1. 칠면체인 다면체 중에서 꼭짓점의 개수가 가장 적은 입체도형의 이름을 써라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 육각뿔

해설

칠면체인 다면체 : 육각뿔, 오각기둥, 오각뿔대
육각뿔의 꼭짓점의 개수 : 7 개
오각기둥과 오각뿔대의 꼭짓점의 개수 : 10 개

2. 다음 중 각뿔대에 대한 설명으로 옳은 것은?

① 두 밑면은 합동이다.

② 옆면은 이등변삼각형이다.

③ 마주보는 옆면끼리 평행하다.

④ 사각뿔대는 사각뿔보다 면의 개수가 1 개 더 많다.

⑤ 육각뿔대는 칠면체이다.

해설

① 두 밑면은 서로 닮음이다
③ 옆면은 사다리꼴이다.
③ 두 밑면은 평행하다.
⑤ 육각뿔대는 팔면체이다.

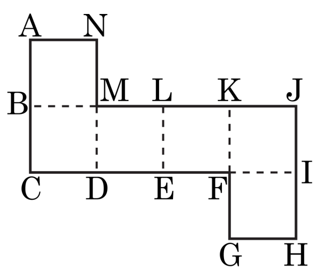
3. 다음 중 정다면체에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

① 정삼각형이 한 꼭짓점에 5 개씩 모인 다면체는 정십이면체이다.
② 정육면체의 모서리의 개수는 12 개이다.
③ 정십이면체의 꼭짓점의 개수는 20 개이다.
④ 정이십면체의 면의 모양은 정삼각형이다.
⑤ 정이십면체의 모서리의 개수와 정십이면체의 모서리의 개수는 같다.

해설

정삼각형이 한 꼭짓점에 5 개씩 모인 다면체는 정이십면체이다.

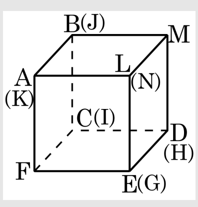
4. 다음 그림과 같은 전개도를 이용하여 정육면체를 만들었을 때 면 FGHI 와 서로 평행인 면은?



① 면 ABMN ② 면 BCDM ③ 면 MDEL
④ 면 LEFK ⑤ 면 KFIJ

해설

주어진 전개도로 입체도형을 만들면,



점 A = 점 K , 점 B = 점 J
점 C = 점 I , 점 D = 점 H
점 E = 점 G , 점 L = 점 N
면 FGHI (=FEHI) 와 평행인 면은 면 ABMN 이다.

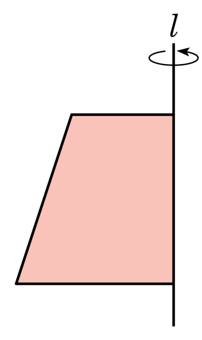
5. 다음 중 회전체가 아닌 것은?

① 구 ② 원뿔 ③ 정육면체
④ 원뿔대 ⑤ 원기둥

해설

곡면이 없는 정육면체가 회전체가 아니고 다면체이다.

6. 다음 그림에서 직선 l 을 회전축으로 하여 1 회전시킬 때 생기는 입체 도형은?



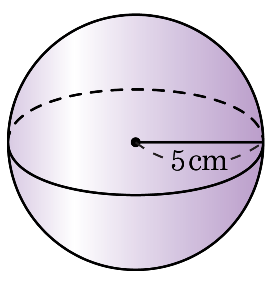
① 구 ② 사각기둥 ③ 원뿔대

④ 사각뿔대 ⑤ 원뿔

해설

사다리꼴을 회전시키면 윗변, 아랫변의 길이가 다르기 때문에 크기가 다른 원기둥이 생긴다. 따라서 두 밑면의 모양이 원으로 같고 평행하며 크기가 다르면 원뿔대이다.

7. 반지름의 길이가 5cm 인 구를 회전축을 포함하는 평면으로 자를 때 생기는 단면의 넓이는?



① $\pi\mathrm{cm}^2$ ② $4\pi\mathrm{cm}^2$ ③ $9\pi\mathrm{cm}^2$
④ $16\pi\mathrm{cm}^2$ ⑤ $25\pi\mathrm{cm}^2$

해설
구를 회전축을 포함하는 평면으로 자르면 반지름이 5cm 인 원의 모양이므로 단면의 넓이는 $\pi r^2 = 25\pi(\mathrm{cm}^2)$ 이다.

8. 다음 중 회전체에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

① 구는 어떤 단면을 잘라도 항상 원이다.

② 회전축을 포함한 평면으로 자른 단면은 항상 합동이다.

③ 회전축에 수직인 평면으로 자른 단면은 항상 원이다.

④ 구의 회전축은 무수히 많다.

⑤ 원뿔대의 두 밑면은 서로 평행하고, 합동이다.

해설

⑤ 원뿔대의 두 밑면은 서로 평행하지만, 크기가 다르므로 합동이 아니다.

9. 정다면체의 꼭짓점의 개수를 v , 모서리의 개수를 e , 면의 개수를 f 라고 할 때, $v = f$, $3v = 2e$ 를 만족하는 정다면체를 구하여라

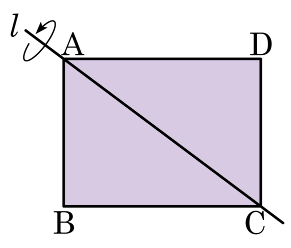
▶ 답 :

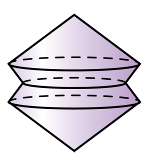
▷ 정답 : 정사면체

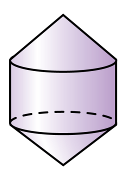
해설

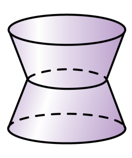
$v = f \cdots$ ① , $3v = 2e \cdots$ ②
$v - e + f = 2$ 이므로 이 식에 ① 을 대입하면
$v - e + v = 2$
$2v - e = 2$ 이고 이 식을 ② 와 연립하여 풀면
$v = 4$
$\therefore f = v = 4$ 이므로 구하는 정다면체는 정사면체이다.

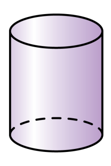
10. 다음 그림의 직사각형 ABCD 를 대각선 AC 를 축으로 하여 회전시킬 때 생기는 회전체는?

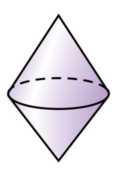


① 

② 

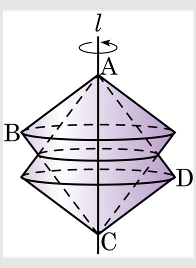
③ 

④ 

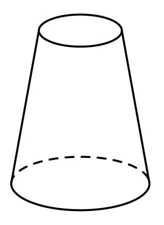
⑤ 

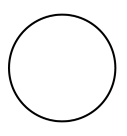
해설

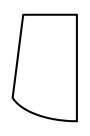
주어진 도형을 회전시키면 다음 그림과 같은 회전체가 생긴다.

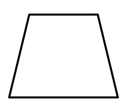


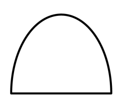
11. 다음 그림과 같이 원뿔대를 평면으로 잘랐을 때, 다음 중 그 단면의 모양으로 나올 수 <u>없는</u> 것은?

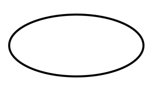


① 

② 

③ 

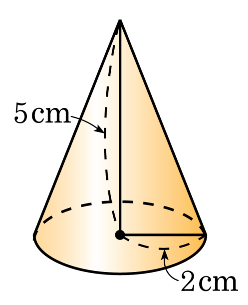
④ 

⑤ 

해설

다른 모양은 나오지만 ②와 같은 단면은 나올 수 없다.

12. 다음 그림과 같은 회전체를 회전축을 포함하는 평면으로 자른 단면의 넓이는?

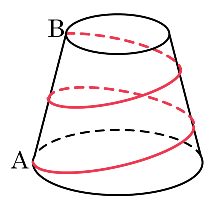


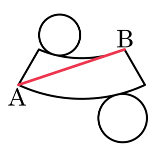
① 2cm^2 ② 4cm^2 ③ 5cm^2
④ 10cm^2 ⑤ 20cm^2

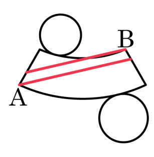
해설

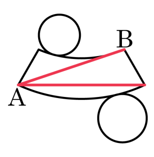
회전축을 포함하는 평면으로 자르면 밑변이 4cm, 높이가 5cm 인 삼각형 모양이므로 단면의 넓이는 $\frac{1}{2}\times5\times4=10(\text{cm}^2)$ 이다.

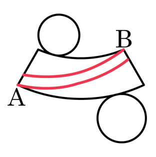
13. 다음 그림과 같은 원뿔대 모양의 입체를 밑면의 한 점 A 에서 윗면의 한 점 B 까지 실로 두 바퀴 팽팽하게 감을 때, 실이 지나는 선의 모양을 전개도에 바르게 나타낸 것은?

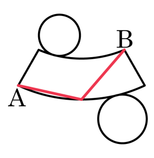


①


②


③


④


⑤


해설

실은 가장 짧은 선을 지난다.

14. 구에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

① 회전축은 무수히 많다.

② 전개도는 그릴 수 없다.

③ 평면으로 자른 단면은 모두 원이다.

④ 회전축에 수직인 평면으로 자른 단면은 항상 합동이다.

⑤ 구의 중심을 지나는 평면으로 자를 때 단면이 가장 넓다.

해설

④ 회전축에 수직인 평면으로 자른 단면은 모두 원이지만 합동은 아니다.

15. 다음 중 옳은 것의 개수를 구하여라.

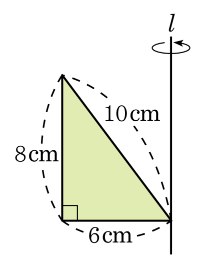
> ㉠ 회전체의 회전축은 1 개뿐이다.
> ㉡ 구를 평면으로 자른 단면의 넓이가 가장 큰 경우는 구의 중심을 지나도록 잘랐을 때이다.
> ㉢ 구는 공간의 한 점으로부터 일정한 거리에 있는 점들이 모인 것이다.
> ㉣ 원뿔을 회전축에 수직인 평면으로 자른 단면의 모양은 이등변삼각형이다.
> ㉤ 삼각형을 한 변을 축으로 하여 한 바퀴 회전시킬 때 생기는 입체도형은 항상 원뿔이다.

▶ 답: ______ 개

▷ 정답: 2개

해설
㉠ 구의 회전축은 무수히 많다.
㉣ 원뿔을 회전축에 수직인 평면으로 자른 단면의 모양은 원이다.
㉤ 원뿔은 직각삼각형의 직각을 낀 변을 축으로 하여 한 바퀴 회전시킬 때 생기는 회전체이다.
따라서 옳은 것은 ㉡, ㉢이다.

16. 다음 직각삼각형을 직선 l 을 축으로 1 회전 시켰을 때 생기는 입체도형의 겉넓이를 구하여라.



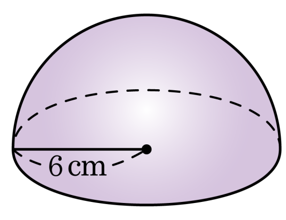
▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad \mathrm{cm}^2}$

▷ 정답 : 192π $\underline{\mathrm{cm}^2}$

해설

$(\pi \times 6 \times 10) + (\pi \times 6^2) + (2\pi \times 6 \times 8)$
$= 192\pi(\mathrm{cm}^2)$

17. 다음 그림의 반구의 겉넓이는?



① $74\pi\text{cm}^2$ ② $80\pi\text{cm}^2$ ③ $96\pi\text{cm}^2$
④ $100\pi\text{cm}^2$ ⑤ $108\pi\text{cm}^2$

해설

(반구의 넓이) + (밑면의 원의 넓이) $= 4\pi\times 6^2\times\frac{1}{2}+\pi\times 6^2 = 108\pi(\text{cm}^2)$

18. n 각뿔의 꼭짓점, 모서리, 면의 개수를 각각 a, b, c 라 할 때, $\dfrac{a+b-c}{n}$ 의 값은?

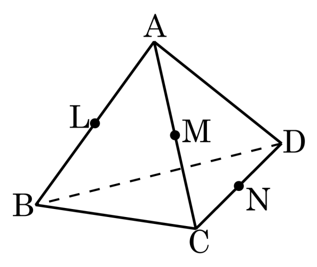
① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$a=n+1, b=2n, c=n+1$ 이므로

$\dfrac{a+b-c}{n}=\dfrac{(n+1)+2n-(n+1)}{n}=\dfrac{2n}{n}=2$

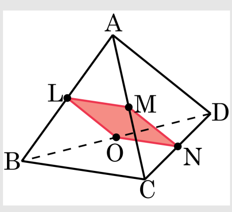
19. 다음 그림과 같이 정사면체의 모서리 AB , AC , CD 의 중점을 각각 L , M , N 이라 하자. 세 점 L , M , N 을 지나는 평면으로 자를 때 단면의 둘레의 길이를 구하여라. (단, $\overline{LM}=3$)



▶ 답 :

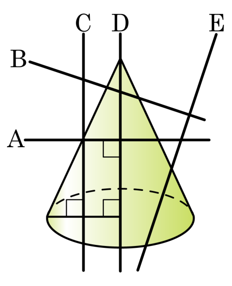
▷ 정답 : 12

해설

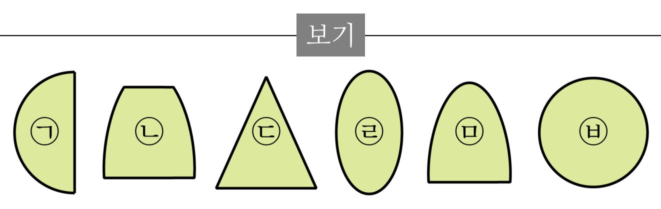


세 점 L, M, N 을 지나는 평면은 모서리 BD 의 중점을 지나는 평면이다.
모서리BD 의 중점을 O 라고 할 때,
$\overline{LM}=\overline{MN}=\overline{NO}=\overline{LO}$ 이고,
$\overline{LN}=\overline{MO}$ 이다.
즉, □LMNO 는 네 변의 길이가 같고, 대각선의 길이도 같으므로 정사각형이다.
따라서, 한 변의 길이가 3 인 정사각형이므로 둘레는 12 이다.

20. 다음 보기 는 다음 그림의 원뿔을 평면 A, B, C, D, E 로 자를 때, 생기는 단면의 모양이다. 평면과 단면의 모양이 알맞게 짝지어지지 않은 것은?



보기



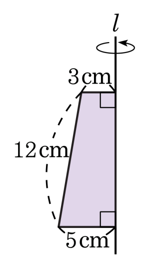
① A - ㉥　　② B - ㉣　　③ C - ㉡

④ D - ㉢　　⑤ E - ㉠

해설

③ C에서 자르면 ㉤의 모양이 된다.

21. 다음 평면도형을 직선 n 을 회전축으로 회전시켰다. 이 회전체의 전개도에서 옆면의 둘레의 길이는?



① $(16\pi + 24)\,\mathrm{cm}$　② $(18\pi + 24)\,\mathrm{cm}$

③ $(24\pi + 24)\,\mathrm{cm}$　④ $(16\pi + 12)\,\mathrm{cm}$

⑤ $(18\pi + 12)\,\mathrm{cm}$

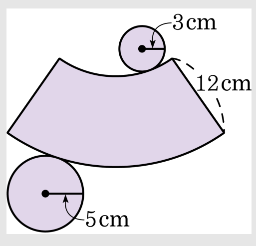
해설

회전체의 전개도를 그리면 옆면의 둘레의 길이는

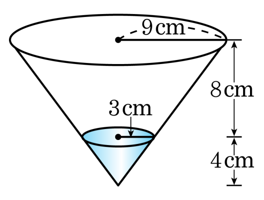
$2\pi \times 3 + 2\pi \times 5 + 12 \times 2$

$= \pi \times 16 + 24$

$= 16\pi + 24(\mathrm{cm})$



22. 다음 그림과 같이 원뿔 모양의 용기에 일정한 속도로 물을 넣고 있다. 2 초 동안 들어간 물의 깊이가 4 cm 일 때, 용기를 가득 채우기 위해서는 몇 초 동안 물을 더 넣어야 하는가?



① 51 초　② 52 초　③ 53 초　④ 54 초　⑤ 55 초

해설

(용기의 부피)$= \frac{1}{3}\pi \times 9^2 \times 12 = 324\pi$ (cm^3)

(물의 부피)$= \frac{1}{3}\pi \times 3^2 \times 4 = 12\pi$ (cm^3)

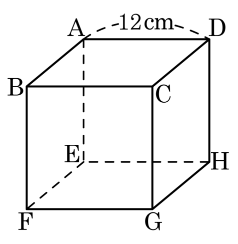
용기에 물을 가득 채우는 데 걸리는 시간을 x 초라고 하면

$324\pi : 12\pi = x : 2$

$x = 54$ (초)

따라서 $54 - 2 = 52$ (초) 이다.

23. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 $12\,\mathrm{cm}$ 인 정육면체에서 각 면의 대각선의 교점을 연결하여 만들어지는 입체도형의 부피를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad\quad\mathrm{cm}^3}$

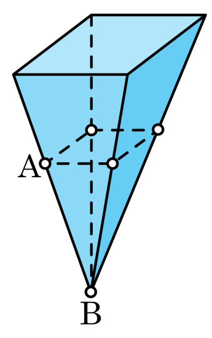
▷ 정답 : $288\,\underline{\mathrm{cm}^3}$

해설

정육면체의 각 면의 대각선을 연결하면 정팔면체가 만들어진다.
이 때, 정팔면체는 같은 크기의 정사각뿔 두 개로 나눌 수 있는데 이 정사각뿔의 밑면의 넓이는 정육면체 한 면의 넓이의 $\frac{1}{2}$ 이므로 정사각뿔의 부피는 $\frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2} \times 12 \times 12\right) \times 6 = 144$ 이다.

$\therefore$ (정팔면체의 부피) $= 144 \times 2 = 288(\mathrm{cm}^3)$

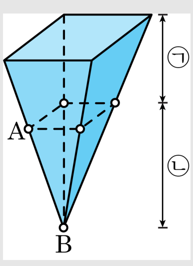
24. 다음과 같이 밑면의 넓이가 16cm^2 , 높이가 4cm 인 사각뿔 모양의 그릇의 중간 높이인 평면 A 부분에 각 꼭지점마다 4 개의 구멍을 뚫고, 아래쪽 꼭짓점인 B 에 1 개의 구멍을 뚫었다. 각 구멍에서 1 초에 1cm^3 씩 일정한 속도로 물이 빠져나온다면, 이 그릇의 물이 완전히 빠질 때까지의 시간을 구하여라.



▶ 답 : ____ 초

▷ 정답 : $\frac{96}{15}$ 초

해설



(사각뿔 전체의 부피) $= \frac{1}{3} \times 16 \times 4 = \frac{64}{3}$

(㉡부분의 부피) $= \frac{1}{3} \times 4 \times 2 = \frac{8}{3}$

(1) ㉠부분의 물이 빠질 때까지 걸리는 시간을 x 분이라 하면 (5개의 구멍에서 빠지는 물의 양) = (㉠부분에 들어있는 물의 양)

즉, $1 \times 5 \times x = \frac{56}{3}$ $\therefore$ $x = \frac{56}{15}$

(2) ㉡부분의 물이 빠질 때까지 걸리는 시간을 y 분이라 하면 (1개의 구멍에서 빠지는 물의 양) = (㉡부분에 들어 있는 물의 양)

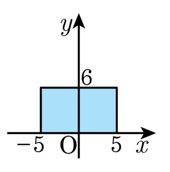
즉, $1 \times y = \frac{8}{3}$ $\therefore$ $y = \frac{8}{3}$

따라서 이 사각뿔에서 물이 완전히 빠질 때까지 걸리는 시간은

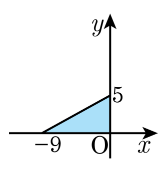
$x + y = \frac{56}{15} + \frac{8}{3} = \frac{96}{15}$ (초)

25. 다음 도형들을 y 축을 축으로 하여 1 회전 시켰을 때, 생기는 입체도형 중 부피가 가장 큰 것은?

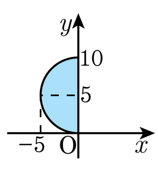
①



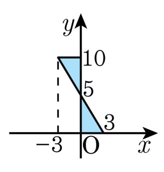
②



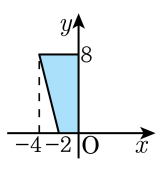
③



④



⑤



해설

① (부피) $= \pi \times 5^2 \times 6 = 150\pi$

② (부피) $= \dfrac{1}{3} \times \pi \times 9^2 \times 5 = 135\pi$

③ (부피) $= \dfrac{4}{3}\pi \times 5^3 = \dfrac{500}{3}\pi$

④ (부피) $= 2 \times \left(\dfrac{1}{3} \times \pi \times 3^2 \times 5\right) = 30\pi$

⑤ (부피) $= \left(\dfrac{1}{3}\pi \times 4^2 \times 16\right) - \left(\dfrac{1}{3}\pi \times 2^2 \times 8\right) = \dfrac{224}{3}\pi$