

1. 5개의 변량 4, 6, 10, x , 9의 평균이 7일 때, 분산은?

① 4.1

② 4.3

③ 4.5

④ 4.7

⑤ 4.8

해설

주어진 변량의 평균이 7이므로

$$\frac{4 + 6 + 10 + x + 9}{5} = 7$$

$$29 + x = 35$$

$$\therefore x = 6$$

변량의 편차는 $-3, -1, 3, -1, 2$ 이므로 분산은

$$\frac{(-3)^2 + (-1)^2 + 3^2 + (-1)^2 + 2^2}{5} = \frac{9 + 1 + 9 + 1 + 4}{5} =$$

$$\frac{24}{5} = 4.8$$

2. 5개의 변량 4, 5, x , 11, y 의 평균이 6이고 분산이 8일 때, $x^2 + y^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 58

해설

5개의 변량의 평균이 6이므로 $x + y = 10$ 이다.

$$\frac{(4-6)^2 + (5-6)^2 + (x-6)^2}{5} + \frac{(11-6)^2 + (y-6)^2}{5} = 8$$

$$4 + 1 + (x-6)^2 + 25 + (y-6)^2 = 40$$

$$x^2 + y^2 - 12(x+y) + 72 + 30 = 40$$

$$x^2 + y^2 - 12(10) + 72 + 30 = 40$$

$$\therefore x^2 + y^2 = 58$$

3. 다음 세 개의 변수 a, b, c 에 대하여 다음 보기 중 옳지 않은 것은?

보기

- ㉠ $2a, 2b, 2c$ 의 표준편차는 a, b, c 의 표준편차의 2 배이다.
- ㉡ $a + 2, b + 2, c + 2$ 의 평균은 a, b, c 의 평균보다 2 만큼 크다.
- ㉢ $2a + 1, 2b + 1, 2c + 1$ 의 표준편차는 a, b, c 의 4 배이다.
- ㉤ $3a, 3b, 3c$ 의 평균은 a, b, c 의 평균보다 3 배만큼 크다.

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉤

해설

㉤ $2a + 1, 2b + 1, 2c + 1$ 의 표준편차는 a, b, c 의 2 배이다.

4. 세 수 x, y, z 의 평균과 분산이 각각 3, 4 일 때, $x-1, y-1, z-1$ 의 평균과 표준편차를 차례대로 구하여라.

① 2, 2 ② 3, 5 ③ 4, 4 ④ 5, 4 ⑤ 6, 5

해설

세 수 x, y, z 의 평균이 3 이므로

$$\frac{x+y+z}{3} = 3$$

$$\therefore x+y+z = 9 \cdots \cdots \textcircled{1}$$

또한, x, y, z 의 분산이 4 이므로

$$\frac{(x-3)^2 + (y-3)^2 + (z-3)^2}{3} = 4$$

$$(x-3)^2 + (y-3)^2 + (z-3)^2 = 12$$

$$x^2 - 6x + 9 + y^2 - 6y + 9 + z^2 - 6z + 9 = 12$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 6(x+y+z) + 27 = 12$$

위의 식에 $\textcircled{1}$ 을 대입하면

$$x^2 + y^2 + z^2 - 6 \times 9 + 27 = 12$$

$$\therefore x^2 + y^2 + z^2 = 39$$

한편, $x-1, y-1, z-1$ 의 평균은

$$\frac{(x-1) + (y-1) + (z-1)}{3}$$

$$= \frac{(x+y+z) - 3}{3} = \frac{9-3}{3} = 2$$

분산은

$$\frac{(x-1-2)^2 + (y-1-2)^2 + (z-1-2)^2}{3}$$

$$= \frac{(x-3)^2 + (y-3)^2 + (z-3)^2}{3}$$

$$= \frac{x^2 + y^2 + z^2 - 6(x+y+z) + 9 \times 3}{3}$$

$$= \frac{39 - 6 \times 9 + 27}{3} = \frac{12}{3} = 4$$

따라서 $x-1, y-1, z-1$ 의 표준편차는 $\sqrt{4} = 2$ 이다.

5. 실수 x, y 에 대하여 $x^2 + y^2 = 2$ 를 만족하는 (x, y) 가 1개일 때, $x + y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : ± 2

해설

$x + y = k$ 라 하면 $y = -x + k$

이것을 $x^2 + y^2 = 2$ 에 대입하면

$$x^2 + (-x + k)^2 = 2$$

$$2x^2 - 2kx + k^2 - 2 = 0$$

$$x^2 - kx + \frac{k^2 - 2}{2} = 0$$

그런데 (x, y) 가 1개이므로 $D = 0$ 에서

$$k^2 - 4 \left(\frac{k^2 - 2}{2} \right) = 0$$

$$k^2 - 2k^2 + 4 = 0$$

$$k^2 = 4$$

$$\therefore k = x + y = \pm 2$$