

1. 15 이하의 자연수 중에서 12 와 서로소인 자연수의 개수는?

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

15 이하의 자연수 중에서 12 와 최대공약수가 1 인 수들을 모두 구하면 1, 5, 7, 11, 13 의 5 개이다. 따라서 15 이하의 자연수 중에서 12 와 서로소인 자연수는 모두 5 개이다.

2. 두 수 $3^5 \times 5^5 \times 7^c$, $3^a \times 5^b \times 7^6 \times 13^4$ 의 최대공약수가 315 일 때, $a + b - c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

최대공약수가 $315 = 3^2 \times 5 \times 7$ 이고
 $3^5 \times 5^5 \times 7^c$ 에서 3 의 지수가 5 이므로
 $3^a \times 5^b \times 7^6 \times 13^4$ 에서 3 의 지수가 2 이어야 한다.
같은 방식으로
 $3^5 \times 5^5 \times 7^c$ 에서 5 의 지수가 5 이므로
 $3^a \times 5^b \times 7^6 \times 13^4$ 에서 5 의 지수가 1 이어야 한다.
또한,
 $3^a \times 5^b \times 7^6 \times 13^4$ 에서 7 의 지수가 6 이므로
 $3^5 \times 5^5 \times 7^c$ 에서 7 의 지수가 1 이어야 한다.
따라서 $a = 2, b = 1, c = 1$
 $a + b - c = 2 + 1 - 1 = 2$

3. 세 수 $2 \times 3^2 \times 5$, $2^2 \times 3 \times 7$, $2^3 \times 5 \times 7$ 의 최소공배수는?

- ① $2^3 \times 5^2 \times 7$ ② $2 \times 3 \times 5^2$ ③ $2^3 \times 3^2 \times 5$
④ $2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7$ ⑤ $2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$

해설

$2 \times 3^2 \times 5$, $2^2 \times 3 \times 7$, $2^3 \times 5 \times 7$
최소공배수: $2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$

4. A_k 는 k 의 배수 모임이라고 하면 A_{12} 는 12의 배수 모임, A_{18} 은 18의 배수 모임이다. A_{12} 와 A_{18} 의 공통인 수들의 모임을 A_n 이라고 할 때, n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 36

해설

A_{12} 는 12의 배수 $\Rightarrow 12, 24, 36, \dots$,
 A_{18} 은 18의 배수 $\Rightarrow 18, 36, 54, \dots$ 이므로
 A_{12} 와 A_{18} 의 공통인 수들의 모임은 $\Rightarrow 36, 72, 108, \dots$ 이다.
 $36, 72, 108, \dots$ 는 36의 배수 모임이므로 n 은 36이다.

5. 세 자연수 A, B, C 의 최소공배수가 26 일 때, A, B, C 의 공배수 중 80 이하의 자연수는 몇 개인가?

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

세 자연수의 공배수는 최소공배수의 배수를 구하면 된다.
세 자연수 A, B, C 의 최소공배수가 26 이므로 A, B, C 의 공배수 중 80 이하의 자연수는 26, 52, 78 이다.
따라서 3 개이다.

6. 자연수 n 에 대하여 $n+3$ 은 5의 배수이고 $n+5$ 는 3의 배수일 때, $n+8$ 을 15로 나눈 나머지를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$n+3$ 은 5의 배수이므로
값은 2, 7, 12, 17, 22, ... 이고,
 $n+5$ 는 3의 배수이므로
값은 1, 4, 7, 10, 13, 16, 19, 22, ... 이다.
그러므로 자연수 n 이 될 수 있는 수는
위 두 값의 공통부분이므로 7, 22, 37, 52, ... 이다.
 $\therefore (n+8 \text{을 } 15 \text{로 나눈 나머지})=0$

7. 공책 48 권, 볼펜 80 개, 가위 64 개를 하나도 빠짐없이 가능한 많은 사람에게 똑같이 나누어주려고 한다. 몇 사람에게 나누어줄 수 있는가?

① 10 명 ② 12 명 ③ 14 명 ④ 16 명 ⑤ 20 명

해설

구하고자 하는 학생 수는 48, 80, 64 의 최대공약수이므로 16 (명)이다.

8. 천을 가공하는 공장에서 가로, 세로의 길이가 각각 60cm, 90cm 인 천을 남는 부분 없이 정사각형 모양의 조각으로 자르려고 한다. 잘려진 조각의 넓이를 가장 크게 하려고 할 때, 한 번의 길이를 구하여라.

▶ 답: cm

▶ 정답 : 30cm

해설

자르려고 하는 정사각형 모양의 합판의 한 변의 길이는 60 과 90 의 공약수이다.

그런데 잘려진 조각의 넓이를 가장 크게 한다고 했으므로 한 변의 길이는 60 과 90 의 최대공약수이다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 60 \ 90} \\ 3 \overline{) 30 \ 45} \\ 5 \overline{) 10 \ 15} \\ \hline 2 \quad 3 \end{array} \quad \therefore 2 \times 3 \times 5 = 30(\text{cm})$$

9. 어떤 자연수로 24 를 나누면 나누어 떨어지고, 61 을 나누면 1 이 남는다고 한다. 이러한 자연수 중에서 가장 큰 자연수를 구하면?

① 6 ② 12 ③ 18 ④ 24 ⑤ 32

해설

어떤 수는 24, $61 - 1 = 60$ 의 공약수이다.
이 중 가장 큰 수는 두 수의 최대공약수이므로 12 이다.

10. 아름이와 다운이는 각각 8 일, 12 일 간격으로 같은 장소에서 봉사활동을 하고 있다. 4 월 5 일에 함께 봉사활동을 하였다면 다음에 처음으로 봉사활동을 함께 하는 날은 몇 월 며칠인가?

- ① 4 월 29 일 ② 4 월 30 일 ③ 4 월 28 일
④ 5 월 1 일 ⑤ 5 월 3 일

해설

$8 = 2^3$, $12 = 2^2 \times 3$ 이다.
8 과 12 의 최소공배수는 $2^3 \times 3 = 24$ 이다.
24 일 후인 29 일에 다음에 처음으로 봉사활동을 함께 한다.

11. 두께가 각각 8cm, 6cm 인 두 종류의 책 A, B 를 같은 종류의 책끼리 각각 쌓아서 그 높이가 같게 하려고 한다. 될 수 있는 대로 적은 수의 책을 쌓는다고 할 때, 쌓아야 할 책의 수를 각각 구하면?
- ① 책 A : 2 권, 책 B : 4 권 ② 책 A : 3 권, 책 B : 4 권
③ 책 A : 4 권, 책 B : 2 권 ④ 책 A : 4 권, 책 B : 3 권
⑤ 책 A : 4 권, 책 B : 4 권

해설

될 수 있는 대로 적은 수의 책을 쌓아야 하므로 그 높이는 8 과 6 의 최소공배수인 24 이다. 따라서 책을 쌓은 높이는 24cm 가 된다.

이때, 책의 수는 각각 $24 \div 8 = 3$ (권), $24 \div 6 = 4$ (권)이다.
즉, 두께가 8cm 인 책 A 는 3 권, 두께가 6cm 인 책 B 는 4 권을 쌓아야 한다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 8 \quad 6} \\ \underline{4 \quad 3} \end{array}$$

12. 두 분수 $\frac{81}{n}$, $\frac{72}{n}$ 를 자연수로 만드는 n 의 값을 모두 더하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

n 은 81, 72 의 공약수, 공약수는 최대공약수의 약수이므로
81 와 72 의 최대공약수는 9 이다.
9의 약수는 1, 3, 9 이다.
따라서 13 이다.

13. 24, 32 의 최대공약수는?

① 2^2

② 3^2

③ 2^3

④ $2^2 \times 3$

⑤ 2×3

해설

$24 = 2^3 \times 3$, $32 = 2^5$ 이므로 최대공약수는 2^3

14. 세 수 60, 90, 150 의 공약수 중에서 소수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

60, 90, 150 의 최대공약수 : 30

공약수 중 소수 : 2, 3, 5

(소수의 합) = $2 + 3 + 5 = 10$

15. 두 자연수 $2^2 \times 5^2 \times 15$, $2^2 \times 5^{\square} \times 14$ 의 공약수의 개수가 12개일 때 $\square$ 안에 들어가기에 적당하지 않은 수는?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 7

해설

$2^2 \times 5^3 \times 3$, $2^3 \times 5^{\square} \times 7$ 공약수의 개수가 12 개이므로 $2^2 \times 5^x$ 에서 $3 \times (x+1) = 12 \quad \therefore x = 3$ 따라서, 최대공약수는 $2^2 \times 5^3$
 $\therefore \square \geq 3$

16. $2^3 \times 3^5 \times 5$ 와 $2^3 \times 3^4 \times 5^2 \times 7$ 의 공약수 중에서 어떤 자연수의 제곱이 되는 것은 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 6 개

해설

주어진 두 수의 최대공약수는 $2^3 \times 3^4 \times 5$ 이므로
이 수의 약수 중 제곱이 되는 수를 찾는다.
 $1^2, 2^2, 3^2, 3^4, 2^2 \times 3^2, 2^2 \times 3^4$ 모두 6 개이다.

17. 다음 두 수 $2^a \times 3^3 \times 5^2$, $2^5 \times 3^2 \times 5^{a+1}$ 의 최소공배수가 $2^5 \times 3^3 \times 5^{a+1}$ 일 때, 다음 중 자연수 a 가 될 수 없는 것은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

2^a 와 2^5 의 최소공배수가 2^5 이므로 a 는 5 이하의 수가 되어야 한다.

또한 5^2 과 5^{a+1} 의 최소공배수가 5^{a+1} 이므로 $a+1$ 은 2 이상의 수가 되어, a 는 1 이상의 수가 된다.

따라서 두 조건을 모두 만족시키는 자연수는 1, 2, 3, 4, 5이다.

18. 네 수 14, 42, 56, A 의 최소공배수가 336 일 때, A 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 336

해설

$14 = 2 \times 7$, $42 = 2 \times 3 \times 7$, $56 = 2^3 \times 7$, $336 = 2^4 \times 3 \times 7$ 이므로,
 A 값이 될 수 있는 수는 $2^4 \times 3^x \times 7^y$ (x, y 는 0 또는 1)이며,
최댓값을 가질 때는 $x, y = 1$ 일 때이므로 A 의 최댓값은 336 이다.

19. 가로, 세로의 길이가 각각 100m, 80m 인 직사각형 모양의 꽃밭의 가장자리에 일정한 간격으로 나무를 심으려고 한다. 네 모퉁이에는 반드시 나무를 심어야 하고, 나무를 가능한 한 적게 심으려고 할 때, 필요한 나무의 그루수는?
- ① 10 그루 ② 12 그루 ③ 14 그루
④ 16 그루 ⑤ 18 그루

해설

나무 사이의 간격을 $x(m)$ 라 할 때,
 $100 = x \times \square$, $80 = x \times \triangle$
 x 는 100 과 80 의 최대공약수이므로
 $100 = 2^2 \times 5^2$, $80 = 2^4 \times 5$
 $\therefore x = 2^2 \times 5 = 20 (m)$
나무 사이의 간격을 20m 라 할 때,
가로 $100 = 20(m) \times 5$ (그루)
세로 $80 = 20(m) \times 4$ (그루)
직사각형 모양의 꽃밭의 가장자리에 필요한 나무 그루수는
 $(5 + 4) \times 2 = 18$ (그루)

20. 서로 맞물려 도는 톱니바퀴 ㉠과 ㉡이 있다. ㉠의 톱니 수는 20, ㉡의 톱니 수는 15일 때, 이 톱니가 같은 이에서 다섯 번째로 다시 맞물리는 것은 ㉡이 몇 바퀴 돈 후인가?

- ① 16 바퀴
- ② 18 바퀴
- ㉢ 20 바퀴
- ④ 21 바퀴
- ⑤ 24 바퀴

해설

20 와 15 의 최소공배수는 60 이다.
같은 지점에 첫번째로 맞물릴 때까지 ㉡ 톱니바퀴는 $60 \div 15 = 4$ (바퀴) 회전하므로
다섯번째로 맞물릴때까지 바퀴 수는 $4 \times 5 = 20$ (바퀴) 이다.

21. 자연수 N 을 15 이하의 2 의 배수로 나누면 나머지는 모두 1 이다.
이것을 만족하는 N 중에서 1500 에 가장 가까운 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1681

해설

15 이하의 2 의 배수는 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14 이다.
2, 4, 6, 8, 10, 12, 14 의 최소공배수는 840 이므로 구하는
수는 $840 \times 2 + 1 = 1681$ 이다.

22. 자연수 x, y, z 가 $x : y : z = 3 : 8 : 10$ 을 만족하고, x, y, z 의 최대공약수와 최소공배수의 합이 1452 일 때, x, y, z 를 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 36$

▷ 정답 : $y = 96$

▷ 정답 : $z = 120$

해설

$x = 3a$, $y = 8a$, $z = 10a$ 라 두면,
 x, y, z 의 최대공약수 = a , 최소공배수 = $120 \times a$ 이다.
 $121 \times a = 1452 \rightarrow a = 12$
 $\therefore x = 36$, $y = 96$, $z = 120$

23. $ab = 250$ 이고, a, b 의 최대공약수는 5 를 만족하는 순서쌍 (a, b) 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답 : 4 개

해설

$a = 5 \times m, b = 5 \times n$ 이라 두면,
 $25 \times m \times n = 250 \rightarrow m \times n = 10$,
 $(a, b) = (5, 50), (10, 25), (25, 10), (50, 5)$
 $\therefore$ (순서쌍 (a, b))의 개수 = 4 (개)

24. 다음 보기를 모두 만족 시키는 자연수는 모두 몇 개인가?

보기

- ☐ ㉠ 100 이하의 자연수이다.

☐ ㉡ 3의 배수

☐ ㉢ 5의 배수

☐ ㉣ 4로 나누면 나머지가 3인 수

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

3과 5의 최소공배수는 15이므로 15, 30, 45, 60, 75, 90,
이 중에서 4로 나누었을 때 나머지가 3인 수는 15, 75의 2개

25. 어떤 분수에 $\frac{20}{9}$, $\frac{25}{12}$ 의 어느 것을 곱하여도 그 결과는 자연수라고 한다. 이를 만족하는 분수 중 가장 작은 분수를 A 라 할 때, $A \times \frac{20}{9}$ 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

구하려는 분수를 $A = \frac{b}{a}$ 라고 하자.

$$\frac{20}{9} \times \frac{b}{a} = (\text{자연수}) \rightarrow \begin{cases} b \text{는 } 9 \text{의 배수} \\ a \text{는 } 20 \text{의 약수} \end{cases}$$

$$\frac{25}{12} \times \frac{b}{a} = (\text{자연수}) \rightarrow \begin{cases} b \text{는 } 12 \text{의 배수} \\ a \text{는 } 25 \text{의 약수} \end{cases}$$

$$\therefore \frac{b}{a} = \frac{(9, 12 \text{의 공배수})}{(20, 25 \text{의 공약수})} \dots \textcircled{1} \text{이다.}$$

①을 만족하는 가장 작은 분수

$$\frac{b}{a} = \frac{(9, 12 \text{의 최소공배수})}{(20, 25 \text{의 최대공약수})}$$

$$\therefore A = \frac{b}{a} = \frac{36}{5}$$

$$\text{따라서 } A \times \frac{20}{9} = \frac{36}{5} \times \frac{20}{9} = 4 \times 4 = 16 \text{ 이다.}$$