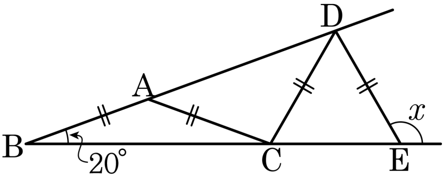
1. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{CD} = \overline{DE}$ 이고 $\angle B = 20°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① $70°$ ② $80°$ ③ $90°$ ④ $100°$ ⑤ $120°$

해설

삼각형의 외각의 크기는 다른 두 내각의 합과 같으므로

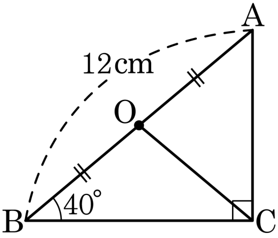
$\angle CAD = \angle ABC + \angle ACB = 40°$

$\angle ACD = 180° - (40° \times 2) = 100°$

$\angle DCE = 20° + 40° = 60°$

$\angle x = 180° - 60° = 120°$

2. 다음 직각삼각형에서 빗변의 길이가 12cm 이고, $\angle B = 40°$ 일 때, $\overline{CO}$ 의 길이와 $\angle AOC$ 의 크기가 옳게 짝지어진 것은?



① $5\text{cm}, 60°$　② $5\text{cm}, 75°$　③ $5\text{cm}, 80°$

④ $6\text{cm}, 75°$　⑤ $6\text{cm}, 80°$

해설

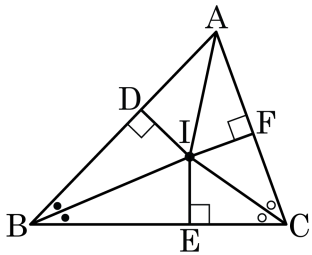
$\overline{AO} = \overline{BO} = \overline{CO}$ 이므로 $\overline{CO} = 6\text{cm}$

$\triangle OBC$는 $\overline{OB} = \overline{OC}$ 인 이등변삼각형이므로

$\angle OCB = 40°$, $\angle AOC = \angle OBC + \angle OCB$ 이므로

$\angle AOC = 80°$

3. 다음은 '삼각형 ABC의 세 내각의 이등분선은 한 점에서 만난다'를 나타내는 과정이다. ㉠ ~ ㉤ 중 잘못된 것은?



$\angle B$, $\angle C$의 이등분선의 교점을 I라 하면

i) $\overline{BI}$는 $\angle B$의 이등분선이므로

$\triangle BDI \equiv \triangle BEI$ $\therefore$ $\overline{ID} = ($ ㉠ $)$

ii) $\overline{CI}$는 $\angle C$의 이등분선이므로 $\triangle CEI \equiv \triangle CFI$ $\therefore$ $\overline{IE} =$ (㉡)

iii) $\overline{ID} =($ ㉠ $) = ($ ㉡ $)$

iv) $\overline{ID} = \overline{IF}$이므로 $\triangle ADI \equiv ($ ㉢ $)$

$\therefore \angle DAI = ($ ㉣ $)$

따라서 $\overline{AI}$는 $\angle A$의 (㉤)이다.

따라서 $\triangle ABC$의 세 내각의 이등분선은 한 점에서 만난다.

① ㉠ : $\overline{IE}$ ② ㉡ : $\overline{IF}$ ③ ㉢ : $\triangle BDI$

④ ㉣ : $\angle FAI$ ⑤ ㉤ : 이등분선

해설

$\triangle IBE \equiv \triangle IBD$(RHA 합동)이므로 $\overline{ID}$와 대응변인 $\overline{IE}$의 길이가 같고,

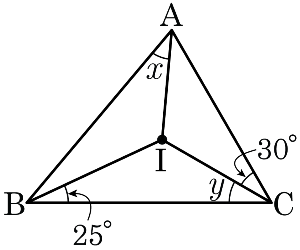
$\triangle ICE \equiv \triangle ICF$(RHA 합동)이므로 $\overline{IE}$와 대응변인 $\overline{IF}$의 길이가 같다.

그러므로, $\overline{IE} = \overline{IF}$이므로 $\triangle ADI$와 $\triangle AFI$에서

$\angle ADI = \angle AFI = 90°$, $\overline{AI}$는 공통 변, $\overline{ID} = \overline{IF}$

이므로 $\triangle ADI \equiv \triangle AFI$(RHS 합동)

4. 다음 그림에서 점 I가 $\triangle ABC$의 내심일 때, $\angle x + \angle y$의 값을 구하여라.



▶ **답 :** _____°

▷ **정답 :** 65°

해설

점 I가 $\triangle ABC$의 내심이므로

$\angle IAB + \angle IBC + \angle ICA = 90°$

$\angle x + 25° + 30° = 90°$

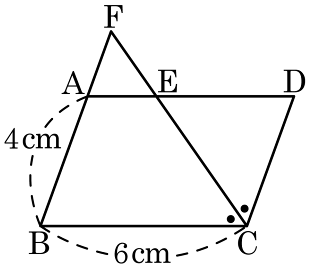
$\angle x = 35°$

$\angle ICA = \angle ICB = 30°$이므로

$\angle y = 30°$

$\therefore\ \angle x + \angle y = 35° + 30° = 65°$

5. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 4\text{cm}$, $\overline{BC} = 6\text{cm}$ 인 평행사변형 ABCD 에서 $\angle C$ 의 이등분선과 $\overline{AB}$ 의 연장선과의 교점을 F 라 한다. 이때, $\overline{AF}$ 의 길이를 구하여라.



▶ **답 :** ______ cm

▷ **정답 :** 2 cm

해설

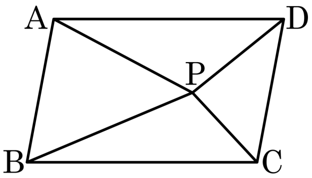
$\overline{AD} \mathbin{/\!/} \overline{BC}$ 이므로

$\angle BFC = \angle FCD = \angle BCF$

$\overline{BF} = \overline{BC}$ 이므로 $4 + \overline{AF} = 6$

$\therefore\ \overline{AF} = 2(\text{cm})$

6. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD의 내부에 한 점 P를 잡을 때, $\square$ABCD의 넓이는 60cm^2이고, $\triangle$ABP의 넓이는 $\triangle$CDP의 넓이의 2배일 때, $\triangle$CDP의 넓이를 구하면?



① 5cm^2　② 10cm^2　③ 15cm^2

④ 20cm^2　⑤ 25cm^2

해설

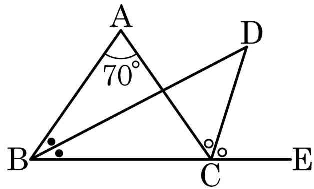
내부의 한 점 P에 대하여 $\frac{1}{2}\square\text{ABCD} = \triangle\text{PAB} + \triangle\text{PCD} = \triangle\text{PAD} + \triangle\text{PBC}$이므로

$\triangle\text{ABP} + \triangle\text{CDP} = \frac{1}{2}\square\text{ABCD}$이다.

$\triangle\text{ABP} = 2\triangle\text{CDP}$이므로 $3\triangle\text{CDP} = \frac{1}{2}\square\text{ABCD}$

$\therefore\ \triangle\text{CDP} = \frac{1}{6}\square\text{ABCD} = 10(\text{cm}^2)$

7. $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이고, $\angle C$ 의 외각의 이등분선과 $\angle B$ 의 이등분선의 교점을 D 라고 한다, $\angle A = 70°$ 일 때, $\angle D$ 의 크기는?



① 32.5° ② 35° ③ 37.5° ④ 40° ⑤ 42.5°

해설

$\triangle ABC$ 가 이등변삼각형이므로

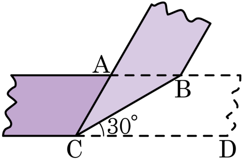
$$\angle ABC = \angle ACB = \frac{1}{2}(180° - 70°) = 55°$$

$$\begin{aligned}\angle ACD &= \frac{1}{2}(\angle A + \angle ABC) \\ &= \frac{1}{2}(70° + 55°) \\ &= 62.5°\end{aligned}$$

$$\angle DBC = \frac{1}{2}(\angle ABC) = \frac{1}{2} \times 55° = 27.5°$$

$$\begin{aligned}\therefore \angle D &= 180° - (27.5° + 55° + 62.5°) \\ &= 180° - 145° \\ &= 35°\end{aligned}$$

8. 직사각형 모양의 종이를 다음 그림과 같이 접었을 때, $\angle BCD = 30°$ 이다. 이때, $\angle BAC$ 의 크기를 구하여라.



① $100°$ ② $110°$ ③ $120°$

④ $130°$ ⑤ $140°$

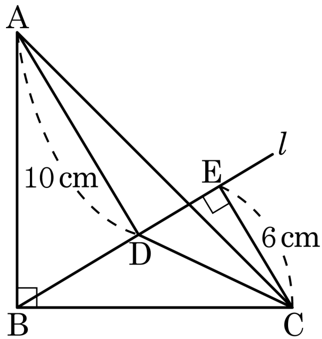
해설

$\angle BCD = \angle BCA = 30°$

$\angle BCD = \angle ABC = 30°$ (엇각)

$\angle BAC = 180° - 60° = 120°$

9. 그림과 같이 $\angle B = 90°$ 이고, $\overline{AB} = \overline{BC}$ 인 직각이등변삼각형 ABC 의 두 꼭짓점 A, C 에서 꼭짓점 B 를 지나는 직선 l 에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라고 하자. $\overline{AD} = 10\text{cm}$, $\overline{CE} = 6\text{cm}$ 일 때, 삼각형 CDE 의 넓이는?

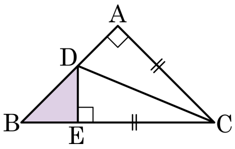


① 12cm^2　② 24cm^2　③ 30cm^2
④ 60cm^2　⑤ 90cm^2

해설

$\angle ABD + \angle BAD = 90°$ 이고, $\angle ABD + \angle CBE = 90°$ 이므로 $\angle BAD = \angle CBE$
직각삼각형의 빗변의 길이가 같고 한 각의 크기가 같으므로 $\triangle ABD \equiv \triangle BCE$ 이다.
$\overline{AD} = \overline{BE} = 10\text{cm}$ 이고, $\overline{BD} = \overline{EC} = 6\text{cm}$ 이므로 $\overline{DE} = 4\text{cm}$ 이다.
삼각형 CDE 의 넓이는 $\dfrac{1}{2} \times 4 \times 6 = 12(\text{cm}^2)$ 이다.

10. 그림의 $\triangle ABC$는 $\angle A = 90°$이고, $\overline{AB} = \overline{AC}$인 직각이등변삼각형이다. $\overline{AC} = \overline{EC}$, $\overline{BC} \perp \overline{DE}$이고 $\overline{AD} = 6\,\text{cm}$일 때, $\triangle DBE$의 넓이는?



① $10\,\text{cm}^2$ ② $14\,\text{cm}^2$ ③ $18\,\text{cm}^2$

④ $22\,\text{cm}^2$ ⑤ $26\,\text{cm}^2$

해설

$\triangle ABC$는 직각이등변삼각형이므로 $\angle ABC = 45°$이다.

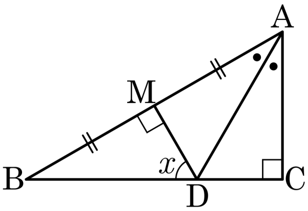
따라서 $\triangle BED$도 직각이등변삼각형이다.

$\triangle ADC \equiv \triangle EDC$ (RHS 합동), $\overline{AD} = \overline{DE}$이다. 따라서 $\overline{ED} = \overline{EB}$이다.

그러므로, $\triangle BED$는 밑변 $6\,\text{cm}$, 높이 $6\,\text{cm}$인 직각이등변삼각형이다.

따라서, 넓이는 $\frac{1}{2} \times 6 \times 6 = 18\ (\text{cm}^2)$이다.

11. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 직각삼각형이고 $\overline{AD}$ 는 $\angle BAC$ 의 이등분선이다. $\overline{AB} \perp \overline{DM}$, $\overline{AM} = \overline{BM}$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① $45°$ ② $50°$ ③ $55°$ ④ $60°$ ⑤ $65°$

해설

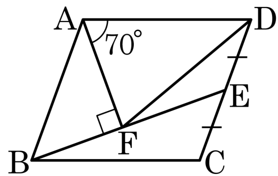
$\triangle ADM \equiv \triangle ADC$ (RHA 합동) 이므로 $\angle ADM = \angle ADC \cdots$ ㉠

$\triangle MBD \equiv \triangle MAD$ (SAS 합동) 이므로 $\angle DAM = \angle DBM \cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $3x = 180°$

$\therefore \angle x = 60°$

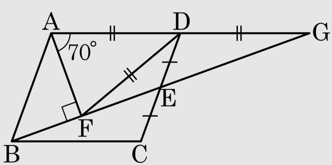
12. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 변 CD 의 중점을 E 라 하고, 점 A 에서 $\overline{\mathrm{BE}}$ 에 내린 수선의 발을 F 라고 한다. $\angle\mathrm{DAF} = 70°$ 라고 할 때, $\angle\mathrm{DFE} = (\quad)°$ 이다. ( ) 안에 들어갈 알맞은 수를 구하여라.



▶ 답 :

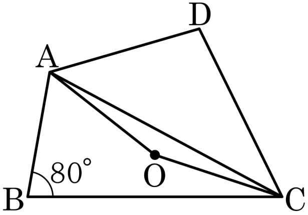
▷ 정답 : 20

해설



$\overline{\mathrm{AD}}$ 의 연장선과 $\overline{\mathrm{BE}}$ 의 연장선의 교점을 G 라 하면
$\triangle\mathrm{BCE} \equiv \triangle\mathrm{GDE}$(ASA 합동) 이므로 $\overline{\mathrm{BC}} = \overline{\mathrm{GD}}$,
$\triangle\mathrm{AFG}$ 는 직각삼각형이고 $\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{BC}} = \overline{\mathrm{GD}}$ 이므로 점 D 는 빗변 AG 의 중점이다.
직각삼각형에서 빗변의 중점은 외심이므로 $\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{DG}} = \overline{\mathrm{DF}}$
$\therefore \angle\mathrm{DFE} = 90° - \angle\mathrm{DFA} = 90° - \angle\mathrm{DAF} = 20°$

13. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이고 동시에 $\triangle ACD$의 외심일 때, $\angle D$의 크기는?



① $20°$ ② $40°$ ③ $60°$ ④ $80°$ ⑤ $100°$

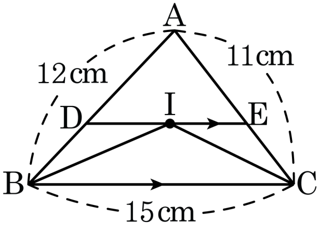
해설

$\angle AOC = 2 \times 80° = 160°$이므로

$\angle ADC = \dfrac{1}{2}(360° - 160°) = 100°$

$\therefore \angle D = 100°$

14. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고, $\overline{DE} // \overline{BC}$, $\overline{AB} = 12cm$, $\overline{BC} = 15cm$, $\overline{AC} = 11cm$ 일 때, $\triangle ADE$ 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 23 cm

해설

$\triangle DBI$ 에서

점 I 가 내심이므로 $\angle DBI = \angle IBC \cdots ㉠$

$\overline{DE} // \overline{BC}$ 이므로 $\angle IBC = \angle DIB$ (엇각) $\cdots ㉡$

㉠, ㉡에서 $\angle DBI = \angle DIB$ 이므로 $\triangle DBI$ 는 이등변삼각형이다.

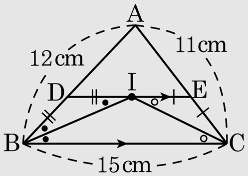
$\overline{DB} = \overline{DI}$

같은 방법으로 $\triangle EIC$ 도 이등변삼각형이다.

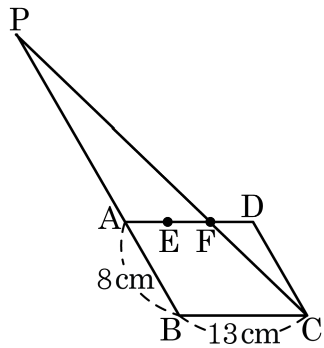
$\overline{EC} = \overline{EI}$

따라서 $\triangle ADE$ 의 둘레의 길이는

$\overline{AD} + \overline{DE} + \overline{AE} = \overline{AB} + \overline{AC} = 12 + 11 = 23(cm)$



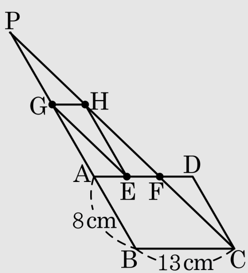
15. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 점 E, F 는 $\overline{AD}$ 의 삼등분 점이다. $\overline{AB} = 8\text{cm}$, $\overline{BC} = 13\text{cm}$ 일 때, $\overline{PA}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 16 cm

해설

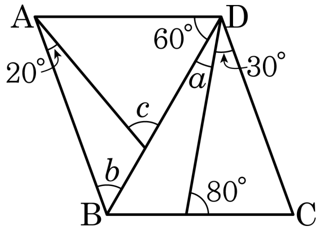


$\overline{AB} // \overline{HE}$, $\overline{PC} // \overline{GE}$ 인 $\overline{HE}$, $\overline{GE}$ 를 그으면

$\triangle CDF \equiv \triangle GAE \equiv \triangle HEF$(ASA 합동) , $\triangle CDF \equiv \triangle EHG \equiv \triangle PGH$(ASA 합동) 이다.

$\therefore \overline{PA} = \overline{PG} + \overline{GA} = 8 + 8 = 16(\text{cm})$

16. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\angle a$, $\angle b$, $\angle c$ 의 크기를 차례대로 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad ^\circ}$

▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad ^\circ}$

▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad ^\circ}$

▷ 정답 : $\angle a = 20\,\underline{^\circ}$

▷ 정답 : $\angle b = 50\underline{^\circ}$

▷ 정답 : $\angle c = 70\underline{^\circ}$

해설

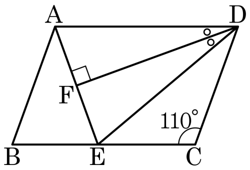
$\angle \mathrm{BCD} = 180^\circ - 30^\circ - 80^\circ = 70^\circ$

$\angle \mathrm{ADC} + \angle \mathrm{BCD} = 180^\circ$, $60^\circ + \angle a + 30^\circ + 70^\circ = 180^\circ$, $\angle a = 20^\circ$

$\angle \mathrm{BAD} = \angle \mathrm{BCD}$, $\triangle \mathrm{ABD}$ 에서 $70^\circ + 60^\circ + \angle b = 180^\circ$, $\angle b = 50^\circ$

$\angle c = \angle b + 20^\circ$, $\angle c = 70^\circ$

17. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{DF}$ 는 $\angle ADE$ 의 이등분선이고 $\angle C = 110°$ 이다. $\overline{AB} = \overline{AE}$ 일 때, $\angle CDE$ 의 크기를 구하여라.



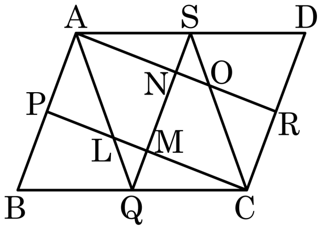
▶ 답 : ____ °

▷ 정답 : 30 °

해설

$\angle B = 70°$, $\overline{AB} = \overline{AE}$ 이므로 $\angle AEB = 70°$, $\angle EAD = 70°$ (엇각)
따라서 $\angle ADF = 20°$, $\angle CDE = 70° - 20° - 20° = 30°$ 이다.

18. 평행사변형 ABCD 의 각 변에 중점 P, Q, R, S 를 잡아 다음 그림과 같이 연결하였다. 그림 속에 있는 도형 중 평행사변형의 개수를 모두 구하여라.



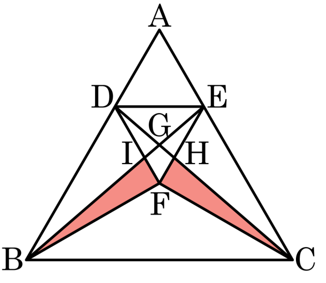
▶ **답 :** 개

▷ **정답 :** 8 개

해설

▱ABCD, ▱ABQS, ▱SQCD, ▱APCR
▱APMN, ▱NMCR, ▱AQCS, ▱ALCO

19. 다음 그림과 같은 정삼각형 ABC 에서 $\overline{BD}=2\overline{AD}$, $\overline{CE}=2\overline{AE}$ 가 되도록 점 D, E 를 잡고, 점 D 에서 $\overline{AC}$ 에 평행하게 그은 직선과 점 E 에서 $\overline{AB}$ 에 평행하게 그은 직선의 교점을 F 라 하였다. $\overline{BE}$ 와 $\overline{CD}$ 의 교점을 G 라 하고, $\triangle DGI=\triangle EGH=2$, $\triangle DEG=4$ 일 때, $\triangle BFI+\triangle CFH$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$\square ADFE$ 는 평행사변형이므로 $\triangle ADE=\triangle DEF$

$\overline{EF}\,//\,\overline{AB}$ 이므로 $\triangle BEF=\triangle DEF=\triangle ADE$

$\overline{DF}\,//\,\overline{AC}$ 이므로 $\triangle DCF=\triangle DEF=\triangle ADE$

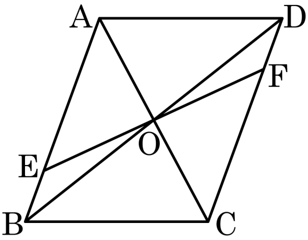
$\triangle DFH+\triangle CFH=\triangle DFH+\triangle DEH$

$\therefore\ \triangle CFH=\triangle DEH$

$$\begin{aligned}\triangle BIF &= \triangle BEF-(\triangle EGH+\square FIGH)\\ &= \triangle DCF-(\triangle DGI+\square FIGH)\\ &= \triangle CFH\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore\ \triangle BFI+\triangle CFH &= 2\triangle CFH=2\triangle DEH\\ &= 2(\triangle DEF-\triangle DGI-\triangle DEG)\\ &= 2(2+4)=12\end{aligned}$$

20. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 점 O 는 두 대각선의 교점이다. $\overline{AE} : \overline{EB} = 3 : 1$ 이고 $\triangle AEO$ 의 넓이가 18 일 때, 평행사변형 ABCD 의 넓이는?



① 6　② 18　③ 24　④ 48　⑤ 96

해설

$\triangle AOE$ 와 $\triangle BEO$ 에서 높이는 같고 밑변이 $3 : 1$ 이므로 $\triangle AOE : \triangle BEO = 3 : 1$

$\therefore \triangle BEO = \frac{1}{3}\triangle AEO = 6$

$\triangle AOB = 6 + 18 = 24$

$\therefore \square ABCD = 4 \times \triangle AOB = 24 \times 4 = 96$ 이다.