1. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 12\text{이하의 자연수}\}$ 의 부분집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 12\text{의 약수}\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족하는 U 의 부분집합 X 의 개수는?

$$A \cap X = A, \quad n(X) = 8$$

- ① 15개 ② 30개 ③ 256개
④ 512개 ⑤ 1024개

해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$, $A \subset X$, $n(X) = 8$ 이기 위해서 U 에서 A 의 원소 6개를 제외한 5, 7, 8, 9, 10, 11에서 2개를 선택하면 된다.

즉, (5, 7), (5, 8), (5, 9), (5, 10), (5, 11), (7, 8), (7, 9), (7, 10), (7, 11), (8, 9), (8, 10), (8, 11), (9, 10), (9, 11), (10, 11) 따라서 15개이다.

2. 두 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{1, 3, 5\}$ 에 대하여 $n(X \cap B) = 2$ 이고 $X \subset A$ 인 집합 X 의 개수는?

- ① 8개 ② 12개 ③ 15개 ④ 24개 ⑤ 32개

해설

$X \cap B = \{1, 3\}$ 인 경우 5는 X 의 원소일 수 없다. 이 때, X 는 1, 3은 반드시 포함하고 5는 포함하지 않는 A 의 부분집합이므로 그 개수는 $2^2 = 4$ (개)이다.

$n(X \cap B) = 2$ 인 경우는 3가지이고, 이처럼 각각에 따라 4개의 집합이 되므로 구하는 집합 X 의 개수는 $3 \times 4 = 12$ (개)이다.

3. 집합 $A = \{2, 4, 8, 16, 22\}$ 의 부분집합 중에서 적어도 한 개의 4의 배수를 원소로 갖는 부분집합의 개수는?

- ① 12개 ② 24개 ③ 28개 ④ 34개 ⑤ 36개

해설

집합 A 의 부분집합의 개수는 $2^5 = 32$ (개)이고, 이 중에서 4의 배수를 원소로 하나도 갖지 않는 부분집합은 원소 2, 22로 만든 부분집합이므로 $2^2 = 4$ (개)이다.

$$\therefore 32 - 4 = 28 \text{ (개)}$$

4. 두 집합 $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\}$, $B = \{a_3, a_4, a_5, a_6\}$ 에 대하여 조건 $A \cap X = X$ 및 $(A - B) \cup X = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수는?

- ① 5개 ② 6개 ③ 7개 ④ 8개 ⑤ 9개

해설

$A \cap X = X$ 에서 $X \subset A$, $(A - B) \cup X = X$ 에서 $(A - B) \subset X$ 따라서, $(A - B) \subset X \subset A$ 이므로 X 는 A 의 부분집합 중에서 $A - B = \{a_1, a_2\}$ 를 포함하므로 A 의 부분집합 중에서 a_1, a_2 를 모두 포함하는 것의 개수이므로
 $\therefore 2^{5-2} = 2^3 = 8(\text{개})$

6. 1 부터 999 까지의 자연수 중에서 각 자리에 7 인 숫자가 2 개 이상인 경우의 수는?

① 26 개 ② 27 개 ③ 28 개 ④ 29 개 ⑤ 30 개

해설

① 7이 2개 있는 수 : 77 이 1 개,
77□폴이 9 개,
7□7 폴이 9 개,
□77 폴이 8 개
② 7 이 3개 있는 수, 777 로 1 개
따라서 구하는 경우의 수는
 $1 + 9 + 9 + 8 + 1 = 28$ (개)

7. 다항식 $(a+b+c)(p+q+r) - (a+b)(s+t)$ 를 전개하였을 때 항의 개수는?

- ① 5 ② 7 ③ 9 ④ 11 ⑤ 13

해설

$(a+b+c)(p+q+r)$ 의 전개식의 항의 개수는

$$3 \times 3 = 9$$

$(a+b)(s+t)$ 의 전개식의 항의 개수는

$$2 \times 2 = 4$$

따라서 구하는 항의 개수는 $9 + 4 = 13$ 이다.

8. 집합 $\{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$ 에서 선택한 세 개의 원소 a_1, a_2, a_3 이 $2a_2 = a_1 + a_3$ 을 만족시키는 경우의 수는? (단, $a_1 < a_2 < a_3$ 이다.)

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$a_1 < a_2 < a_3$ 이고 $2a_2 = a_1 + a_3$ 을 만족하는 순서쌍은 $(2, 4, 6), (2, 6, 10), (4, 6, 8), (4, 8, 12), (6, 8, 10), (8, 10, 12)$ 의 6 가지

9. 여섯 개의 숫자 0, 1, 2, 3, 4, 5 중 서로 다른 네 개의 숫자를 써서 네 자리의 정수를 만들 때, 짝수는 몇 개인가?

- ① 96 ② 114 ③ 128 ④ 144 ⑤ 156

해설

$\square\square\square\square_0 :_5 P_3 = 60$

$\square\square\square\square_2 : 4 \times 4 \times 3 = 48$

$\square\square\square\square_4 : 4 \times 4 \times 3 = 48$

$\therefore 60 + 48 \times 2 = 156$

10. 다음 표는 세계 각 국에서 사용하는 긴급구조대의 전화번호이다.

국가	한국	미국	호주	독일
전화번호	119	911	001	110

이들은 모두 0 부터 9 까지의 숫자로 이루어진 세 자리의 숫자이고, 이웃하는 어느 두 자리는 같은 숫자가 중복되어 있다. 이와 같이 세 자리의 숫자 중에서 이웃한 두 자리는 같은 숫자가 되는 전화번호의 종류는 모두 몇 가지인가?

- ① 160 ② 180 ③ 200 ④ 220 ⑤ 240

해설

이웃하는 방법에 따라 $\Delta\Delta\Delta$, $\Delta\Delta\Box$ 의 두 가지 경우가 있고, Δ 에 10가지 $\Box$ 가 9 가지이므로, 구하는 경우의 수는 $(10 \times 9) \times 2 = 180$

11. 0, 1, 2, 3, 4에서 서로 다른 4개의 숫자를 택하여 만들 수 있는 네 자리의 정수 중에서 4의 배수의 개수는?

- ① 12 ② 18 ③ 24 ④ 30 ⑤ 36

해설

끝의 두자리가 4의 배수가 되어야 한다.

⇒ 12, 20, 24,

32, 40, 04

각각의 경우를 구해 더한다.

$$\therefore 4 + 6 + 4 + 4 + 6 + 6 = 30$$

12. 0, 1, 2로 중복을 허락하여 만들 수 있는 다섯 자리의 정수의 개수는?

- ① 86가지 ② 98가지 ③ 132가지
④ 162가지 ⑤ 216가지

해설

첫 자리에 올 수 있는 숫자는 2가지이고 나머지는 모두 3가지이다.

$$\therefore 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 162 \text{가지}$$

13. 남학생 4명, 여학생 6명 중에서 반장 1명, 부반장 1명을 뽑을 때, 반장, 부반장 중에서 적어도 한 명은 여자인 경우의 수를 구하여라.

▶ 답: 가지

▷ 정답: 78가지

해설

전체의 경우에서 모두 남자인 경우의 수를 빼준다.

$${}_{10}P_2 - {}_4P_2 = 90 - 12 = 78$$

14. silent의 6개의 문자를 일렬로 배열할 때, 적어도 한쪽 끝에 모음이 오는 경우의 수는?

- ① 36 ② 72 ③ 144 ④ 288 ⑤ 432

해설

전체의 경우의 수에서 양쪽 끝 모두 자음이 오는 경우의 수를 빼준다.

$$6! - {}_4P_2 \times 4! = 432$$

15. 'korea'의 모든 문자를 써서 만든 순열 중 적어도 한 쪽 끝이 자음인 것의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 84개

해설

전체 경우의 수에서 양 쪽 끝이 모두 모음인 경우를 제외한다.

$$5! - {}_3P_2 \times 3! = 84$$