1. 토정비결에서는 다음 조건에 맞는 3개의 수 A, B, C로 각 사람의 그 해의 운세 $\boxed{\text{A}}\boxed{\text{B}}\boxed{\text{C}}$를 결정한다.

(1) A는 태어난 해에 해당하는 수를 3으로 나눈 나머지 (2) B는 태어난 달에 해당하는 수를 6으로 나눈 나머지 (3) C는 태어난 날에 해당하는 수를 8로 나눈 나머지

토정비결에 있는 서로 다른 운세 $\boxed{\text{A}}\boxed{\text{B}}\boxed{\text{C}}$는 모두 몇 가지인가? (단, 나머지가 0인 경우에는 나누는 수를 나머지로 한다)

① 64가지 ② 144가지 ③ 127가지

④ 216가지 ⑤ 254가지

해설

A는 1, 2, 3 총 3가지, B는 1부터 6까지 총 6가지, C는 1부터 8까지 총 8가지

따라서 총 가지 수는 $3 \times 6 \times 8 = 144$가지

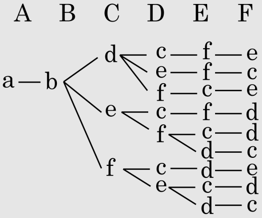
2. 수험생 6 명의 수험표를 섞어서 임의로 1장씩 나누어 줄 때 6명 중 어느 2명이 자기 수험표를 받을 경우의 수를 구하면?

① 60가지 ② 85가지 ③ 120가지

④ 135가지 ⑤ 145가지

해설

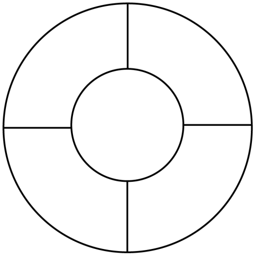
A, B, C, D, E, F 의 6 명과 수험표를 a, b, c, d, e, f 라 하고 수형도를 그린다.



∴ (A, B) 두 명만이 자기 수험표를 받는 경우의 수가 9 가지이고, 또 2 명이 자기 수험표를 받는 경우의 수는 $6 \times 5 \div 2 = 15$ 가지이다.

∴ 모든 경우의 수는 $9 \times 15 = 135$(가지)

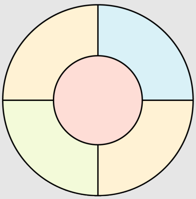
3. 다음의 원형 판에 서로 다른 4 가지의 색을 칠하려고 한다. 접한 부분은 서로 다른 색을 칠하고, 4 가지 색을 모두 사용한다고 할 때, 칠하는 방법의 수는? (단 회전해서 같은 모양이 나오면 같다고 생각한다.)



① 12 ② 16 ③ 20 ④ 23 ⑤ 24

해설

접한 곳은 다른 색을 칠하고 4 가지 색을 모두 사용하기 위해서는 서로 마주 보는 부분 1 쌍은 항상 같은 색이어야 한다.

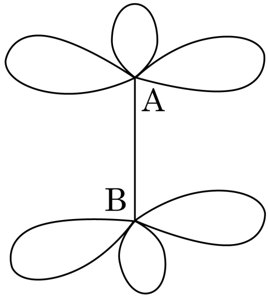


또한 서로 다른 색인 마주보는 1 쌍은 서로 자리를 바꾸어도 같은 경우가 되므로, 가운데 부분부터 선택할 수 있는 각 색의 수는

$$\frac{4\times3\times2\times1}{2}=12$$

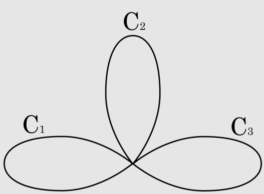
$\therefore$ 12 가지

4. 다음 그림과 같이 도형을 그리는데 연필을 떼지 않고 한 번에 그리는 방법의 수는? (A 또는 B 에서 시작한다.)



① 4588 ② 4592 ③ 4600 ④ 4608 ⑤ 4612

해설



A 에서 B 로 가는 방법의 수를 생각한다.

C_1, C_2, C_3 의 순으로 그리는 방법 :

각각을 시계 방향, 반시계 방향으로 그릴 수 있으므로

$2 \times 2 \times 2 = 8$

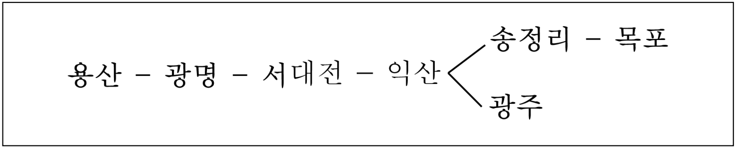
C_1, C_2, C_3 를 선택하여 배열하는 방법의 수 : $3! = 6$

따라서 $(8 \times 6)^2 = 2304$

그런데 B 에서 A 로 그리는 방법도 있으므로

$2304 \times 2 = 4608$

5. 다음은 고속 철도 *KTX* 의 호남선 운행 노선의 일부이다.



KTX 승차권의 출발역과 도착역만을 고려할 때, 위의 각 역에서 발매하는 편도 승차권의 종류는 모두 몇 가지인가? (단, 광주와 송정리를 연결하는 고속 철도는 없다.)

① 36　　② 38　　③ 40　　④ 42　　⑤ 44

해설

7 개의 역 중 2 개를 선택하여 배열하는 방법과 같다.

${}_7P_2 = 42$

그런데 송정리와 광주, 목포와 광주를 운행하는 열차는 존재하지 않으므로 $42 - 2^2 = 38$

6. 1, 2, 3, 4, 5, 6 의 숫자가 하나씩 적혀 있는 6 개의 상자와 6 개의 공이 있다. 한 상자에 하나씩 임의로 공을 담을 때, 상자에 적힌 숫자와 공에 적힌 숫자가 일치하는 상자의 수가 3 개인 경우의 수는?

① 20 ② 30 ③ 40 ④ 50 ⑤ 60

해설

6 개의 상자 중에서 상자에 적힌 숫자와 공에 적힌 숫자가 일치하는 3 개를 택하는 경우의 수는 ${}_6C_3 = 20$ (가지) 이다.
이때, 예를 들어 선택된 상자가 1, 2, 3 이라 하면 나머지 4, 5, 6 상자는 공에 적힌 숫자와 모두 달라야 하므로 4, 5, 6 상자에 각각 (5, 6, 4) 또는 (6, 4, 5) 의 공이 차례로 들어가야 하므로 2 가지 경우가 있다.
그런데 나머지 경우에 대하여도 각각 2 가지씩 존재하므로 구하는 경우의 수는 $20 \times 2 = 40$ (가지)

7. 퓨전식당의 메뉴에는 4 가지 종류의 한식, 4 가지 종류의 중식, 3 가지 종류의 일식이 있다. 중식의 특정한 음식 2 가지를 포함하면서 한식과 일식이 각각 적어도 한 종류는 포함되도록 6 가지 종류의 음식을 주문하는 방법의 수는?

① 84 ② 94 ③ 102 ④ 106 ⑤ 118

해설

중식의 특정한 음식 2 가지를 포함하므로 한식 4 종류, 중식 2 종류, 일식 3 종류에서 모두 4 가지 종류의 음식을 주문하면 된다.

$\therefore {}_9C_4 = \dfrac{9\times8\times7\times6}{4\times3\times2\times1} = 126$ (가지)

그런데 한식과 일식이 각각 적어도 한 종류는 포함되는 사건의 여사건은 한식만 주문하거나 한식과 중식만 주문하거나 중식과 일식만 주문하는 경우이다. 따라서 여사건의 종류와 그 경우의 수는 다음 표와 같다.

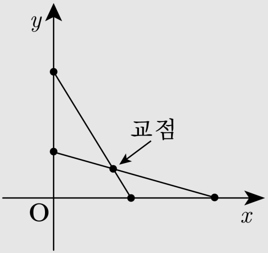
④한식	②중식	③일식	경우의수
4			${}_4C_4 = 1$
3	1		${}_4C_3 \times {}_2C_1 = 8$
2	2		${}_4C_2 \times {}_2C_2 = 6$
	1	3	${}_2C_1 \times {}_3C_3 = 2$
	2	2	${}_2C_2 \times {}_3C_2 = 3$

따라서 구하는 경우의 수는 $126 - (1+8+6+2+3) = 106$ (가지)

8. 양의 x 축에서 10 개의 점, 양의 y 축에서 5 개의 점을 잡으면, 이 15 개의 점을 끝점으로 하는 제 1사분면의 선분 50 개가 만들어진다. 이 50 개의 선분이 만드는 교점의 최대수는?

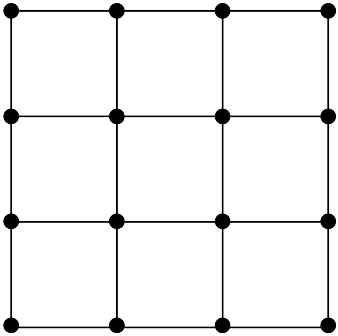
① 250 ② 450 ③ 500 ④ 1250 ⑤ 2500

해설



교점은 그림과 같이 두 선분이 X 자로 교차했을 때 1개씩 생기고, 이와 같이 교차하는 선분은 x축, y축에서 각각 2개씩의 점을 택하면 1 개씩 생긴다. 따라서 교점의 최대 개수는 어느 세 선분도 한 점에서 만나지 않는 경우이므로 ${}_{10}C_2 \cdot {}_5C_2 = 45 \cdot 10 = 450$ 이다.

9. 아래 그림과 같이 정사각형 모양으로 16 개의 점이 있다. 이 중 세 점을 꼭짓점으로 하는 삼각형은 몇 개인가?

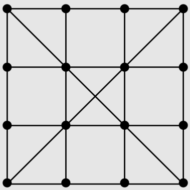


① 342 ② 428 ③ 489 ④ 516 ⑤ 642

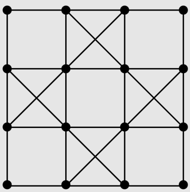
해설

전체 삼각형의 개수에서 일직선 위에 있는 점들 중 3개를 고를 경우를 제한다.

1) 점 4 개가 한 직선 위에 있는 경우 : 10 가지



2) 점 3 개가 한 직선 위에 있는 경우 : 4 가지



$_{16}C_3 - ({}_4C_3 \times 10 +{}_3 C_3 \times 4) = 516$