

1. 다음 중 집합 A, B 사이의 관계가 $A \subset B$ 인 것은?

- ① $A = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\},$
 $B = \{x \mid x \text{는 } 24 \text{의 약수}\}$
- ② $A = \{x \mid x \text{는 } 45 \text{의 약수}\},$
 $B = \{x \mid x \text{는 } 100 \text{의 약수}\}$
- ③ $A = \{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 배수}\},$
 $B = \{x \mid x \text{는 } 15 \text{의 배수}\}$
- ④ $A = \{x \mid x \text{는 } 56 \text{의 약수}\},$
 $B = \{x \mid x \text{는 } 7 \text{의 배수}\}$
- ⑤ $A = \{x \mid x \text{는 } 60 \text{의 약수}\},$
 $B = \{x \mid x \text{는 } 30 \text{의 배수}\}$

해설

- ① $A = \{1, 2, 4, 8\},$
 $B = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\} \Rightarrow A \subset B$
- ② $A = \{1, 3, 5, 9, 15, 45\},$
 $B = \{1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50, 100\}$
 $\Rightarrow A \cap B = \{1, 5\}$
- ③ $A = \{4, 8, 12, 16, 20, \dots\},$
 $B = \{15, 30, 45, 60, \dots\}$
 $\Rightarrow A \cap B = \{60, 120, 180, \dots\}$
- ④ $A = \{1, 2, 4, 7, 8, 14, 28, 56\},$
 $B = \{7, 14, 21, 28, \dots\} \Rightarrow A \not\subset B$
- ⑤ $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60\}$
 $B = \{30, 60, 90, \dots\} \Rightarrow A \cap B = \{30, 60\}$

2. 전체집합 U 의 부분집합 A 에 대하여 다음 중 옳은 것은?

① $B \cap A^c = A - B$

② $A \cap U = U$

③ $A^c = U - A$

④ $A \cap \emptyset = U$

⑤ $A \cup U = A$

해설

① $B \cap A^c = B - A$

② $A \cap U = A$

④ $A \cap \emptyset = \emptyset$

⑤ $A \cup U = U$

3. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 12\text{이하의 자연수}\}$ 의 부분집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 12\text{의 약수}\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족하는 U 의 부분집합 X 의 개수는?

$$A \cap X = A, \quad n(X) = 8$$

- ① 15개 ② 30개 ③ 256개
④ 512개 ⑤ 1024개

해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$, $A \subset X$, $n(X) = 8$ 이기 위해서 U 에서 A 의 원소 6개를 제외한 5, 7, 8, 9, 10, 11에서 2개를 선택하면 된다.

즉, (5, 7), (5, 8), (5, 9), (5, 10), (5, 11), (7, 8), (7, 9), (7, 10),
(7, 11), (8, 9), (8, 10), (8, 11), (9, 10), (9, 11), (10, 11)
따라서 15개이다.

4. 다음 중 명제의 역이 참인 것을 모두 고르면?

① x 가 소수이면 x 는 홀수이다.

② x 가 3의 배수이면 $x+1$ 은 짝수이다.

③ 4의 배수는 2의 배수이다.

④ $2x > x + 3$ 이면 $x > 3$ 이다.

⑤ $x + y \leq 5$ 이면 $x \leq 2, y \leq 3$ 이다.

해설

‘역’의 대우인 ‘이’가 참인지 확인 한다.

① x 가 소수가 아니면 x 는 짝수이다 (거짓) 반례: $x = 2$

② x 가 3의 배수가 아니면 $x+1$ 은 홀수이다. (거짓) 반례:
 $x = 5$

③ 4의 배수가 아니면 2의 배수가 아니다 (거짓) 반례: 6

④ $2x \leq x + 3 \rightarrow x \leq 3$ (참)

⑤ $x + y > 5 \rightarrow x > 2$ 또는 $y \geq 3$ (참)

5. 림은 $y = f(x)$ 와 $y = x$ 의 그래프이다. 이를 이용하여 $(f \circ f)(x) = d$ 를 만족시키는 x 의 값은 얼마인가?

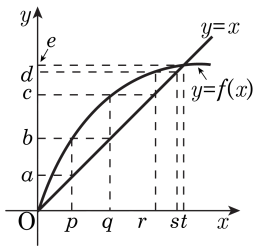
① p

② q

③ r

④ s

⑤ t



해설

$$(f \circ f)(x) = f(f(x)) = d \dots \dots \textcircled{7}$$

그런데, 주어진 그래프에서 $f(r) = d$ 이므로

$$\textcircled{7} \text{에서 } f(x) = r$$

$$\therefore r = c \text{ 에서 } f(x) = r = c$$

$$\therefore x = q$$

6. $2x - y + z = 0$, $x - 2y + 3z = 0$ 일 때, $\frac{x^2 - xy + y^2}{x^2 + y^2 + z^2}$ 의 값을 구하면 $\frac{n}{m}$ 이다. 이때, $m + n$ 의 값을 구하여라. (단, m, n 은 서로소)

▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

$$2x - y + z = 0 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$x - 2y + 3z = 0 \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠} \times 2 - \textcircled{㉡} : 3x = z$$

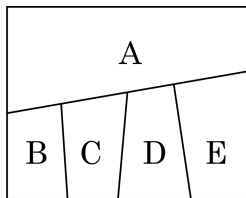
$$\therefore x = \frac{z}{3}, y = \frac{5z}{3}$$

여기서 $x = k$ 라 하면 $y = 5k, z = 3k$

$$\text{따라서 } \frac{x^2 - xy + y^2}{x^2 + y^2 + z^2} = \frac{k^2 - 5k^2 + 25k^2}{k^2 + 25k^2 + 9k^2} = \frac{3}{5} \therefore m = 5, n = 3$$

$$\therefore m + n = 8$$

7. 그림과 같이 구분된 A, B, C, D, E의 5부분에 서로 다른 6가지 색으로 칠하려고 한다. 같은 색을 여러 번 써도 좋으나 인접한 부분은 서로 다른 색으로 칠하려고 할 때, 칠하는 방법의 수는?



① 1440

② 1920

③ 2320

④ 2560

⑤ 3690

해설

A 부분에 칠하는 방법은 6가지,
 이 때 B에 칠하는 방법은 A에 칠한 색을 제외한
 5가지이고 C에는 A, B에 칠한 색을
 제외한 4가지, D에는 A, C에 칠한 색을
 제외한 4가지, E에는 A, D에 칠한 색을
 제외한 4가지이므로
 $6 \times 5 \times 4 \times 4 \times 4 = 1920$ (가지)

8. 연도인 2002 는 앞, 뒤 어느 쪽부터 읽어도 서로 같은 좌우대칭인 수이다. 2003 년부터 9999 년까지의 연도 중 2002 와 같이 좌우대칭인 수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 79 개

해설

좌우대칭인 네 자리 수는 앞의 두 자리 수만 정해지면 된다.
그런데, 2003 이상이 되려면 앞의 두 자리 수는 21 이상 99 이하의 수이어야 한다.
따라서 좌우대칭인 수의 개수는 $99 - 20 = 79$ (개) 이다.

9. 여섯 개의 숫자 0, 1, 2, 3, 4, 5 중 서로 다른 네 개의 숫자를 써서 네 자리의 정수를 만들 때, 짝수는 몇 개인가?

① 96

② 114

③ 128

④ 144

⑤ 156

해설

$$\boxed{}\boxed{}\boxed{}0 :_5 P_3 = 60$$

$$\boxed{}\boxed{}\boxed{}2 : 4 \times 4 \times 3 = 48$$

$$\boxed{}\boxed{}\boxed{}4 : 4 \times 4 \times 3 = 48$$

$$\therefore 60 + 48 \times 2 = 156$$

10. 남학생 4명, 여학생 6명 중에서 반장 1명, 부반장 1명을 뽑을 때, 반장, 부반장 중에서 적어도 한 명은 여자인 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 78 가지

해설

전체의 경우에서 모두 남자인 경우의 수를 빼준다.

$${}_{10}P_2 - {}_4P_2 = 90 - 12 = 78$$

11. 'korea'의 모든 문자를 써서 만든 순열 중 적어도 한 쪽 끝이 자음인 것의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 84 개

해설

전체 경우의 수에서 양 쪽 끝이 모두 모음인 경우를 제외한다.

$$5! - {}_3P_2 \times 3! = 84$$

12. A, B, C, D, E, F, G 중에서 A, B 를 포함하여 5개를 뽑아 일렬로 나열할 때, A 와 B 가 서로 이웃하지 않는 경우의 수는?

① 240

② 360

③ 480

④ 600

⑤ 720

해설

A, B 를 제외한 5개의 알파벳 중 3개를 뽑은 후,
 A, B 를 포함한 5개를 일렬로 나열하는 방법에서 A 와 B 가 서로 이웃하는 경우를 뺀 것을 곱한다.

$${}_5C_3 \times (5! - 4! \times 2) = 720$$

13. 두 집합 $A = \{4, 7, a + 1, 2a - 2\}$, $B = \{3, a + 2, b, 9\}$ 에 대하여 $A - B = \{4, 6\}$ 일 때, $A \cup B$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\{3, 4, 6, 7, 8, 9\}$

해설

$A - B = \{4, 6\}$ 이므로

$4 \in A$, $6 \in A$ 이고 $4 \notin B$, $6 \notin B$, $7 \in B$

$a + 1 = 6$ 또는 $2a - 2 = 6$

(i) $a + 1 = 6$ 일 때, $a = 5$

$A = \{4, 6, 7, 8\}$, $B = \{3, 7, b, 9\}$

$A - B = \{4, 6\}$ 이려면 $b = 8$

(ii) $2a - 2 = 6$ 일 때, $a = 4$

$A = \{4, 5, 6, 7\}$, $B = \{3, 6, b, 9\}$

$6 \notin B$ 이어야 하므로 $a \neq 4$

$\therefore A = \{4, 6, 7, 8\}$, $B = \{3, 7, 8, 9\}$

$A \cup B = \{3, 4, 6, 7, 8, 9\}$

14. 이차방정식 $x^2 - 2x + k = 0$ (k 는 실수)이 허근을 가질 때, $f(k) = k + 1 + \frac{1}{k-1}$ 의 최솟값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$$\frac{D}{4} = 1 - k < 0 \text{ 이므로 } k - 1 > 0$$

$$\begin{aligned} f(k) &= 2 + (k-1) + \frac{1}{k-1} \\ &\geq 2 + 2\sqrt{(k-1)\frac{1}{k-1}} = 4 \end{aligned}$$

따라서 $f(k)$ 의 최솟값은 4이다.

15. 자연수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(n) = \begin{cases} n-1 & (n \geq 100 \text{ 일 때}) \\ f(f(n+2)) & (n < 100 \text{ 일 때}) \end{cases}$ 에서 $f(98)$ 의 값을 구하면?

① 80

② 85

③ 95

④ 99

⑤ 102

해설

자연수 n 에 대하여

$$f(n) = \begin{cases} n-1 & (n \geq 100 \text{ 일 때}) \\ f(f(n+2)) & (n < 100 \text{ 일 때}) \end{cases} \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned} f(98) &= f(f(100)) = f(99) = f(f(101)) \\ &= f(100) = 99 \end{aligned}$$