1. ${}_5P_0 = a,\ {}_5P_5 = b$라 할 때, $b - a$의 값은?

① 104 ② 111 ③ 115 ④ 119 ⑤ 120

해설

$a = {}_5P_0 = 1$
$b = {}_5P_5 = 5! = 120$
$\therefore\ b - a = 119$

2. 다음은 서로 다른 n개에서 서로 다른 r개를 꺼내어 일렬로 배열하는 방법의 수를 구하는 과정이다.

> (ⅰ) n개에서 특정한 1개를 뺀 나머지에서 r개를 꺼내어 배열한다.
> (ⅱ) n개에서 특정한 1개를 포함하여 r개를 꺼내어 배열한다.
> (ⅰ), (ⅱ)는 배반이므로,
> $\therefore {}_nP_r =$ (가) $+$ (나)

위의 과정에서 (가), (나)에 들어갈 알맞은 식은?

① (가): ${}_{n-1}P_r$, (나): ${}_{n-1}P_{r-1}$

② (가): ${}_{n-1}P_r$, (나): ${}_nP_{r-1}$

③ (가): ${}_nP_r$, (나): ${}_{n-1}P_{r-1}$

④ (가): ${}_{n-1}P_r \times r$, (나): ${}_{n-1}P_{r-1}$

⑤ (가): ${}_{n-1}P_r$, (나): ${}_{n-1}P_{r-1} \times r$

해설

(ⅰ)에서 ${}_{n-1}P_r \leftarrow$(가)
(ⅱ) 에서 특정한 1개를 포함시켜 r개를 꺼내려면
$n-1$개에서 $r-1$개를 꺼내어 배열한 다음
$({}_{n-1}P_{r-1})$, 특정한 1개를 다시 이것들과 배열시키는 것을 생각한다.
따라서 ${}_{n-1}P_{r-1} \times r \leftarrow$(나)

3. $\frac{{}_nP_3}{{}_{n+2}P_3} = \frac{5}{12}$ 일 때 n 값을 구하면?

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

$$\frac{{}_nP_3}{{}_{n+2}P_3} = \frac{\frac{n!}{(n-3)!}}{\frac{(n+2)!}{(n+2-3)!}}$$

$$= \frac{(n-2)(n-1)}{(n+1)(n+2)} = \frac{5}{12}$$

$\frac{(n-2)(n-1)}{(n+1)(n+2)} = \frac{5}{12}$ 을 풀면

$7n^2 - 51n + 14 = 0$

$(7n-2)(n-7) = 0$

$\therefore n = \frac{2}{7}$ 또는 $n = 7$

${}_nP_3$ 에서 n은 3 이상의 자연수이므로

$\therefore n = 7$

4. 5 개의 숫자 1, 2, 3, 4, 5 중에서 서로 다른 4 개의 숫자를 사용하여 만든 네 자리의 자연수의 개수는?

① 5 ② 10 ③ 20 ④ 60 ⑤ 120

해설

네 자리 자연수는 수의 배열에서 순서에 따라 다른 수가 되므로 5 개의 숫자 중에서 서로 다른 4 개를 택하는 순열의 수이므로 ${}_5P_4 = 5 \times 4 \times 3 \times 2 = 120$ (가지)

5. 1, 2, 3, 4, 5 를 써서 만들 수 있는 세 자리 정수 중에서 각 자리의 숫자가 모두 다른 것은 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 60 개

해설

${}_5P_3 = 5 \times 4 \times 3 = 60$(개)

6. 다섯 개의 숫자 $1, 2, 3, 4, 5$ 에서 서로 다른 세 숫자를 택하여 세 자리의 자연수를 만들 때, 5 의 배수의 개수는?

① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

해설

다섯 개의 숫자 $1, 2, 3, 4, 5$ 에서 서로 다른 세 숫자를 택하여 만든 세 자리의 자연수가 5 의 배수이려면 일의 자리의 수가 5 이어야 한다.
따라서, $1, 2, 3, 4$ 에서 서로 다른 두 숫자를 택하여 백의 자리와 십의 자리에 배열하면 되므로 구하는 5 의 배수의 개수는 ${}_4P_2 = 4 \times 3 = 12$ (개)

7. 4개의 숫자 1, 2, 3, 4를 이용하여 만든 네 자리의 정수 중에서 2300 보다 큰 수의 개수는?

① 12개 ② 16개 ③ 20개 ④ 24개 ⑤ 30개

해설

23□□ 의 개수 : 2개

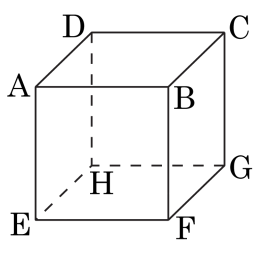
24□□ 의 개수 : 2개

3□□□ 의 개수 : 6개

4□□□ 의 개수 : 6개

$\therefore 2+2+6+6=16$(개)

8. 다음 그림의 정육면체에서 모서리를 따라 꼭짓점 A 에서 G 까지의 최단경로의 수를 구하시오.



▶ 답 : 개

▷ 정답 : 6 개

해설

A 에서 가는 방법은 B, D, E 의 3 가지 이고 B, D, E 에서 G 로 가는 방법은 각각 2 가지
(예를 들어 $B \to C \to G$ 또는
$B \to F \to G$, 2 가지)
$\therefore$ 따라서 최단경로는 $3 \times 2 = 6$ (가지)

해설

$A \to B$ 와 같이 가는 경우를 a ,
$A \to D$ 와 같이 가는 경우를 b ,
$A \to E$ 와 같이 가는 경우를 c 라 하면,
$A \to G$ 로 가는 최단경로의 수는 a, b, c 의 배열과 같다.
$\therefore 3! = 6$ (가지)

9. 여섯 개의 수 3, 4, 5, 6, 7, 8 에서 서로 다른 두 수 p, q 를 택하여 이차방정식 $px^2 + qx = 0$ 을 만들 때, 만들 수 있는 집합 $A = \{x|px^2 + qx = 0\}$ 의 개수는?

① 22 ② 23 ③ 24 ④ 25 ⑤ 26

해설

6 개의 수 중에서 2 개를 택하여 p, q 에 나열하는 경우의 수를 생각한다.
${}_6P_2 = 6 \times 5 = 30$ 개.
이 중에서 $p = 3, q = 6$ 인 경우와 $p = 4, q = 8$ 인 경우의 해는 같아진다.
따라서 이와 같은 경우를 찾으면,
$p = 6, q = 3$과 $p = 8, q = 4$
$p = 3, q = 4$과 $p = 6, q = 8$
$p = 4, q = 3$과 $p = 8, q = 6$
이므로 구하고자 하는 경우의 수는
$30 - 4 = 26$(개) 이다.

10. 여섯 개의 숫자 0, 1, 2, 3, 4, 5 중 서로 다른 세 개의 숫자를 써서 만들 수 있는 세 자리의 정수는 몇 개인가?

① 60 ② 80 ③ 100 ④ 125 ⑤ 180

해설

백의 자리 : 0 을 제외한 5 개 숫자를 모두 사용가
십의 자리 : 백의 자리에 사용한 수를 제외한 5 개
일의 자리 : 백의 자리, 십의 자리에 사용한 수 2 개를 제외한 4 개
$\therefore 5 \times 5 \times 4 = 100$

11. 6개의 숫자 0, 1, 2, 3, 4, 5에서 서로 다른 4개를 택하여 네 자리 수를 만들 때, 홀수의 개수는?

① 32 ② 48 ③ 72 ④ 144 ⑤ 288

해설

일의 자리에 올 수 있는 수는 1, 3, 5의 3가지, 천의 자리에 올 수 있는 수는 0과 일의 자리에 온 수를 제외한 4가지, 백의 자리에 올 수 있는 수는 천, 일의 자리에 온 수를 제외한 4가지, 십의 자리에 올 수 있는 수는 천, 백, 일의 자리에 온 수를 제외한 3가지이다.

$\therefore\ 3\times4\times4\times3=144$(가지)

12. $0, 1, 2, 3, 4, 5$ 의 6 개의 숫자를 사용하여 만든 6 자리의 수 중에서 5 의 배수의 개수는?

① 64 개　② 128 개　③ 144 개

④ 216 개　⑤ 256 개

해설

5 의 배수는 일의 자리에 0 이 오거나 5 가 온다.

(i) 일의 자리가 0 인 수의 개수는
나머지 다섯 자리에 $1, 2, 3, 4, 5$ 를 배열하는 순열의 수와 같으므로 $5! = 120$

(ii) 일의 자리가 5 인 수의 개수는
맨 앞에는 0 이 올 수 없으므로 $4 \times 4! = 96$

(i), (ii) 에서 구하는 5 의 배수의 개수는
$120 + 96 = 216$

13. 여섯 개의 숫자 0, 1, 2, 3, 4, 5 중 서로 다른 네 개의 숫자를 써서 네 자리의 정수를 만들 때, 짝수는 몇 개인가?

① 96 ② 114 ③ 128 ④ 144 ⑤ 156

해설

□□□0 : ${}_5P_3 = 60$

□□□2: $4 \times 4 \times 3 = 48$

□□□4: $4 \times 4 \times 3 = 48$

$\therefore 60 + 48 \times 2 = 156$

14. 0, 1, 2로 중복을 허락하여 만들 수 있는 다섯 자리의 정수의 개수는?

① 86가지 ② 98가지 ③ 132가지

④ 162가지 ⑤ 216가지

해설

첫 자리에 올 수 있는 숫자는 2가지이고 나머지는모두 3가지이다.

$\therefore\ 2\times3\times3\times3\times3=162$가지

15. 0, 1, 2, 3, 4 의 숫자가 하나씩 적힌 5 장의 카드에서 3 장을 택하여 만들 수 있는 세 자리의 정수 중 3 의 배수의 개수는?

① 10 ② 15 ③ 20 ④ 25 ⑤ 30

해설

3 의 배수가 되려면 자리수의 합이 3 의 배수가 되어야 한다.
1) 합이 3 : (2, 1, 0) 세자리 수의 개수 : 4 개
2) 합이 6 : (4, 2, 0) (3, 2, 1)
세자리 수의 개수 : $4 + 6 = 10$ 개
3) 합이 9 : (4, 3, 2)
세자리 수의 개수 : 6 개
$\therefore\ 4 + 10 + 6 = 20$

16. '국회의사당'의 다섯 글자를 일렬로 나열할 때, 적어도 한쪽 끝에는 받침이 있는 글자가 오도록 하는 방법의 수는?

① 36 ② 48 ③ 60 ④ 72 ⑤ 84

해설

전체의 경우의 수에서 양쪽 끝 모두 받침이 없는 글자가 오는 경우의 수를 빼준다.

$5! - ({}_3P_2 \times 3!) = 84$

17. 남학생 4명, 여학생 6명 중에서 반장 1명, 부반장 1명을 뽑을 때, 반장, 부반장 중에서 적어도 한 명은 여자인 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 78가지

해설

전체의 경우에서 모두 남자인 경우의 수를 빼준다.

${}_{10}P_2 - {}_4P_2 = 90 - 12 = 78$

18. 남학생 3 명, 여학생 3 명을 일렬로 세울 때, 여학생 3 명 중 적어도 2 명이 이웃하게 서는 방법의 수는?

① 144 ② 240 ③ 432 ④ 576 ⑤ 720

해설

6 명을 일렬로 세우는 방법의 수는 $6! = 720$
여학생 3 명이 이웃하지 않게 서는 방법의 수는 남학생 3 명을 세우고, 남학생 3 명 사이 및 양끝 4 개의 자리에 여학생 3 명을 세우는 방법의 수와 같으므로 $3! \times 4! = 144$
따라서 구하는 방법의 수는 $720 - 144 = 576$

19. 6개의 숫자 0, 1, 2, 3, 4, 5를 모두 사용하여 여섯 자리의 정수를 만들 때, 100번째로 큰 수는?

① 510234　② 504321　③ 504312

④ 504231　⑤ 504213

해설

10^5 자리의 숫자가 5로 시작하는 수부터 차례로 따져보면

5☐☐☐☐ : $4! = 24$개

5☐☐☐☐ : $4! = 24$개

5☐☐☐☐ : $4! = 24$개

5☐☐☐☐ : $4! = 24$개

여기까지의 수가 $24 \times 4 = 96$(개)이므로

97번째 큰 수부터 차례로 나열하면

504321, 504312, 504231, 504213, $\cdots$

따라서 100번째로 큰 수는 504213이다.