1. 두 다항식 A, B에 대하여 $A+3B=2x^2-7x-1$, $B-A=2x^2-5x-7$ 일 때, $A+B$는?

① $-x+3$ ② $x-3$ ③ x^2+x+3

④ x^2-x-3 ⑤ x^2-x+3

해설

$A=-x^2+2x+5,\ B=x^2-3x-2$

$A+B=(-x^2+2x+5)+(x^2-3x-2)=-x+3$

해설

$$\begin{cases} A+3B=2x^2-7x-1 \\ B-A=2x^2-5x-7 \end{cases}$$

2. 다항식 $(x^2+1)^4(x^3+1)^3$ 의 차수는?

① 5차 ② 7차 ③ 12차 ④ 17차 ⑤ 72차

해설

$(x^2+1)^4$ 는 8차식, $(x^3+1)^3$ 은 9차식
따라서 $(x^2+1)^4(x^3+1)^3$ 은
$8+9=17$ 차 다항식이다.

3. 다항식 $(5x^2+3x+1)^2$ 을 전개하였을 때, x^2 의 계수는?

① 10　② 13　③ 16　④ 19　⑤ 25

해설

$(5x^2+3x+1)(5x^2+3x+1)$ 에서

i) (일차항)×(일차항) 의 경우 $9x^2$

ii) (이차항)×(상수항) 의 경우 $2\times 5x^2$

즉, $5x^2+5x^2+9x^2=19x^2$

$\therefore$ 19

4. b, c는 상수이고, 모든 실수 x에 대하여 $(x+2)(x+b) = x^2 + cx + 6$을 만족하는 c의 값은?

① -5 ② -3 ③ -1 ④ 3 ⑤ 5

해설

$(x+2)(x+b) = x^2 + cx + 6$,
$x^2 + (2+b)x + 2b = x^2 + cx + 6$,
$2 + b = c$, $2b = 6$
$\therefore b = 3$
따라서 $c = 5$

5. 항등식 $A(x-1)+B(x-2)=2x-3$에서 미정계수 A, B를 구할 때, $A+B$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

주어진 등식이 항등식이므로 양변에 적당한 수를 대입하여도 성립한다.

$x=1$을 대입하면,

$A(1-1)+B(1-2)=2\cdot1-3$

$\therefore\ B=1$

$x=2$를 대입하면,

$A(2-1)+B(2-2)=2\cdot2-3$

$\therefore\ A=1$

$\therefore\ A+B=2$

해설

계수비교법 사용

$Ax-A+Bx-2B=2x-3$

$(A+B)x-(A+2B)=2x-3$

$\therefore A+B=2$

6. 다항식 $x^{22}+x^{11}+22x+11$ 을 $x+1$ 로 나눈 나머지는?

① -33 ② -22 ③ -11 ④ 11 ⑤ 33

해설

$f(x)=x^{22}+x^{11}+22x+11$ 이라 하면,
$f(x)=(x+1)Q(x)+R$ 에서 $f(-1)=R$ 이므로
$f(-1)=(-1)^{22}+(-1)^{11}-22+11=-11$

7. $a^2b^3c^4$, $ab^2c^4e^3$ 의 최대공약수를 구하면?

① ab^2c^3　② ab^2c^4　③ ab^3c^4

④ $a^2b^3c^4$　⑤ $ab^2c^4e^3$

해설

두 식의 공통인수 중 낮은 차수를 선택하여 곱한다.
$a^2b^3c^4$, $ab^2c^4e^3$ 에서
공통인수는 a, b, c 이고
차수가 낮은 것은 각각 a, b^2, c^4 이다.
이들을 모두 곱하면 최대공약수는 ab^2c^4

8. 두 다항식 x^2+ax-2, x^2+3x+b의 최대공약수가 $x-1$일 때, 두 실수 a, b의 합 $a+b$의 값은?

① -3　　② -1　　③ 0　　④ 1　　⑤ 3

해설

최대공약수가 $x-1$이므로 각각의 식에 $x=1$을 대입하면 0이 된다.

$\therefore\ 1+a-2=0,\ 1+3+b=0$에서 $a=1,\ b=-4$

$\therefore\ a+b=-3$

9. $(4x^4 - 5x^3 + 3x^2 - 4x + 1) \div (x^2 - x + 1)$ 을 계산 하였을 때, 몫과 나머지의 합을 구하면?

① $4x^2 - 6x + 1$ ② $4x^2 - 7x + 3$ ③ $4x^2 - 4x + 5$
④ $4x^2 - 8x + 2$ ⑤ $4x^2 - 6x + 7$

해설

직접 나누어서 구한다.
몫 : $4x^2 - x - 2$, 나머지 : $-5x + 3$
$\therefore$ 몫과 나머지의 합은 $4x^2 - 6x + 1$

10. 다음 곱셈공식을 전개한 것 중 바른 것은?

① $(x-y-1)^2 = x^2+y^2+1-2xy-2x-2y$

② $(a+b)^2(a-b)^2 = a^4-2a^2b^2+b^4$

③ $(-x+3)^3 = x^3-9x^2+27x-27$

④ $(a-b)(a^2+ab-b^2) = a^3-b^3$

⑤ $(p-1)(p^2+1)(p^4+1) = p^{16}-1$

해설

① $(x-y-1)^2 = x^2+y^2+1-2xy-2x+2y$
③ $(-x+3)^3 = -x^3+9x^2-27x+27$
④ $(a-b)(a^2+ab+b^2) = a^3-b^3$
⑤ $(p-1)(p+1)(p^2+1)(p^4+1) = p^8-1$

11. $\dfrac{2x+1}{x^3-1} = \dfrac{a}{x-1} + \dfrac{bx+c}{x^2+x+1}$가 $x \neq 1$인 모든 실수 x에 대해 항상 성립 하도록 $a,\ b,\ c$를 구할 때, $a+b+c$의 값은?

① 2　② -2　③ 1　④ -1　⑤ 0

해설

우변의 분모를 통분하면

$$\frac{a(x^2+x+1)+(bx+c)(x-1)}{x^3-1}$$

$$= \frac{(a+b)x^2+(a-b+c)x+(a-c)}{x^3-1}$$

$$\therefore\ \frac{2x+1}{x^3-1} = \frac{(a+b)x^2+(a-b+c)x+(a-c)}{x^3-1}$$

분자의 계수를 비교하면

$a+b=0,\ a-b+c=2,\ a-c=1$

세 식을 연립하여 풀면 $a=1,\ b=-1,\ c=0$

$\therefore a+b+c=0$

12. $f(x)=x^3-3x^2+3x+1$ 일 때, $f(x)-2=x(x^2-1)+a(x-x^2)+b(x^2-1)$ 가 항상 성립하도록 하는 상수 $a,\ b$ 에 대하여 $a+b$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$f(x)-2=x^3-3x^2+3x-1$ 이므로
$x^3-3x^2+3x-1=x(x^2-1)+a(x-x^2)+b(x^2-1)$
$=x^3+(-a+b)x^2+(a-1)x-b\cdots$ ㉠
㉠이 x 에 대한 항등식이므로 양변의 차수가 같은 항의 계수가 같아야 한다.
즉, $-a+b=-3,\ a-1=3,\ b=1$
이므로 $a=4,\ b=1$
$\therefore\ a+b=5$

13. 등식 $x^2-2x+3=a+b(x-1)+c(x-1)^2$ 이 x에 관한 항등식일 때, $a^2+b^2+c^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$x^2-2x+3=a+b(x-1)+c(x-1)^2$

$x=1$을 대입하면 $2=a \quad \cdots\cdots$ ①

$x=0$을 대입하면 $3=a-b+c \quad \cdots\cdots$ ②

$x=2$를 대입하면 $3=a+b+c \quad \cdots\cdots$ ③

①을 ②, ③에 대입하여 정리하면

$b-c=-1$, $b+c=1$

두 식을 연립하면 $b=0$, $c=1$

$\therefore\ a^2+b^2+c^2=4+0+1=5$

14. 다항식 $x^4 - 3x^2 + ax + 7$을 $x + 2$로 나누면 나머지가 5이다. 이 때, a의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$f(x) = x^4 - 3x^2 + ax + 7$
$f(x) = (x+2)Q(x) + 5$
$\therefore\ f(-2) = 5$
$f(-2) = 16 - 12 - 2a + 7 = 5$
$\therefore\ a = 3$

15. 다항식 ax^3+bx^2-4 가 x^2+x-2로 나누어 떨어지도록 a, b를 정할 때, a와 b의 곱을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} ax^3+bx^2-4 &= (x^2+x-2)Q(x) \\ &= (x-1)(x+2)Q(x) \end{aligned}$$

양변에 $x=1, x=-2$ 를 각각 대입하면

$a+b-4=0,\ -8a+4b-4=0$

두 식을 연립하여 풀면 $a=1,\ b=3$

$\therefore\ ab=3$

해설

$ax^3+bx^2-4=(x^2+x-2)(ax+2)$

우변을 전개하여 계수를 비교하면

$a=1,\ b=3\ \therefore\ ab=3$

16. x 에 대한 다항식 $4x^3-3x^2+ax+b$ 가 $(x+1)(x-3)$ 을 인수로 갖도록 $a+b$ 의 값을 정하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -37

해설

$P(x)=4x^3-3x^2+ax+b$ 라 하고 $P(x)$ 가 $(x+1)(x-3)$ 을 인수로 가지려면

$P(-1)=P(3)=0$

$P(-1)=-4-3-a+b=0 \ \therefore \ a-b=-7$

$P(3)=108-27+3a+b=0 \ \therefore \ 3a+b=-81$

$\therefore \ a=-22, \ b=-15$

17. 다음 중 다항식 $x^4 - 5x^2 + 4$를 인수분해 할 때, 나타나는 인수가 아닌 것은?

① $x-1$ ② $x-2$ ③ $x-3$ ④ $x+1$ ⑤ $x+2$

해설

$$\begin{aligned} x^4 - 5x^2 + 4 &= (x^2-1)(x^2-4) \\ &= (x+1)(x-1)(x+2)(x-2) \end{aligned}$$

18. $(a+b)(a^2-ab+b^2)(a^3-b^3)$ 의 전개식으로 옳은 것은?

① a^3+b^3 ② a^6+b^6 ③ a^6-b^6
④ a^9+b^9 ⑤ a^9-b^9

해설

(준 식)$=(a^3+b^3)(a^3-b^3)=a^6-b^6$

19. 세 모서리의 길이의 합이 22이고 대각선의 길이가 14인 직육면체의 겉넓이는?

① 144　② 196　③ 288　④ 308　⑤ 496

해설

세 모서리를 x, y, z라 하면

$x+y+z=22\cdots\cdots$①

$\sqrt{x^2+y^2+z^2}=14\cdots\cdots$②이고

겉넓이는 $2(xy+yz+zx)$이다.

①, ② 에서 $22^2=14^2+2(xy+yz+zx)$

$\therefore\ 2(xy+yz+zx)=288$

20. 다항식 $f(x)$를 x^2-x로 나누면 3이 남고 x^2+x-6로 나누면 $x-1$이 남을 때, $f(x)$를 x^2-3x+2로 나눌 때의 나머지를 $R(x)$라 할 때, $R(1)$의 값을 구하면?

① 1　　② 2　　③ 3　　④ −2　　⑤ −3

해설

$f(x)=x(x-1)Q_1(x)+3$
$f(x)=(x-2)(x+3)Q_2(x)+x-1$
$f(x)=(x-1)(x-2)Q(x)+ax+b$
$f(1)=3,\ f(2)=1$ 이므로
$a+b=3,\ 2a+b=1$
연립하여 풀면, $a=-2,\ b=5$
$\therefore$(구하는 나머지)$R(x)=-2x+5$
$\therefore\ R(1)=3$

21. 이차항의 계수가 1인 두 이차다항식 A, B의 최대공약수가 $x+2$이고 최소공배수가 x^3+x^2-4x-4이다. $A+B=ax^2+bx+c$를 만족하는 상수 $a+b+c$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$x^3+x^2-4x-4=(x+2)(x+1)(x-2)$

두 다항식은 각각 $(x+2)(x+1), (x+2)(x-2)$

$A+B=(x+2)(x-2)+(x+2)(x+1)$

$=2x^2+3x-2=ax^2+bx+c$

$\therefore a=2, b=3, c=-2$

$\therefore\ a+b+c=3$

22. 두 다항식 $A,\ B$의 최대공약수 G를 $A \cdot B$, 최소공배수 L을 $A \bigstar B$로 나타내기로 한다. 다음 중 $(A^2 \cdot B^2) \bigstar (A^2 \cdot AB)$와 같은 것은?

① 1　② A　③ AB　④ AL　⑤ AG

해설

$A = aG,\ B = bG\ (a,\ b$는 서로소$)$라 하면
$A^2 \cdot B^2 = a^2G^2 \cdot b^2G^2 = G^2$
$A^2 \cdot AB = a^2G^2 \cdot abG^2 = aG^2$
$\therefore (A^2 \cdot B^2) \bigstar (A^2 \cdot AB) = G^2 \bigstar aG^2 = aG^2 = AG$

23. 1999개의 다항식 $x^2-2x-1,\ x^2-2x-2,\ \cdots,\ x^2-2x-1999$ 중에서 계수가 정수인 일차식의 곱으로 인수분해 되는 것은 모두 몇 개인가?

① 43개 ② 44개 ③ 45개 ④ 46개 ⑤ 47개

해설

$x^2-2x-n=(x+a)(x-b)$ ($a,\ b$는 자연수)라 하면 ($1 \le n \le 1999$인 자연수)

$ab=n,\ a=b-2$

$\therefore n=1\cdot 3,\ 2\cdot 4,\ 3\cdot 5,\ \cdots,\ 43\cdot 45(=1935)$의 43개

24. $a^2 - b^2 = 1$ 일 때, $\{(a+b)^n + (a-b)^n\}^2 - \{(a+b)^n - (a-b)^n\}^2$ 의 값은? (단, n은 자연수)

① 2　　② $2(a+b)^n$　　③ 4

④ $4(a+b)^n$　　⑤ $4(a-b)^n$

해설

$(A)^2 - (B)^2$ 형태이므로
합차공식을 사용하여 정리하면
(준식)$= 4(a+b)^n(a-b)^n = 4(a^2-b^2)^n = 4$

25. 삼각형의 세 변의 길이 a, b, c 사이에 $a^3+a^2b-ac^2+ab^2+b^3-bc^2=0$의 관계가 성립한다면 이 삼각형은 어떤 삼각형인가?

① $a=b$인 이등변삼각형
② $\angle A=90°$인 직각삼각형
③ $b=c$인 이등변삼각형
④ $\angle C=90°$인 직각삼각형
⑤ 정삼각형

해설

$a^3+a^2b-ac^2+ab^2+b^3-bc^2=0$

$a^2(a+b)+b^2(a+b)-c^2(a+b)=0$

$(a+b)(a^2+b^2-c^2)=0$

$a=-b$ 또는 $c^2=a^2+b^2$

a, b, c 모두 양수이므로, $c^2=a^2+b^2$

$\therefore$ $\angle C=90°$인 직각삼각형