1. 5개의 변량 $4, 6, 10, x, 9$ 의 평균이 7일 때, 분산은?

① 4.1 ② 4.3 ③ 4.5 ④ 4.7 ⑤ 4.8

해설

주어진 변량의 평균이 7이므로

$$\frac{4+6+10+x+9}{5}=7$$

$29+x=35$

$\therefore x=6$

변량의 편차는 $-3, -1, 3, -1, 2$ 이므로 분산은

$$\frac{(-3)^2+(-1)^2+3^2+(-1)^2+2^2}{5}=\frac{9+1+9+1+4}{5}=$$

$$\frac{24}{5}=4.8$$

2. 5개의 변량 $4, 5, x, 11, y$의 평균이 6이고 분산이 8일 때, $x^2 + y^2$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 58

해설

5개의 변량의 평균이 6이므로 $x+y=10$이다.

$$\frac{(4-6)^2+(5-6)^2+(x-6)^2}{5} + \frac{(11-6)^2+(y-6)^2}{5} = 8$$

$$4+1+(x-6)^2+25+(y-6)^2 = 40$$

$$x^2+y^2-12(x+y)+72+30 = 40$$

$$x^2+y^2-12(10)+72+30 = 40$$

$$\therefore x^2+y^2 = 58$$

3. 다음 세 개의 변수 $a,\ b,\ c$ 에 대하여 다음 보기 중 옳지 않은 것은?

보기

㉠ $2a,\ 2b,\ 2c$ 의 표준편차는 $a,\ b,\ c$ 의 표준편차의 2 배이다.

㉡ $a+2,\ b+2,\ c+2$ 의 평균은 $a,\ b,\ c$ 의 평균보다 2 만큼 크다.

㉢ $2a+1,\ 2b+1,\ 2c+1$ 의 표준편차는 $a,\ b,\ c$ 의 4 배이다.

㉣ $3a,\ 3b,\ 3c$ 의 평균은 $a,\ b,\ c$ 의 평균보다 3 배만큼 크다.

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

해설

㉢ $2a+1,\ 2b+1,\ 2c+1$ 의 표준편차는 $a,\ b,\ c$ 의 2 배이다.

4. 세 수 x, y, z 의 평균과 분산이 각각 3, 4 일 때, $x-1$, $y-1$, $z-1$ 의 평균과 표준편차를 차례대로 구하여라.

① 2, 2 ② 3, 5 ③ 4, 4 ④ 5, 4 ⑤ 6, 5

해설

세 수 x, y, z 의 평균이 3 이므로

$$\frac{x+y+z}{3}=3$$

$\therefore x+y+z=9$ $\cdots\cdots$ ㉠

또한, x, y, z 의 분산이 4 이므로

$$\frac{(x-3)^2+(y-3)^2+(z-3)^2}{3}=4$$

$$(x-3)^2+(y-3)^2+(z-3)^2=12$$

$$x^2-6x+9+y^2-6y+9+z^2-6z+9=12$$

$$x^2+y^2+z^2-6(x+y+z)+27=12$$

위의 식에 ㉠을 대입하면

$$x^2+y^2+z^2-6\times 9+27=12$$

$\therefore x^2+y^2+z^2=39$

한편, $x-1$, $y-1$, $z-1$ 의 평균은

$$\frac{(x-1)+(y-1)+(z-1)}{3}$$

$$=\frac{(x+y+z)-3}{3}=\frac{9-3}{3}=2$$

분산은

$$\frac{(x-1-2)^2+(y-1-2)^2+(z-1-2)^2}{3}$$

$$=\frac{(x-3)^2+(y-3)^2+(z-3)^2}{3}$$

$$=\frac{x^2+y^2+z^2-6(x+y+z)+9\times 3}{3}$$

$$=\frac{39-6\times 9+27}{3}=\frac{12}{3}=4$$

따라서 $x-1$, $y-1$, $z-1$ 의 표준편차는 $\sqrt{4}=2$ 이다.

5. 실수 x, y에 대하여 $x^2+y^2=2$를 만족하는 $(x,\ y)$가 1개일 때, $x+y$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : ± 2

해설

$x+y=k$ 라 하면 $y=-x+k$

이것을 $x^2+y^2=2$ 에 대입하면

$x^2+(-x+k)^2=2$

$2x^2-2kx+k^2-2=0$

$x^2-kx+\dfrac{k^2-2}{2}=0$

그런데 $(x,\ y)$가 1개이므로 $D=0$에서

$k^2-4\left(\dfrac{k^2-2}{2}\right)=0$

$k^2-2k^2+4=0$

$k^2=4$

$\therefore\ k=x+y=\pm 2$