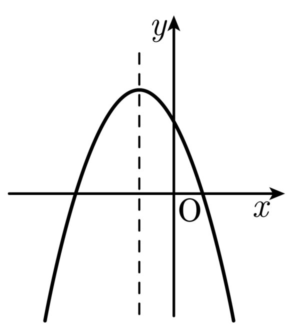
□PQRS가 정사각형이 되려면

$\frac{3}{4}m^2-\frac{1}{3}m^2=m$이어야 한다.

이것을 풀면 $\frac{5}{12}m^2=m$

따라서 $m>0$이므로 $m=\frac{12}{5}$이다.

14. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차함수 $y = cx^2 + ax + b$ 의 그래프의 꼭짓점은 제 몇 사분면에 있는가?



① 제1 사분면　② 제2 사분면　③ 제3 사분면
④ 제4 사분면　⑤ 답이 없다.

해설

$a < 0,\ c > 0,\ -\dfrac{b}{2a} < 0$ 에서 $b < 0 \therefore\ a < 0,\ b < 0,\ c > 0$

$y = cx^2 + ax + b$ 에서

(1)$c > 0$ 이므로 아래로 볼록

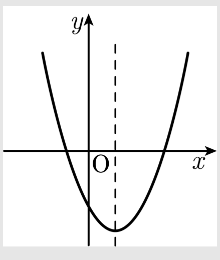
(2) 꼭짓점의 x 좌표를 구하면

$$y = c\left(x^2 + \frac{a}{c}x + \frac{a^2}{4c^2} - \frac{a^2}{4c^2}\right) + b$$
$$= c\left(x + \frac{a}{2c}\right)^2 - \frac{a^2}{4c} + b$$ 이므로

축 : $-\dfrac{a}{2c} > 0$

(3)y 절편 : $b < 0$

따라서, 그래프는 다음 그림과 같으므로 꼭짓점은 제4사분면에 있다.

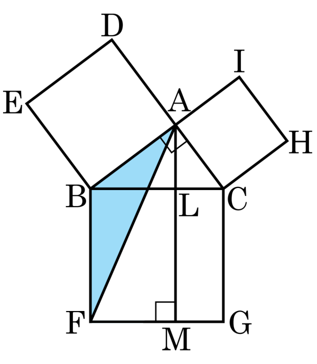


15. 지호네 반 학생 40명의 몸무게의 평균은 60 kg이다. 두명의 학생이 전학을 간 후 나머지 38명의 몸무게의 평균이 59.5 kg이 되었을 때, 전학을 간 두 학생의 몸무게의 평균은?

① 62.5 kg ② 65.5 kg ③ 67 kg
④ 69 kg ⑤ 69.5 kg

해설
40명의 몸무게의 총합 : $60 \times 40 = 2400(\text{kg})$
전학생 2명을 뺀 38명의 몸무게의 총합 : $59.5 \times 38 = 2261(\text{kg})$
전학생 2명의 몸무게의 총합 : $2400 - 2261 = 139(\text{kg})$
$\therefore$ (전학생 2명의 몸무게의 평균)$= \dfrac{139}{2} = 69.5(\text{kg})$

16. 다음 그림은 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC에서 세변을 각각 한 변으로 하는 정사각형을 그린 것이다. $\triangle ABF$ 와 넓이가 같지 않은 삼각형은?



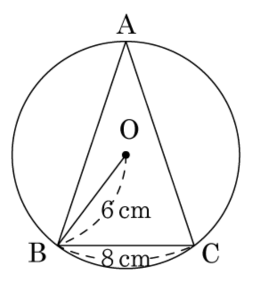
① $\triangle EBC$ ② $\triangle BLF$ ③ $\triangle AFM$

④ $\triangle EAB$ ⑤ $\triangle FMB$

해설

① $\triangle EBC$, SAS 합동
② $\triangle BLF$, 밑변과 높이가 같은 삼각형
④ $\triangle EAB$, $\triangle BLF$ 와 넓이가 같다.
⑤ $\triangle FMB$, 밑변과 높이가 같은 삼각형

17. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 6 cm 인 원 O 에 내접하는 $\triangle$ABC 에서 $\overline{\mathrm{BC}} = 8\,\mathrm{cm}$ 일 때, $\cos A \times \sin A \times \tan A$ 의 값은?



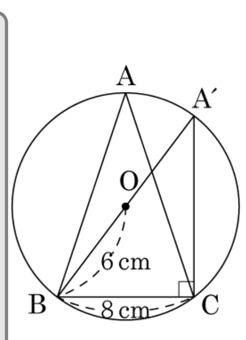
① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ $\frac{1}{9}$
④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{4}{9}$

해설

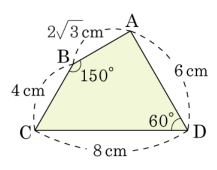
$\angle\mathrm{A} = \angle\mathrm{A}'$, $\overline{\mathrm{BA}'} = 12\ (\mathrm{cm})$ 이므로 $\overline{\mathrm{A'C}} = \sqrt{12^2 - 8^2} = 4\sqrt{5}\ (\mathrm{cm})$

$\therefore\ \sin A = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$, $\cos A = \frac{4\sqrt{5}}{12} = \frac{\sqrt{5}}{3}$, $\tan A = \frac{8}{4\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$

따라서 $\cos A \times \sin A \times \tan A$ 의 값은 $\frac{\sqrt{5}}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{4}{9}$ 이다.



18. 다음 그림에서 $\triangle$ABC 와 $\triangle$ACD 의 넓이의 차는?



① $(9+\sqrt{2})\,\mathrm{cm}^2$ ② $10\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$ ③ $12\sqrt{3}\ \mathrm{cm}^2$
④ $14\sqrt{3}\ \mathrm{cm}^2$ ⑤ $15\sqrt{3}\ \mathrm{cm}^2$

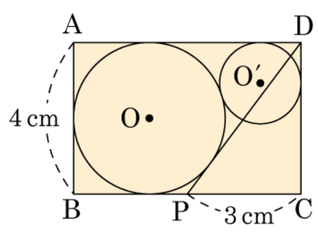
해설

$\triangle \mathrm{ABC} = \dfrac{1}{2} \times 4 \times 2\sqrt{3} \times \sin 30° = 2\sqrt{3}(\mathrm{cm}^2)$

$\triangle \mathrm{ACD} = \dfrac{1}{2} \times 8 \times 6 \times \sin 60° = 12\sqrt{3}(\mathrm{cm}^2)$

따라서 $\triangle$ABC 와 $\triangle$ACD 의 넓이의 차는 $\triangle \mathrm{ACD} - \triangle \mathrm{ABC} = 10\sqrt{3}(\mathrm{cm}^2)$ 이다.

19. 다음 그림에서 사각형 ABCD 는 직사각형이고, $\overline{AB} = 4\text{cm}$, $\overline{PC} = 3\text{cm}$ 이다. 사각형 ABPD 가 원 O 에 외접하고 원 O′ 은 원 O 에 접하고, 변 AD, CD 에 접한다. 원 O′ 의 반지름은?



① $(8+4\sqrt{3})\,\text{cm}$　② $(8-4\sqrt{3})\,\text{cm}$　③ $(4+2\sqrt{3})\,\text{cm}$

④ $(4-2\sqrt{3})\,\text{cm}$　⑤ $1\,\text{cm}$

해설

$\overline{FP} = \overline{GP} = x\text{cm}$ 라 하자.

$\triangle$DPC 에서

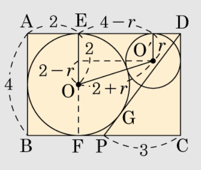
$$\overline{DP} = \sqrt{\overline{DC}^2 + \overline{PC}^2} = \sqrt{3^2+4^2} = 5(\text{cm})$$

$\overline{DG} = 5 - x(\text{cm})$

또 $\overline{ED} = \overline{FC} = \overline{FP} + \overline{PC} = x + 3(\text{cm})$

$\overline{ED} = \overline{DG}$ 이므로 $x + 3 = 5 - x$, $x = 1$

$\therefore \overline{AD} = \overline{AE} + \overline{ED} = 2 + 4 = 6\ (\text{cm})$



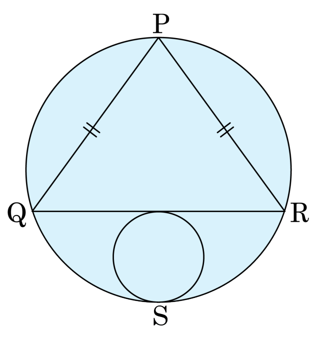
원 O′ 의 반지름을 $r\text{cm}$ 라 하면

$(2+r)^2 = (2-r)^2 + (4-r)^2$

$r^2 - 16r + 16 = 0$

$\therefore r = 8 - 4\sqrt{3}(\because 0 < r < 2)$

20. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 12 인 원 안에 $\overline{PQ} = \overline{PR}$ 인 이등변삼각형 PQR이 내접하고 작은 원은 이등변삼각형의 밑변 QR의 중점과 큰 원에 접하고 있다. $\overline{PQ} = 6\sqrt{5}$ 일 때, 작은 원의 반지름의 길이는?



① $\frac{21}{4}$　② $\frac{27}{4}$　③ $\frac{33}{4}$
④ $\frac{35}{4}$　⑤ $\frac{39}{4}$

해설

$\angle PQM = \angle PRM = \angle PSQ$ 이므로

$\overline{PQ}$ 는 $\triangle QSM$ 의 외접원의 접선이 된다.

작은 원의 반지름의 길이를 r 이라고 하면

$(6\sqrt{5})^2 = 24(24 - 2r)$

$\therefore\ r = \frac{33}{4}$