

1. 원 $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 4$ 를 x 축에 대하여 대칭이동시켜 얻어진 원의 방정식은?

① $x^2 + y^2 = 4$

② $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 4$

③ $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 4$

④ $(x+2)^2 + (y+1)^2 = 4$

⑤ $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 4$

해설

x 축에 대하여 대칭이동시켰으므로
주어진 방정식에 y 대신 $-y$ 를 대입하면

$$(x+2)^2 + (-y-1)^2 = 4$$

$$\therefore (x+2)^2 + (y+1)^2 = 4$$

2. 점 $(2, 4)$ 를 직선 $x = 3$ 에 대하여 대칭이동한 다음 x 축의 방향으로 2 만큼 평행이동한 점의 좌표를 구하면?

① $(1, -1)$

② $(2, 0)$

③ $(4, 3)$

④ $(6, 4)$

⑤ $(7, 5)$

해설

점 $(2, 4)$ 를 직선 $x = 3$ 에 대하여
대칭이동한 점의 좌표는 $(2 \cdot 3 - 2, 4)$

즉, $(4, 4)$

점 $(4, 4)$ 를 다시 x 축의 방향으로 2 만큼
평행이동한 점의 좌표는 $(4 + 2, 4)$

즉, $(6, 4)$

3. 평행이동 $f : (x, y) \rightarrow (x + 1, y - 2)$ 에 의하여 점(3, 3)은 어느 점에서 옮겨진 것인가?

① (0, 0)

② (3, 3)

③ (1, -2)

④ (-1, 2)

⑤ (2, 5)

해설

평행이동 f 는 x 축의 방향으로 +1, y 축의 방향으로 -2만큼 평행 이동하는 변환이므로 $(a+1, b-2) = (3, 3)$ 따라서 $a = 2, b = 5$

4. 직선 $2x + y + 5 = 0$ 을 x 축의 방향으로 3만큼 y 축의 방향으로 -2만큼 평행이동한 도형의 방정식은?

- ① $2x + y + 1 = 0$ ② $2x - y + 1 = 0$ ③ $2x + y - 1 = 0$
④ $2x + y + 3 = 0$ ⑤ $2x + y - 2 = 0$

해설

x 축의 방향으로 3만큼 y 축의 방향으로 -2만큼
평행이동하므로 주어진 방정식은

$2(x - 3) + (y + 2) + 5 = 0$ 으로 이동된다.

따라서, $2x + y + 1 = 0$

5. 직선 $2x - 3y + 6 = 0$ 을 점 $(4, -3)$ 에 대하여 대칭이동한 다음, 직선 $y = -x$ 에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식을 구하면?

① $x - y - 5 = 0$

② $2x - 4y - 9 = 0$

③ $3x - 2y - 40 = 0$

④ $2x - y - 21 = 0$

⑤ $6x - 3y - 29 = 0$

해설

직선 $2x - 3y + 6 = 0$ 을 점 $(4, -3)$ 에 대하여
대칭이동한 도형의 방정식은

$$2(8 - x) - 3(-6 - y) + 6 = 0$$

$$\text{즉, } 2x - 3y - 40 = 0$$

이것을 다시 직선 $y = -x$ 에 대하여
대칭이동한 도형의 방정식은

$$2(-y) - 3(-x) - 40 = 0$$

$$\therefore 3x - 2y - 40 = 0$$

6. 평행이동 $f : (x, y) \rightarrow (x + a, y + 4)$ 에 의해 원 $x^2 + y^2 = 1$ 을 이동하였더니 원점에서 원의 중심까지의 거리가 5 가 되었다. 이 때, 양수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

평행이동 $f : (x, y) \rightarrow (x + a, y + 4)$ 는
 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로
4 만큼 평행이동하는 것이므로

원 $x^2 + y^2 = 1$ 을 평행이동하면 원의 중심
(0, 0) 은 $(a, 4)$ 로 옮겨진다.

이 때, 두 점 (0, 0) 과 $(a, 4)$ 의 거리가 5 이므로

$$\sqrt{a^2 + 4^2} = 5$$

위의 식의 양변을 제곱하면

$$a^2 + 16 = 25, a^2 = 9$$

그런데 $a > 0$ 이므로 $a = 3$

7. 다음은 점 $P(a, b)$ 의 직선 $y = x$ 에 대해 대칭인 점 Q 의 좌표 (x, y) 를 구하는 과정이다.

에 알맞은 말을 차례대로 써 넣어라.

(1) $\overline{PQ}$ 의 중점 $\left(\frac{x+a}{2}, \frac{y+b}{2}\right)$ 은 직선

위에 있으므로 $\frac{y+b}{2} = \frac{x+a}{2}$

$\therefore x - y = b - a \cdots \textcircled{1}$

(2) 직선 PQ 는 직선 $y = x$ 에 수직이므로

$\frac{y-b}{x-a} = \text{$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 를 연립하여 x, y 를 구하면

$x = \text{}, y = \text{$ 이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

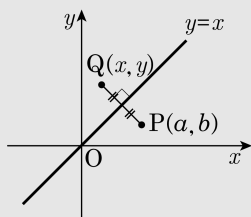
▷ 정답 : $y = x$

▷ 정답 : -1

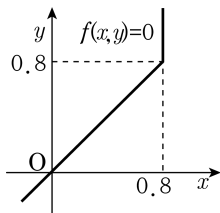
▷ 정답 : b

▷ 정답 : a

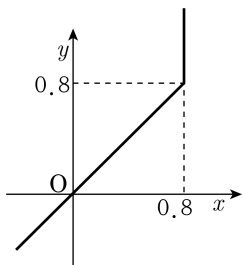
해설



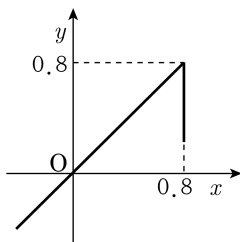
8. 방정식 $f(x, y) = 0$ 이 나타내는 도형이 오른쪽 그림과 같을 때, $f(-y, -x) = 0$ 이 나타내는 도형을 좌표평면 위에 바르게 나타낸 것은?



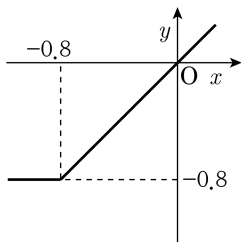
①



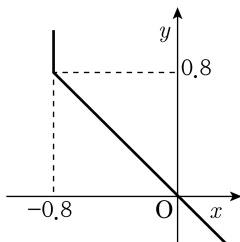
②



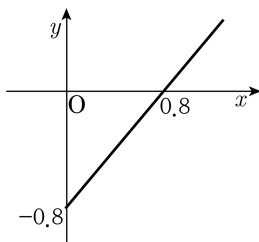
③



④



⑤



해설

$f(-y, -x) = 0$ 은 $f(x, y) = 0$ 이 나타내는 도형을 직선 $y = -x$ 에 대하여 대칭이동한 것이다.

이때, 꺾인 점 $(0.8, 0.8)$ 은

점 $(-0.8, -0.8)$ 로 옮겨진다.

따라서, 구하는 도형을 좌표평면 위에 나타내면 ③과 같다.

9. 직선 $y = kx + 1$ 을 x 축에 대하여 대칭이동하면 원 $x^2 + y^2 + 6x - 4y + 9 = 0$ 의 넓이를 이등분한다고 할 때 k 의 값을 구하면?

① -2

② -1

③ 1

④ 2

⑤ $\frac{1}{2}$

해설

먼저 $y = kx + 1$ 를 x 축 대칭시킨 직선은

$$y = -kx - 1 \cdots \textcircled{7}$$

이제 원의 방정식을 정리하면,

$$(x + 3) + (y - 2)^2 = 4$$

직선이 원의 넓이를

이등분하려면 직선이 원의 중심을 지나면 된다.

중심이 $(-3, 2)$ 이므로 $\textcircled{7}$ 에 대입하면,

$$2 = 3k - 1 \Rightarrow k = 1$$

10. 두 점 $A(-3, 6)$, $B(8, -1)$ 와 직선 $x + y + 1 = 0$ 이 있다. 이 직선 위의 점 P 에 대하여 $\overline{AP} + \overline{BP}$ 를 최소가 되게 하는 점 P 의 좌표를 (x, y) 라 할 때, $y - x$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$A(-3, 6)$ 의 직선 $x + y + 1 = 0$ 에 대한 대칭점을 $A'(a, b)$ 라 하면

$$\frac{a-3}{2} + \frac{b+6}{2} + 1 = 0, a+b = -5 \cdots \textcircled{㉠}$$

$\overline{AA'} \perp l$ 이므로, $\overline{AA'}$ 의 기울기는 1이다.

$$\frac{b-6}{a+3} = 1, a-b = -9 \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠} + \textcircled{㉡} : 2a = -14, a = -7, b = 2$$

$$\therefore A'(-7, 2)$$

$$\overline{AP} + \overline{BP} = \overline{A'P} + \overline{BP} \leq \overline{A'B}$$

즉, $\overline{AP} + \overline{BP}$ 의 최솟값은 $\overline{A'B}$ 이고,

이 때 점 P 는 A' , B 와 일직선상에 있으므로,

$\overline{A'B}$ 의 기울기는 $\overline{BP}$ 의 기울기와 같다.

$A'(-7, 2)$, $B(8, -1)$, $P(m, n)$ 에서

$$\frac{-1-2}{8-(-7)} = \frac{n+1}{m-8},$$

$$m+5n = 3 \cdots \textcircled{㉢}$$

점 P 는 직선 l 위에 있으므로, $m+n = -1 \cdots \textcircled{㉣}$

$$\textcircled{㉢}, \textcircled{㉣} \text{에서 } m = -2, n = 1$$

$$\therefore P(-2, 1)$$