

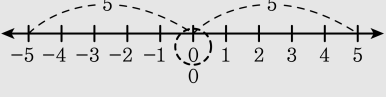
1. 수직선 위에서 원점으로부터 5 만큼 떨어진 점 중에서 작은 수에 대응하는 점을 A, -2 로부터 7 만큼 떨어진 점 중에서 큰 수에 대응하는 점을 B 라고 하자. 이때, 두 점 A, B 에서 같은 거리에 있는 점이 나타내는 정수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

원점으로부터 5 만큼 떨어진 점 중에서 작은 수는 -5 이고, -2 로부터 7 만큼 떨어진 점 중에서 큰 수는 $+5$ 가 된다. 그러므로 점 A 는 -5 에 대응하고 점 B 는 $+5$ 에 대응한다. 두 점 A, B 에서 같은 거리에 있는 점이 나타내는 정수는 다음 수직선과 같다.



2. $|a| = \frac{2}{3}$, $|b| = 0.5$ 일 때, $a + b$ 의 최솟값으로 옳은 것은?

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{7}{6}$ ③ $-\frac{1}{6}$ ④ $-\frac{7}{6}$ ⑤ $-\frac{7}{3}$

해설

$$\left| +\frac{2}{3} \right| = \left| -\frac{2}{3} \right| = \frac{2}{3} \therefore a = +\frac{2}{3}, -\frac{2}{3}$$

$$|+0.5| = |-0.5| = 0.5 \therefore b = +0.5, -0.5$$

$$a = +\frac{2}{3}, b = +0.5 \text{ 일 때, } a + b = \left(+\frac{2}{3} \right) + (+0.5) = +\frac{7}{6}$$

$$a = +\frac{2}{3}, b = -0.5 \text{ 일 때, } a + b = \left(+\frac{2}{3} \right) + (-0.5) = +\frac{1}{6}$$

$$a = -\frac{2}{3}, b = +0.5 \text{ 일 때, } a + b = \left(-\frac{2}{3} \right) + (+0.5) = -\frac{1}{6}$$

$$a = -\frac{2}{3}, b = -0.5 \text{ 일 때, } a + b = \left(-\frac{2}{3} \right) + (-0.5) = -\frac{7}{6}$$

$$-\frac{7}{6}, -\frac{1}{6}, \frac{1}{6}, \frac{7}{6} \text{ 이므로 최솟값은 } -\frac{7}{6} \text{ 이다.}$$

3. 절댓값이 같고 부호가 반대인 두 수 x, y 가 있다. 수직선 위에서 x 와 y 를 나타내는 점 사이의 거리는 14이고, x 를 나타내는 점이 y 를 나타내는 점보다 오른쪽에 있을 때, y 의 값은?

① 7 ② -7 ③ 14 ④ -14 ⑤ 0

해설

x 를 나타내는 점이 y 를 나타내는 점보다 오른쪽에 있으니 $x > y$ 이다.

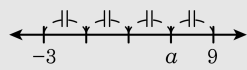
두 수의 절댓값이 같으므로 $x = +a$, $y = -a$ 임을 알 수 있다.

두 점 사이의 거리는 14이므로 $x = 7$, $y = -7$ 이다.

4. 세 수 -3 , a , 9 를 수직선 위에 나타내었더니 -3 에서 a 까지의 거리가 a 에서 9 사이의 거리의 3 배가 되었다. $-3 < a < 9$ 일 때 a 의 값은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설



-3 에서 a 까지의 거리를 $3x$ 라 하면, a 에서 9 까지의 거리는 x 이다. 그러므로 $4x = 12$ 이고, $x = 3$ 이다. -3 에서 a 까지의 거리가 9 이므로 $a = 6$ 이다.

5. $0 < a < 1$ 일 때, 다음 중 가장 큰 것은?

① a

② a^2

③ a^3

④ $\frac{1}{a}$

⑤ $-a$

해설

$a = \frac{1}{2}$ 라고 놓으면,

① $a = \frac{1}{2}$

② $a^2 = \frac{1}{4}$

③ $a^3 = \frac{1}{8}$

④ $\frac{1}{a} = 2$

⑤ $-a = -\frac{1}{2}$

6. $\frac{11}{2}$ 이상 $\frac{57}{5}$ 이하의 정수 중 $\left(+\frac{15}{4}\right) \div \left(-\frac{5}{16}\right) \times (-2)$ 의 약수의 개수는?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$\frac{11}{2}$ 이상 $\frac{57}{5}$ 이하의 정수는 $-11, -10, -9, -8, -7, -6, 6, 7, 8, 9, 10, 11$ 이다.

$$\left(+\frac{15}{4}\right) \div \left(-\frac{5}{16}\right) \times (-2)$$

$$= \left(+\frac{15}{4}\right) \times \left(-\frac{16}{5}\right) \times (-2) = 24$$

24의 약수는 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24이다.
따라서 2개이다.

7. 두 정수 a, b 에 대하여 $|a| = 3, |b| = 9$ 일 때, $a - b$ 의 값 중 가장 큰 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12 또는 +12

해설

$|a| = 3$ 이므로 $a = +3$ 또는 $a = -3$ 이다.
 $|b| = 9$ 이므로 $b = +9$ 또는 $b = -9$ 이다.
따라서 $a - b$ 의 값은 $a = +3, b = +9$ 일 때, $(+3) - (+9) = (+3) + (-9) = -6$ 이고
 $a = +3, b = -9$ 일 때, $(+3) - (-9) = (+3) + (+9) = +12$ 이고
 $a = -3, b = +9$ 일 때, $(-3) - (+9) = (-3) + (-9) = -12$ 이고
 $a = (-3) - (-9) = (-3) + (+9) = +6$ 이다.
따라서 가장 큰 값은 +12이다.

8. 다음 중 계산 결과가 옳지 않은 것을 모두 고르면?

㉠ $-1.5 + 4.6 - 2.1 = 0.9$

㉡ $3 - 2.5 + 0.9 = 1.4$

㉢ $\frac{1}{4} - 2 - \frac{3}{2} - \frac{1}{3} = -\frac{43}{12}$

㉣ $-10 + \frac{2}{3} - \frac{1}{2} + 8 = -\frac{59}{6}$

㉤ $-1.5 + 0.6 - 0.7 = -1.6$

해설

㉠ $-1.5 + 4.6 - 2.1 = 1$

㉣ $-10 + \frac{2}{3} - \frac{1}{2} + 8 = -\frac{11}{6}$

9. $(-1^{200}) - (-1)^{200} + (-1)^{199} - (-1^{199})$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$-1^{200} = -\frac{(1 \times 1 \times 1 \times \cdots \times 1)}{200 \text{ 개}} = -1$$

$$(-1)^{200} = \frac{(-1) \times (-1) \times \cdots \times (-1)}{200 \text{ 개}} = 1$$

$$(-1)^{199} = \frac{(-1) \times (-1) \times \cdots \times (-1)}{199 \text{ 개}} = -1$$

$$-1^{199} = \frac{-(1 \times 1 \times 1 \times \cdots \times 1)}{199 \text{ 개}} = -1$$

$$\therefore (-1^{200}) - (-1)^{200} + (-1)^{199} - (-1^{199}) = (-1) - 1 + (-1) - (-1) = -2$$

10. -3^2 의 역수를 a , $\left(-\frac{3}{2}\right)^3$ 의 역수를 b , $\frac{8}{5}$ 의 역수를 c 라 할 때,
 $a \div b - c$ 의 값은?

- ① $-\frac{1}{9}$ ② $-\frac{1}{4}$ ③ $\frac{9}{2}$ ④ $\frac{15}{4}$ ⑤ $\frac{17}{4}$

해설

$-3^2 = -9$ 의 역수는 $-\frac{1}{9}$ 이므로 $a = -\frac{1}{9}$,

$\left(-\frac{3}{2}\right)^3 = -\frac{27}{8}$ 의 역수는 $-\frac{8}{27}$ 이므로 $b = -\frac{8}{27}$

$\frac{8}{5}$ 의 역수는 $\frac{5}{8}$ 이므로 $c = \frac{5}{8}$

$$\begin{aligned} \therefore a \div b - c &= \left(-\frac{1}{9}\right) \div \left(-\frac{8}{27}\right) - \frac{5}{8} \\ &= \left(-\frac{1}{9}\right) \times \left(-\frac{27}{8}\right) - \frac{5}{8} \\ &= \frac{3}{8} - \frac{5}{8} = -\frac{2}{8} = -\frac{1}{4} \end{aligned}$$

11. $a \times b > 0$ 이고, $|a| = \frac{1}{5}$, $|b| = \frac{7}{10}$ 일 때, $a \div b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{2}{7}$

해설

$a \times b > 0$ 이므로 두 수의 부호는 서로 같다.

따라서 $a = \frac{1}{5}$, $b = \frac{7}{10}$ 일 때,

$a \div b = \frac{1}{5} \div \frac{7}{10} = \frac{1}{5} \times \frac{10}{7} = \frac{2}{7}$ 이다.

그리고 $a = -\frac{1}{5}$, $b = -\frac{7}{10}$ 일 때,

$a \div b = -\frac{1}{5} \div \left(-\frac{7}{10}\right) = -\frac{1}{5} \times \left(-\frac{10}{7}\right) = \frac{2}{7}$ 이다.

12. $\left(-\frac{1}{3}\right)^2 \times \left\{\square^2 \div \left(\frac{5}{3} - \frac{10}{7}\right)\right\} = \frac{3}{5} \div 7$ 에서 $\square$ 안에 알맞은 수를 모두 구하여라.

- ① $-\frac{7}{3}$ ② $-\frac{3}{7}$ ③ $\frac{7}{3}$ ④ $\frac{3}{7}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

해설

$$\begin{aligned} \frac{1}{9} \times \left\{\square^2 \div \left(\frac{5}{3} - \frac{10}{7}\right)\right\} &= \frac{3}{5} \times \frac{1}{7} \\ \square^2 \div \left(\frac{5}{3} - \frac{10}{7}\right) &= \frac{3}{5} \times \frac{1}{7} \times 9 \\ \square^2 &= \frac{3}{5} \times \frac{1}{7} \times 9 \times \frac{5}{21} = \frac{9}{49} \\ \therefore \square &= +\frac{3}{7}, -\frac{3}{7} \end{aligned}$$

13. 두 정수 a, b 에 대하여 절댓값이 같고, 두 점 사이의 거리가 5이하인 정수를 (a, b) 로 나타낼 때, 다음 중 옳지 않은 것은?
- ① $(1, 1)$ ② $(2, -2)$ ③ $(-1, 1)$
④ $(3, -3)$ ⑤ $(0, 0)$

해설

절댓값이 같으면, a 와 b 사이의 거리는 $2|a| (= 2|b|)$ 이다.
 $2|a| \leq 5$ 라고 했으므로, $-5 \leq 2a \leq 5$ 이다.
 a, b 는 $-\frac{5}{2} \leq a \leq \frac{5}{2}, -\frac{5}{2} \leq b \leq \frac{5}{2}$ 을 만족하는 정수이므로
 $a = -2, -1, 0, 1, 2$ $b = -2, -1, 0, 1, 2$ 이다.
따라서 조건을 만족하는 정수들을 구해보면
 $(-2, -2), (-2, 2), (-1, -1), (-1, 1), (0, 0), (1, 1), (1, -1),$
 $(2, 2), (2, -2)$ 이다.

14. 네 정수 a, b, c, d 가 다음 조건을 만족할 때, a 와 부호가 같은 것을 모두 구하여라

$$ab + cd < 0, \quad \frac{a}{b} > 0, \quad a + b + c = 0$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : b

▷ 정답 : d

해설

$\frac{a}{b} > 0$ 이므로 $a > 0$ 일 때와 $a < 0$ 일 때로 나누어 풀어 본다.

(1) $a > 0$ 이면, $b > 0$ 이다.

$a + b + c = 0$, $c < 0$ 이다.

$ab + cd < 0$, $ab > 0$ 이므로 $d > 0$ 이다.

(1) $a < 0$ 이면, $b < 0$ 이다.

$a + b + c = 0$, $c > 0$ 이다.

$ab + cd < 0$, $ab > 0$ 이므로 $d < 0$ 이다.

따라서 항상 a 와 부호가 같은 것은 b, d 이다.

15. $\frac{1}{3} + \frac{1}{15} + \frac{1}{35} + \frac{1}{63} + \cdots + \frac{1}{2499}$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{25}{51}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{1}{3} + \frac{1}{15} + \frac{1}{35} + \frac{1}{63} + \cdots + \frac{1}{2499} \\ &= \frac{1}{1 \times 3} + \frac{1}{3 \times 5} + \frac{1}{5 \times 7} + \frac{1}{7 \times 9} + \cdots + \frac{1}{49 \times 51} \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{3} \right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right) + \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{7} \right) + \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{9} \right) \\ &\quad + \cdots + \left(\frac{1}{49} - \frac{1}{51} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{51} \right) \\ &= \frac{25}{51} \end{aligned}$$

16. $a > 0$, $b < 0$ 인 두 정수 a , b 에 대하여 a 의 절댓값은 b 의 절댓값의 3 배이고, a , b 에 대응하는 수직선 위의 두 점 사이의 거리는 12 이다. 이 때, $a + b$ 의 값은?

① -6 ② -3 ③ 0 ④ 3 ⑤ 6

해설

a , b 에 대응하는 수직선 위의 두 점 사이의 거리가 12 이고
 a 의 절댓값은 b 의 절댓값의 3 배이므로

a 의 절댓값은 $12 \times \frac{3}{1+3} = 9$ 이고

b 의 절댓값은 $12 \times \frac{1}{1+3} = 3$ 이다.

$a > 0$, $b < 0$ 이므로 $a = +9$, $b = -3$ 이다.

$\therefore a + b = 9 + (-3) = 6$

17. 다음 조건을 만족시키는 세 정수 a, b, c 의 대소 관계를 옳게 나타낸 것은?

- ㉠ a 와 4의 합은 양수이고, a 와 2의 합은 음수이다.

㉡ b 와 c 의 절댓값은 a 의 절댓값보다 작다.

㉢ b 는 c 보다 a 에 더 가깝다.

- ① $a < b < c$

② $b < a < c$

③ $a < c < b$

④ $b < c < a$

⑤ $c < a < b$

해설

㉠ a 와 4의 합이 양수이고, a 와 2의 합은 음수이므로 $a < 0$ 이고 $2 < (a \text{의 절댓값}) < 4$ 이다. $\therefore a = -3$ ($\because a$ 는 정수)

㉡ $(b \text{와 } c \text{의 절댓값}) < 3$ 이므로 $-3 < b < 3, -3 < c < 3$ 이다.

㉢ b 는 c 보다 a 에 가깝다.

$\therefore -3 < b < c < 3$

따라서, ㉠, ㉢에 의하여 $a < b < c$

18. 5 보다 크고 10 보다 작은 유리수 중, 분모가 9 인 기약분수를 작은 순서대로 각각 $a_1, a_2, a_3, \dots$ 라고 할 때, $(a_1 - a_2) + (a_3 - a_4) + (a_5 - a_6) + \dots$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{5}{3}$

해설

$5 = \frac{45}{9}, 10 = \frac{90}{9}$ 이므로,

$$\begin{aligned} & (a_1 - a_2) + (a_3 - a_4) + (a_5 - a_6) + \dots \\ &= \left(\frac{46}{9} - \frac{47}{9}\right) + \left(\frac{49}{9} - \frac{50}{9}\right) + \left(\frac{52}{9} - \frac{53}{9}\right) + \dots \\ &= \left(-\frac{1}{9}\right) \times 15 \\ &= -\frac{5}{3} \end{aligned}$$

이다.

19. 두 유리수 a, b 에 대하여 $\frac{b}{a} < 0$, a 의 절댓값이 $\frac{1}{2}$, b 의 절댓값이 $\frac{2}{3}$ 일 때, $(a-b)^2$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{36}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{4}{9}$ ④ $\frac{25}{36}$ ⑤ $\frac{49}{36}$

해설

$\frac{b}{a} < 0$ 이므로 a, b 는 서로 다른 부호의 수이다.

$$(1) a > 0, b < 0 \text{ 일 때, } a = \frac{1}{2}, b = -\frac{2}{3}$$

$$(a-b)^2 = \left\{ \frac{1}{2} - \left(-\frac{2}{3} \right) \right\}^2 = \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3} \right)^2 = \left(\frac{3}{6} + \frac{4}{6} \right)^2 = \frac{49}{36}$$

$$(2) a < 0, b > 0 \text{ 일 때, } a = -\frac{1}{2}, b = \frac{2}{3}$$

$$(a-b)^2 = \left(-\frac{1}{2} - \frac{2}{3} \right)^2 = \left(-\frac{1}{2} + \frac{2}{3} \right)^2 = \frac{49}{36}$$

$$(1), (2) \text{에 의해 } (a-b)^2 = \frac{49}{36}$$

20. $-1\frac{1}{3}$, 0.25 , $\frac{3}{4}$ 에서 두 수를 선택하여 곱하고 나머지 수로 나눈 값을 x 라고 할 때, x 의 절댓값이 최대가 되는 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

x 의 절댓값이 최대가 되려면 세 수 중 절댓값이 최소인 수 0.25 로 나누면 된다.

$$\left(-1\frac{1}{3}\right) \times \frac{3}{4} \div 0.25 = (-1) \div 0.25 = -4$$

$|-4|$ 의 절댓값은 $4 \therefore x = -4$

21. 네 수 A, B, C, D 는 서로 다른 정수이다. 네 정수가 다음 조건을 모두 만족할 때, 옳은 것을 모두 고르면?

- $\textcircled{\text{㉠}}$ $C - B < 0$

$\textcircled{\text{㉡}}$ $B + D = 0$

$\textcircled{\text{㉢}}$ $B \times D < 0, A - D < 0$

$\textcircled{\text{㉣}}$ A 는 B 보다 원점에 가까운 양수이다.

- $\textcircled{\text{①}}$ $B \times C > 0$

$\textcircled{\text{②}}$ $A \times D < 0$

$\textcircled{\text{③}}$ $A + B > 0$

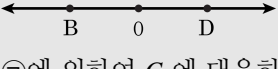
$\textcircled{\text{④}}$ $A + B + C + D < 0$

$\textcircled{\text{⑤}}$ $C < B < A < D$

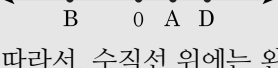
해설

$\textcircled{\text{㉡}}$ 에 의하여 두 수 B 와 D 는 절댓값이 같고 부호가 서로 다른 수이므로 수직선 위에서 B 와 D 에 대응하는 점의 한 가운데 점이 원점이 된다.

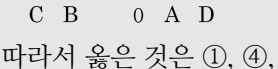
$\textcircled{\text{㉢}}$, $\textcircled{\text{㉣}}$ 에 의하여 B 에 대응하는 점은 원점의 왼쪽, D 에 대응하는 점은 원점의 오른쪽에 있다. 그리고 A 에 대응하는 점은 원점의 오른쪽에 있고, D 에 대응하는 점보다 왼쪽에 있다.



$\textcircled{\text{㉠}}$ 에 의하여 C 에 대응하는 점은 B 에 대응하는 점보다 왼쪽에 있다.



따라서, 수직선 위에는 왼쪽부터 C, B, A, D 에 대응하는 점 순서대로 놓이게 되므로, 가장 작은 수부터 차례로 나열하면 C, B, A, D 이다.



따라서 옳은 것은 ①, ④, ⑤이다.

22. 분배법칙 $a \times (b + c) = a \times b + a \times c$ 를 이용하여 두 수 $8^{29} - 8^{28}$, 8^{28} 의 대소 관계를 구하면?

① $8^{29} - 8^{28} < 8^{28}$

② $8^{29} - 8^{28} \leq 8^{28}$

③ $8^{29} - 8^{28} \geq 8^{28}$

④ $8^{29} - 8^{28} > 8^{28}$

⑤ $8^{29} - 8^{28} = 8^{28}$

해설

$$\begin{aligned} 8^{29} - 8^{28} &= 8 \times 8^{28} - 8^{28} = (8 - 1)8^{28} = 7 \times 8^{28} \text{ 이므로} \\ 8^{29} - 8^{28} &> 8^{28} \end{aligned}$$

23. 수직선 위의 점 A,B,C,D,E 는 왼쪽부터 차례대로 위치한다.

$A\left(-\frac{4}{3}\right), B(x), C(y), D\left(\frac{13}{6}\right), E(z)$

점 B,C 사이의 거리는 점 A,B 사이의 거리의 두 배이고, 점 C,D 사이의 거리는 점 B,C 사이의 거리의 두 배이고, 점 D,E 사이의 거리는 점 C,D 사이의 거리의 두 배일 때, $x+y+z$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{11}{2}$

해설

$B-A = k$ 라 두면, $C-B = 2k, D-C = 4k, E-D = 8k, D-A = 7k$ 이고,

$\frac{13}{6} - \left(-\frac{4}{3}\right) = 7k, k = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ 이다.

$$x = -\frac{4}{3} + \frac{1}{2} = -\frac{5}{6},$$

$$y = -\frac{5}{6} + 1 = \frac{1}{6},$$

$$z = \frac{13}{6} + 4 = \frac{37}{6}$$

$$\therefore x+y+z = -\frac{5}{6} + \frac{1}{6} + \frac{37}{6} = \frac{33}{6} = \frac{11}{2}$$

24. 유리수 x 에 대하여 $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대의 정수로 정의한다. 한 자리 자연수 a 와 십의 자리의 숫자가 a 인 두 자리 자연수 b 에 대하여 $\left[\frac{b}{a}\right]$ 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

1) b 의 일의 자리 수가 a 보다 작으면, $\frac{b}{a} = 10.\times\times\times$ 이다.

이때, $\left[\frac{b}{a}\right] = 10$ 이다.

2) b 의 일의 자리 수가 a 보다 크면, $\frac{b}{a} = 11.\times\times\times$ 이다.

이때, $\left[\frac{b}{a}\right] = 11$ 이다.

따라서 $\left[\frac{b}{a}\right]$ 의 최댓값은 11이고 최솟값은 10이므로 $10+11 = 21$ 이다.

25. 다음 그림과 같은 아무것도 적혀 있지 않은 카드 2009 개가 일렬로 놓여 있다. 왼쪽부터  ... 카드에 적혀 있는 숫자에 7 을 곱해서 나온 수의 일의 자리를 바로 다음 카드에 적어 넣는다. 첫 장의 카드에 1 을 적는다면 마지막 카드에 적힐 숫자는 얼마인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

최초에 카드가 1 이므로 두 번째 카드부터 나오는 수를 구해 보면,
 $1 \rightarrow 7 \rightarrow 9 \rightarrow 3 \rightarrow 1 \rightarrow 7 \rightarrow 9 \rightarrow 3 \rightarrow 1 \cdots$
카드는 4 장 단위로 다시 1 이 된다.
2008 번째의 카드가 3 이므로, 2009 번째 카드는 1 이다.