

1. 5개의 변량 a, b, c, d, e 의 평균이 5이고 분산이 10일 때, $a + 2, b + 2, c + 2, d + 2, e + 2$ 의 평균과 분산을 차례대로 나열하면?

- ① 평균 : 5, 분산 : 7 ② 평균 : 5, 분산 : 10
③ 평균 : 6, 분산 : 10 ④ 평균 : 7, 분산 : 10
⑤ 평균 : 8, 분산 : 15

해설

$$\begin{aligned}(\text{평균}) &= 1 \cdot 5 + 2 = 7 \\ (\text{분산}) &= 1^2 \cdot 10 = 10\end{aligned}$$

2. 5개의 변량 a, b, c, d, e 의 평균이 6이고 분산이 5일 때, $a-3, b-3, c-3, d-3, e-3$ 의 평균과 분산을 차례대로 나열하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 평균 : 3

▷ 정답 : 분산 : 5

해설

$$(\text{평균}) = 1 \cdot 6 - 3 = 3$$

$$(\text{분산}) = 1^2 \cdot 5 = 5$$

3. 도수분포표로 주어진 자료에서 다음을 각각 구할 때, 옳지 않은 것은?

- ① (표준편차) = $\sqrt{\text{분산}}$
- ② (평균) = $\frac{\{(\text{계급값}) \times (\text{도수})\} \text{의 총합}}{(\text{도수}) \text{의 총합}}$
- ③ (편차) = (계급값) - (평균)
- ④ (분산) = $\frac{(\text{계급값})^2 \text{의 총합}}{(\text{도수}) \text{의 총합}}$
- ⑤ (표준편차) = $\sqrt{\frac{\{(\text{편차})^2 \times (\text{도수})\} \text{의 총합}}{(\text{도수}) \text{의 총합}}}$

해설

④ (분산) = $\frac{\{(\text{편차})^2 \times (\text{도수})\} \text{의 총합}}{(\text{도수}) \text{의 총합}}$

4. 네 수 a, b, c, d 의 평균과 분산이 각각 10, 5일 때, $(a-10)^2 + (b-10)^2 + (c-10)^2 + (d-10)^2$ 의 값은?

① 5

② 10

③ 15

④ 20

⑤ 25

해설

네 수 a, b, c, d 의 평균이 10이므로 각 변량에 대한 편차는 $a-10, b-10, c-10, d-10$ 이다.

따라서 분산은

$$\frac{(a-10)^2 + (b-10)^2 + (c-10)^2 + (d-10)^2}{4} = 5$$

$$\therefore (a-10)^2 + (b-10)^2 + (c-10)^2 + (d-10)^2 = 20$$

5. 세 수 a, b, c 의 평균과 분산이 각각 2, 4이다. 세 수 $3a+1, 3b+1, 3c+1$ 의 평균과 분산을 각각 구하면?

① 평균 : 5, 분산 : 10

② 평균 : 6, 분산 : 20

③ 평균 : 7, 분산 : 25

④ 평균 : 7, 분산 : 36

⑤ 평균 : 8, 분산 : 36

해설

a, b, c 의 평균이 2, 분산이 4일 때, $3a+1, 3b+1, 3c+1$ 의 평균은 $3 \cdot 2 + 1 = 7$ 이고, 분산은 $3^2 \cdot 4 = 36$ 이다.

6. 6개의 변량 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_6$ 의 평균이 4이고 분산이 6일 때, $3x_1 - 1, 3x_2 - 1, 3x_3 - 1, \dots, 3x_6 - 1$ 의 평균과 분산을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 평균 : 11

▷ 정답 : 분산 : 54

해설

평균은 $3 \cdot 4 - 1 = 11$ 이고
분산은 $3^2 \cdot 6 = 54$ 이다.

7. 6개의 변량 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_6$ 의 평균이 3이고 표준편차가 4일 때, $2x_1 - 1, 2x_2 - 1, 2x_3 - 1, \dots, 2x_6 - 1$ 의 평균과 표준편차는?
- ① 평균 : 3, 표준편차 : 8 ② 평균 : 3, 표준편차 : 15
③ 평균 : 3, 표준편차 : 20 ④ 평균 : 5, 표준편차 : 8
⑤ 평균 : 5, 표준편차 : 15

해설

n 개의 변량 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ 의 평균이 m 이고 표준편차가 s 일 때, 변량 $ax_1 + b, ax_2 + b, ax_3 + b, \dots, ax_n + b$ 에 대하여 평균은 $am + b$, 표준편차는 $|a|s$ 이므로
평균은 $2 \cdot 3 - 1 = 5$ 이고
표준편차는 $|2| \cdot 4 = 8$ 이다.

8. 다음은 학생 8 명의 기말고사 수학 성적을 조사하여 만든 것이다. 학생들 8 명의 수학 성적의 분산은?

계급	계급값	도수	(계급값)×(도수)
55 ^{이상} ~ 65 ^{미만}	60	3	180
65 ^{이상} ~ 75 ^{미만}	70	3	210
75 ^{이상} ~ 85 ^{미만}	80	1	80
85 ^{이상} ~ 95 ^{미만}	90	1	90
계	계	8	560

- ① 60 ② 70 ③ 80 ④ 90 ⑤ 100

해설

학생들의 수학 성적의 평균은

$$\begin{aligned}(\text{평균}) &= \frac{\{(\text{계급값}) \times (\text{도수})\} \text{의 총합}}{(\text{도수}) \text{의 총합}} \\ &= \frac{560}{8} = 70(\text{점})\end{aligned}$$

따라서 구하는 분산은

$$\begin{aligned}&\frac{1}{8}\{(60-70)^2 \times 3 + (70-70)^2 \times 3 + (80-70)^2 \times 1 + (90-70)^2 \times 1\} \\ &= \frac{1}{8}(300 + 0 + 100 + 400) = 100\end{aligned}$$

이다.

9. 다음은 학생 10 명의 국어 성적을 조사하여 만든 것이다. 학생들 10 명의 국어 성적의 분산을 구하여라.

계급	계급값	도수	(계급값) $\times$ (도수)
55 ^{이상} ~ 65 ^{미만}	60	3	180
65 ^{이상} ~ 75 ^{미만}	70	3	210
75 ^{이상} ~ 85 ^{미만}	80	2	160
85 ^{이상} ~ 95 ^{미만}	90	2	180
계	계	10	730

▶ 답 :

▷ 정답 : 121

해설

학생들의 국어 성적의 평균은

$$\begin{aligned} (\text{평균}) &= \frac{(\text{계급값}) \times (\text{도수}) \text{의 총합}}{(\text{도수}) \text{의 총합}} \\ &= \frac{730}{10} = 73(\text{점}) \end{aligned}$$

따라서 구하는 분산은

$$\begin{aligned} &\frac{1}{10} \{ (60-73)^2 \times 3 + (70-73)^2 \times 3 + (80-73)^2 \times 2 + (90-73)^2 \times 2 \} \\ &= \frac{1}{10} (507 + 27 + 98 + 578) = 121 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

10. 다음은 학생 8 명의 기말고사 국어 성적을 조사하여 만든 것이다. 학생들 8 명의 국어 성적의 분산은?

계급	도수
55 ^{이상} ~ 65 ^{미만}	3
65 ^{이상} ~ 75 ^{미만}	3
75 ^{이상} ~ 85 ^{미만}	1
85 ^{이상} ~ 95 ^{미만}	1
합계	8

- ① 60
- ② 70
- ③ 80
- ④ 90
- ⑤ 100

해설

학생들의 국어 성적의 평균은

(평균) = $\frac{\{(계급값) \times (도수)\} \text{의 총합}}{(도수) \text{의 총합}}$
= $\frac{560}{8} = 70(\text{점})$

따라서 구하는 분산은

$\frac{1}{8}\{(60-70)^2 \times 3 + (70-70)^2 \times 3 + (80-70)^2 \times 1 + (90-70)^2 \times 1\}$
= $\frac{1}{8}(300 + 0 + 100 + 400) = 100$

이다.

11. 다음은 학생 10 명의 음악 실기 성적을 조사하여 만든 것이다. 학생들 10 명의 음악 실기 성적의 분산을 구하여라.

계급	계급값	도수	(계급값)×(도수)
$55^{\text{이상}} \sim 65^{\text{미만}}$	60	3	180
$65^{\text{이상}} \sim 75^{\text{미만}}$	70	3	210
$75^{\text{이상}} \sim 85^{\text{미만}}$	80	2	160
$85^{\text{이상}} \sim 95^{\text{미만}}$	90	2	180
계	계	10	730

▶ 답 :

▷ 정답 : 121

해설

학생들의 음악 성적의 평균은

$$\begin{aligned} (\text{평균}) &= \frac{\{(\text{계급값}) \times (\text{도수})\} \text{의 총합}}{(\text{도수}) \text{의 총합}} \\ &= \frac{730}{10} = 73(\text{점}) \end{aligned}$$

따라서 구하는 분산은

$$\begin{aligned} &\frac{1}{8} \{ (60-73)^2 \times 3 + (70-73)^2 \times 3 + (80-73)^2 \times 2 + (90-73)^2 \times 2 \} \\ &= \frac{1}{10} (507 + 27 + 98 + 578) = 121 \end{aligned}$$

12. 네 개의 변량 4, 6, a , b 의 평균이 5 이고, 분산이 3 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값은?

- ① 20 ② 40 ③ 60 ④ 80 ⑤ 100

해설

변량 4, 6, a , b 의 평균이 5 이므로

$$\frac{4 + 6 + a + b}{4} = 5, a + b + 10 = 20$$

$$\therefore a + b = 10 \cdots \textcircled{㉠}$$

또, 분산이 3 이므로

$$\frac{(4 - 5)^2 + (6 - 5)^2 + (a - 5)^2 + (b - 5)^2}{4} = 3$$

$$\frac{1 + 1 + a^2 - 10a + 25 + b^2 - 10b + 25}{4} = 3$$

$$\frac{a^2 + b^2 - 10(a + b) + 52}{4} = 3$$

$$a^2 + b^2 - 10(a + b) + 52 = 12$$

$$\therefore a^2 + b^2 - 10(a + b) = -40 \cdots \textcircled{㉡}$$

㉡의 식에 ㉠을 대입하면

$$\therefore a^2 + b^2 = 10(a + b) - 40 = 10 \times 10 - 40 = 60$$

13. 네 개의 수 5, 8, a , b 의 평균이 4이고, 분산이 7일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

변량 5, 8, a , b 의 평균이 4이므로

$$\frac{5 + 8 + a + b}{4} = 4, \quad a + b + 13 = 16$$

$$\therefore a + b = 3 \cdots \textcircled{A}$$

또, 분산이 7이므로

$$\frac{(5 - 4)^2 + (8 - 4)^2 + (a - 4)^2 + (b - 4)^2}{4} = 7$$

$$\frac{1 + 16 + a^2 - 8a + 16 + b^2 - 8b + 16}{4} = 7$$

$$\frac{a^2 + b^2 - 8(a + b) + 49}{4} = 7$$

$$a^2 + b^2 - 8(a + b) + 49 = 28$$

$$\therefore a^2 + b^2 - 8(a + b) = -21 \cdots \textcircled{B}$$

$\textcircled{B}$ 의 식에 $\textcircled{A}$ 을 대입하면

$$\therefore a^2 + b^2 = 8(a + b) - 21 = 8 \times 3 - 21 = 3$$

14. 다섯 개의 수 5, 3, a , b , 9 의 평균이 5 이고, 분산이 6 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 40

해설

다섯 개의 수 5, 3, a , b , 9 의 평균이 5 이므로

$$\frac{5 + 3 + a + b + 9}{5} = 5, \quad a + b + 17 = 25$$

$$\therefore a + b = 8 \cdots \textcircled{㉠}$$

또, 분산이 6 이므로

$$\frac{(5 - 5)^2 + (3 - 5)^2 + (a - 5)^2}{5} +$$

$$\frac{(b - 5)^2 + (9 - 5)^2}{5} = 6$$

$$\frac{0 + 4 + a^2 - 10a + 25 + b^2 - 10b + 25 + 16}{5} = 6$$

$$\frac{a^2 + b^2 - 10(a + b) + 70}{5} = 6$$

$$a^2 + b^2 - 10(a + b) + 70 = 30$$

$$\therefore a^2 + b^2 - 10(a + b) = -40 \cdots \textcircled{㉡}$$

㉡의 식에 ㉠을 대입하면

$$\therefore a^2 + b^2 = 10(a + b) - 40 = 10 \times 8 - 40 = 40$$

15. 다섯 개의 변량 8, 7, x , y , 9의 평균이 8이고, 분산이 5일 때, $4xy$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 210

해설

다섯 개의 변량 8, 7, x , y , 9의 평균이 8이므로

$$\frac{8+7+x+y+9}{5}=8, \quad x+y+24=40$$

$$\therefore x+y=16 \cdots \textcircled{1}$$

또, 분산이 5이므로

$$\frac{(8-8)^2+(7-8)^2+(x-8)^2}{5}$$

$$+\frac{(y-8)^2+(9-8)^2}{5}=5$$

$$\frac{0+1+x^2-16x+64+y^2-16y+64+1}{5}=5$$

$$\frac{x^2+y^2-16(x+y)+130}{5}=5$$

$$x^2+y^2-16(x+y)+130=25$$

$$\therefore x^2+y^2-16(x+y)=-105 \cdots \textcircled{2}$$

$\textcircled{2}$ 의 식에 $\textcircled{1}$ 을 대입하면

$$x^2+y^2=16(x+y)-105=16 \times 16-105=151$$

$$\therefore x^2+y^2=151 \cdots \textcircled{3}$$

$$(x+y)^2=x^2+y^2+2xy,$$

$$16^2=151+2xy, \quad 2xy=105$$

$$\therefore 4xy=210$$

16. 다섯 개의 변량 5, 7, x , y , 8 의 평균이 6 이고, 분산이 5 일 때, $2xy$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 33

해설

다섯 개의 변량 5, 7, x , y , 8 의 평균이 6 이므로

$$\frac{5+7+x+y+8}{5}=6, \quad x+y+20=30$$

$$\therefore x+y=10 \quad \cdots \cdots \textcircled{A}$$

또, 분산이 5 이므로

$$\frac{(5-6)^2+(7-6)^2+(x-6)^2+(y-6)^2}{5}$$

$$+\frac{(8-6)^2}{5}=5$$

$$\frac{1+1+x^2-12x+36+y^2-12y+36+4}{5}=5$$

$$\frac{x^2+y^2-12(x+y)+78}{5}=5$$

$$x^2+y^2-12(x+y)+78=25$$

$$\therefore x^2+y^2-12(x+y)=-53 \quad \cdots \cdots \textcircled{B}$$

$\textcircled{B}$ 의 식에 $\textcircled{A}$ 을 대입하면

$$x^2+y^2=12(x+y)-53=12 \times 10-53=67$$

$$\therefore x^2+y^2=67 \quad \cdots \cdots \textcircled{C}$$

$$(x+y)^2=x^2+y^2+2xy, \quad 10^2=67+2xy, \quad 2xy=33$$

$$\therefore 2xy=33$$

17. 3개의 변량 a, b, c 의 평균이 7, 분산이 8일 때, 변량 $5a, 5b, 5c$ 의 평균은 m , 분산은 n 이다. 이 때, $n - m$ 의 값은?

① 115 ② 135 ③ 165 ④ 185 ⑤ 200

해설

$$m = 5 \cdot 7 = 35, n = 5^2 \cdot 8 = 200$$

$$\therefore n - m = 200 - 35 = 165$$

18. 변량 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ 의 평균이 10, 분산이 5일 때, 변량 $4x_1 + 1, 4x_2 + 1, 4x_3 + 1, \dots, 4x_n + 1$ 의 평균, 분산을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 평균 : 41

▷ 정답 : 분산 : 80

해설

$$(\text{평균}) = 4 \cdot 10 + 1 = 41$$

$$(\text{분산}) = 4^2 \cdot 5 = 80$$

19. 변량 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 의 평균이 4, 분산이 5일 때, 변량 $3x_1 - 5, 3x_2 - 5, \dots, 3x_n - 5$ 의 평균을 m , 분산을 n 이라 한다. 이 때, $m+n$ 의 값은?

① 50

② 51

③ 52

④ 53

⑤ 54

해설

$$(\text{평균}) = 3 \cdot 4 - 5 = 7 = m$$

$$(\text{분산}) = 3^2 \cdot 5 = 45 = n$$

$$\therefore m + n = 7 + 45 = 52$$

20. 4개의 변량 a, b, c, d 의 평균이 10이고, 표준편차가 3일 때, 변량 $a+5, b+5, c+5, d+5$ 의 평균과 표준편차를 차례로 나열하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 평균 : 15

▷ 정답 : 표준편차 : 3

해설

평균 : $1 \cdot 10 + 5 = 15$

표준편차 : $|1| \cdot 3 = 3$

21. 다음 네 개의 변수 a, b, c, d 에 대하여 다음 보기 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?
- ① $a + 1, b + 1, c + 1, d + 1$ 의 평균은 a, b, c, d 의 평균보다 1만큼 크다.
 - ② $a + 3, b + 3, c + 3, d + 3$ 의 평균은 a, b, c, d 의 평균보다 3배만큼 크다.
 - ③ $2a + 3, 2b + 3, 2c + 3, 2d + 3$ 의 표준편차는 a, b, c, d 의 표준편차보다 2배만큼 크다.
 - ④ $4a + 7, 4b + 7, 4c + 7, 4d + 7$ 의 표준편차는 a, b, c, d 의 표준편차의 4배이다.
 - ⑤ $3a, 3b, 3c, 3d$ 의 표준편차는 a, b, c, d 의 표준편차의 9배이다.

해설

- ② $a + 3, b + 3, c + 3, d + 3$ 의 평균은 a, b, c, d 의 평균보다 3 배만큼 크다.
→ $a + 3, b + 3, c + 3, d + 3$ 의 평균은 a, b, c, d 의 평균보다 3 만큼 크다.
- ⑤ $3a, 3b, 3c, 3d$ 의 표준편차는 a, b, c, d 의 표준편차의 9 배이다.
→ $3a, 3b, 3c, 3d$ 의 표준편차는 a, b, c, d 의 표준편차의 3 배이다.

22. 다음은 종연이네 반 학생 30 명의 인터넷 사용시간을 나타낸 도수 분포표이다. 이 반 학생들의 인터넷 사용시간의 분산과 표준편차를 구하여라.

시간(분)	학생 수(명)
0 ^{이상} ~ 30 ^{미만}	10
30 ^{이상} ~ 60 ^{미만}	5
60 ^{이상} ~ 90 ^{미만}	5
90 ^{이상} ~ 120 ^{미만}	4
120 ^{이상} ~ 150 ^{미만}	6

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 분산 : 2109

▷ 정답 : 표준편차 : $\sqrt{2109}$

해설

평균 : $\frac{15 \times 10 + 45 \times 5 + 75 \times 5 + 105 \times 4}{30} + \frac{135 \times 6}{30} = 66$

편차 : -51, -21, 9, 39, 69

분 산 : $\frac{(-51)^2 \times 10 + (-21)^2 \times 5 + 9^2 \times 5}{30} + \frac{39^2 \times 4 + 69^2 \times 6}{30} = 2109$

표준편차 : $\sqrt{2109}$

23. 다음 도수분포표는 어느 반에서 20명 학생의 체육 실기 점수를 나타낸 것이다. 이 반 학생들의 체육 실기 점수의 분산과 표준편차는?

점수(점)	1	2	3	4	5
학생 수(명)	2	5	8	3	2

- ① 분산 : 1.15, 표준편차 : $\sqrt{1.15}$
- ② 분산 : 1.17, 표준편차 : $\sqrt{1.17}$
- ③ 분산 : 1.19, 표준편차 : $\sqrt{1.19}$
- ④ 분산 : 1.21, 표준편차 : $\sqrt{1.21}$
- ⑤ 분산 : 1.23, 표준편차 : $\sqrt{1.23}$

해설

평균: $\frac{2 \times 1 + 2 \times 5 + 3 \times 8 + 4 \times 3 + 5 \times 2}{20} = 2.9$

편차: -1.9, -0.9, 0.1, 1.1, 2.1

분산: $\frac{(-1.9)^2 \times 2 + (-0.9)^2 \times 5 + 0.1^2 \times 8 + 1.1^2 \times 3 + 2.1^2 \times 2}{20} = 1.19$

표준편차: $\sqrt{1.19}$

24. 다음은 학생 20 명의 탁걸이 횟수에 대한 도수분포표이다. 이 분포의 분산은?(단, 평균, 분산은 소수 첫째자리에서 반올림한다.)

계급	도수
3 ^{이상} ~ 5 ^{미만}	6
5 ^{이상} ~ 7 ^{미만}	3
7 ^{이상} ~ 9 ^{미만}	8
9 ^{이상} ~ 11 ^{미만}	3
합계	20

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

해설

학생들의 탁걸이 횟수의 평균은

(평균) = $\frac{\{(계급값) \times (도수)\}의 총합}{(도수)의 총합}$

= $\frac{4 \times 6 + 6 \times 3 + 8 \times 8 + 10 \times 3}{20}$

= $\frac{24 + 18 + 64 + 30}{20} = 6.8(회)$

이므로 소수 첫째자리에서 반올림하면 7(회)이다.

따라서 구하는 분산은

$\frac{1}{20}\{(4-7)^2 \times 6 + (6-7)^2 \times 3 + (8-7)^2 \times 8 + (10-7)^2 \times 3\}$

= $\frac{1}{20}(54 + 3 + 8 + 27) = 4.6$

이므로 소수 첫째자리에서 반올림하면 5이다.

25. 다음은 학생 10 명의 윗몸일으키기 횟수에 대한 도수분포표이다. 이 분포의 분산을 구하여라.(단, 평균, 분산은 소수 첫째자리에서 반올림한다.)

계급	도수
3 ^{이상} ~ 5 ^{미만}	3
5 ^{이상} ~ 7 ^{미만}	3
7 ^{이상} ~ 9 ^{미만}	2
9 ^{이상} ~ 11 ^{미만}	2

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

학생들의 윗몸일으키기 횟수의 평균은

$$\begin{aligned}(\text{평균}) &= \frac{\{(\text{계급값}) \times (\text{도수})\} \text{의 총합}}{(\text{도수}) \text{의 총합}} \\&= \frac{4 \times 3 + 6 \times 3 + 8 \times 2 + 10 \times 2}{12 + 18 + 16 + 20} = 6.6(\text{회})\end{aligned}$$

이므로 소수 첫째자리에서 반올림하면 7(회)이다.

따라서 구하는 분산은

$$\begin{aligned}&\frac{1}{10} \{ (4-7)^2 \times 3 + (6-7)^2 \times 3 + (8-7)^2 \times 2 + (10-7)^2 \times 2 \} \\&= \frac{1}{10} (27 + 3 + 2 + 18) = 5\end{aligned}$$

26. 다음은 학생 8 명의 국어 시험의 성적을 조사하여 만든 것이다. 이 분포의 분산은?

계급	도수
55 ^{이상} ~ 65 ^{미만}	3
65 ^{이상} ~ 75 ^{미만}	a
75 ^{이상} ~ 85 ^{미만}	1
85 ^{이상} ~ 95 ^{미만}	1
합계	8

- ① 60
- ② 70
- ③ 80
- ④ 90
- ⑤ 100

해설

계급값이 60 일 때의 도수는 $a = 8 - (3 + 1 + 1) = 3$ 이므로 이 분포의 평균은

(평균)

$$\begin{aligned} &= \frac{\{(\text{계급값}) \times (\text{도수})\} \text{의 총합}}{(\text{도수}) \text{의 총합}} \\ &= \frac{60 \times 3 + 70 \times 3 + 80 \times 1 + 90 \times 1}{8} \end{aligned}$$

$$= \frac{560}{8} = 70(\text{점})$$

따라서 구하는 분산은

$$\begin{aligned} &\frac{1}{8}\{(60-70)^2 \times 3 + (70-70)^2 \times 3 + (80-70)^2 \times 1 + (90-70)^2 \times 1\} \\ &= \frac{1}{8}(300 + 0 + 100 + 400) = 100 \end{aligned}$$

이다.

27. 다음 도수 분포표는 어느 반 32명의 일주일 간 영어 공부 시간을 나타낸 것이다. 평균, 표준편차를 차례대로 나열한 것은?

공부시간 (시간)	학생 수 (명)
0 ^{이상} ~ 2 ^{미만}	4
2 ^{이상} ~ 4 ^{미만}	2
4 ^{이상} ~ 6 ^{미만}	18
6 ^{이상} ~ 8 ^{미만}	6
8 ^{이상} ~ 10 ^{미만}	2
합계	32

- ① 5, 1
- ② 5, 2
- ③ 5, 4
- ④ 6, 3
- ⑤ 6, 4

해설

(평균)= $\frac{1 \times 4 + 3 \times 2 + 5 \times 18 + 7 \times 6 + 9 \times 2}{32}$

= 5

(분산)= $\frac{(-4)^2 \times 4 + (-2)^2 \times 2}{32}$

+ $\frac{0^2 \times 18 + 2^2 \times 6 + 4^2 \times 2}{32} = 4$

∴ (표준편차)= $\sqrt{4} = 2$

28. 다음 도수분포표는 정십이네 반 학생들의 탁걸이 기록을 나타낸 것이다. 탁걸이 기록에 대한 분산과 표준편차를 차례대로 구하여라.

횟수(회)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
학생 수(명)	1	3	7	5	7	9	4	2	1	1

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

▷ 정답 : 2

해설

평균 : $\frac{1 + 2 \times 3 + 3 \times 7 + 4 \times 5 + 5 \times 7 + 6 \times 9}{40}$
+ $\frac{7 \times 4 + 8 \times 2 + 9 + 10}{40} = 5$
편차 : -4, -3, -2, -1, 1, 2, 3, 4, 5
분산 : $\frac{16 + 9 \times 3 + 4 \times 7 + 5}{40}$
+ $\frac{9 \times 2 + 16 + 25}{40} = 4$
표준편차 : 2

29. 세 실수 a, b, c 가 $a^2 + b^2 + c^2 = 24$, $a + b, b + c, c + a$ 의 평균이 4 일 때, ab, bc, ca 의 평균을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$a + b, b + c, c + a$ 의 평균이 4 이므로

$$\frac{2(a + b + c)}{3} = 4, \quad a + b + c = 6$$

$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$ 에서

$$a^2 + b^2 + c^2 = (a + b + c)^2 - 2(ab + bc + ca)$$

$$24 = 6^2 - 2(ab + bc + ca)$$

$$\therefore ab + bc + ca = 6$$

따라서 ab, bc, ca 의 평균은

$$\frac{ab + bc + ca}{3} = \frac{6}{3} = 2 \text{ 이다.}$$

30. 세 수 x, y, z 의 평균과 분산이 각각 4, 2 일 때, x^2, y^2, z^2 의 평균은?

- ① $\frac{50}{3}$ ② $\frac{51}{3}$ ③ $\frac{52}{3}$ ④ $\frac{53}{3}$ ⑤ 18

해설

세 수 x, y, z 의 평균이 4 이므로

$$\frac{x+y+z}{3} = 4$$

$$\therefore x+y+z = 12 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

또한, x, y, z 의 분산이 2 이므로

$$\frac{(x-4)^2 + (y-4)^2 + (z-4)^2}{3} = 2$$

$$(x-4)^2 + (y-4)^2 + (z-4)^2 = 6$$

$$x^2 - 8x + 16 + y^2 - 8y + 16 + z^2 - 8z + 16 = 6$$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 8(x+y+z) + 48 = 6$$

위의 식에 $\textcircled{1}$ 을 대입하면

$$x^2 + y^2 + z^2 - 8 \times 12 + 48 = 6$$

$$\therefore x^2 + y^2 + z^2 = 54 \text{ 따라서 } x^2, y^2, z^2 \text{ 의 평균은}$$

$$\frac{x^2 + y^2 + z^2}{3} = \frac{54}{3} = 18 \text{ 이다.}$$

31. 네 수 5, 7, x , y 의 평균이 4 이고, 분산이 3 일 때, 5 , $2x^2$, $2y^2$, 7 의 평균은?

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

변량 5, 7, x , y 의 평균이 4 이므로
$$\frac{5+7+x+y}{4} = 4, \quad x+y+12 = 16$$
$$\therefore x+y = 4 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$
또한, 분산이 3 이므로
$$\frac{(5-4)^2 + (7-4)^2 + (x-4)^2 + (y-4)^2}{4} = 3,$$
$$\frac{1+9+x^2-8x+16+y^2-8y+16}{4} = 3,$$
$$\frac{x^2+y^2-8(x+y)+42}{4} = 3$$
$$x^2+y^2-8(x+y)+42 = 12$$
$$\therefore x^2+y^2-8(x+y) = -30 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$
$$\textcircled{2} \text{의 식에 } \textcircled{1} \text{을 대입하면}$$
$$\therefore x^2+y^2 = 8(x+y) - 30 = 8 \times 4 - 30 = 2$$
따라서 5, $2x^2$, $2y^2$, 7 의 평균은
$$\frac{5+2x^2+2y^2+7}{4} = \frac{12+2(x^2+y^2)}{4} = \frac{12+4}{4} = 4 \text{ 이다.}$$

32. 세 수 x, y, z 의 평균과 분산이 각각 5, 3 일 때, $\frac{1}{2}x^2, \frac{1}{2}y^2, \frac{1}{2}z^2$ 의 평균은?

- ① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

해설

세 수 x, y, z 의 평균이 5 이므로

$$\frac{x+y+z}{3} = 5$$

$\therefore x+y+z = 15 \dots\dots\textcircled{1}$

또한, x, y, z 의 분산이 3 이므로

$$\frac{(x-5)^2 + (y-5)^2 + (z-5)^2}{3} = 3$$
$$(x-5)^2 + (y-5)^2 + (z-5)^2 = 9$$
$$x^2 - 10x + 25 + y^2 - 10y + 25 + z^2 - 10z + 25 = 9$$
$$x^2 + y^2 + z^2 - 10(x+y+z) + 75 = 9$$

위의 식에 $\textcircled{1}$ 을 대입하면

$$x^2 + y^2 + z^2 - 10 \times 15 + 75 = 9$$
$$\therefore x^2 + y^2 + z^2 = 84$$

따라서 $\frac{1}{2}x^2, \frac{1}{2}y^2, \frac{1}{2}z^2$ 의 평균은

$$\frac{1}{3} \left(\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{2} + \frac{z^2}{2} \right) = \frac{1}{6}(x^2 + y^2 + z^2) = \frac{84}{6} = 14 \text{ 이다.}$$

33. 다섯 개의 변량 5, 6, x, y, 7 의 평균이 8 이고, 분산이 5 일 때,
2, 3, $\frac{1}{5}x^2$, $\frac{1}{5}y^2$ 의 평균은?

- ① 5 ② 7 ③ 9 ④ 11 ⑤ 13

해설

다섯 개의 변량 5, 6, x, y, 7 의 평균이 8 이므로

$$\frac{5+6+x+y+7}{5}=8, \quad x+y+18=40$$

$$\therefore x+y=22 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

또, 분산이 5 이므로

$$\frac{(5-8)^2+(6-8)^2+(x-8)^2+(y-8)^2}{5}+\frac{(7-8)^2}{5}=5$$

$$\frac{9+4+x^2-16x+64+y^2-16y+64+1}{5}=5$$

$$\frac{x^2+y^2-16(x+y)+142}{5}=5$$

$$x^2+y^2-16(x+y)+142=25$$

$$\therefore x^2+y^2-16(x+y)=-117 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

㉡의 식에 ㉠을 대입하면

$$x^2+y^2=16(x+y)-117=16 \times 22-117$$

$$\therefore x^2+y^2=235$$

따라서 1, 2, $\frac{1}{5}x^2$, $\frac{1}{5}y^2$ 의 평균은

$$\frac{1}{4}\left(2+3+\frac{x^2}{5}+\frac{y^2}{5}\right)=\frac{1}{4}\left\{5+\frac{1}{5}(x^2+y^2)\right\}=13 \text{ 이다.}$$

34. 다섯 개의 변량 1, 2, a , b , 3 의 평균이 2 이고, 분산이 4 일 때,
6, 8, $\frac{1}{3}a^2$, $\frac{1}{3}b^2$ 의 평균을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{17}{3}$

해설

다섯 개의 변량 1, 2, a , b , 3 의 평균이 2 이므로

$$\frac{1+2+a+b+3}{5}=2, \quad a+b+6=10$$

$$\therefore a+b=4 \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$$

또, 분산이 4 이므로

$$\frac{(1-2)^2+(2-2)^2+(a-2)^2}{5}$$

$$+\frac{(b-2)^2+(3-2)^2}{5}=4$$

$$\frac{1+0+a^2-4a+4+b^2-4b+4+1}{5}=4$$

$$\frac{a^2+b^2-4(a+b)+10}{5}=4$$

$$a^2+b^2-4(a+b)+10=20$$

$$\therefore a^2+b^2-4(a+b)=10 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$$

②의 식에 ①을 대입하면

$$\therefore a^2+b^2=4(a+b)+10=4 \times 4+10=26$$

따라서 6, 8, $\frac{1}{3}a^2$, $\frac{1}{3}b^2$ 의 평균은

$$\frac{1}{4}\left(6+8+\frac{a^2}{3}+\frac{b^2}{3}\right)=\frac{1}{4}\left\{14+\frac{1}{3}(a^2+b^2)\right\}=\frac{17}{3} \text{ 이다.}$$

35. 세 실수 a, b, c 가 $a^2 + b^2 + c^2 = 24$, $a + b, b + c, c + a$ 의 평균이 4 일 때, ab, bc, ca 의 평균을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$a + b, b + c, c + a$ 의 평균이 4 이므로

$$\frac{2(a + b + c)}{3} = 4, \quad a + b + c = 6$$

$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$ 에서

$$a^2 + b^2 + c^2 = (a + b + c)^2 - 2(ab + bc + ca)$$

$$24 = 6^2 - 2(ab + bc + ca)$$

$\therefore ab + bc + ca = 6$ 따라서 ab, bc, ca 의 평균은

$$\frac{ab + bc + ca}{3} = \frac{6}{3} = 2 \text{ 이다.}$$

36. 변량 $x_1, x_2, + \dots + x_n$ 의 평균이 4 이고 표준편차가 3 일 때, 변량 $3x_1 - 5, 3x_2 - 5, \dots, 3x_n - 5$ 의 평균 m 과 표준편차 n 의 합 $m + n$ 을 구하면?

- ① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

해설

$$\frac{x_1, x_2, + \dots + x_n}{n} = 4$$
$$\frac{(3x_1 - 5) + (3x_2 - 5) + \dots + (3x_n - 5) +}{n}$$
$$= \frac{3(x_1 + x_2 + \dots + x_n) - 5n}{n}$$
$$= 3 \cdot 4 - 5 = 12 - 5 = 7 = m$$
$$\frac{(x_1 - 4)^2 + (x_2 - 4)^2 + \dots + (x_n - 4)^2}{n} = 3^2 = 9 \text{ 일 때,}$$
$$\frac{(3x_1 - 5 - 7)^2 + (3x_2 - 5 - 7)^2}{n}$$
$$+ \frac{\dots + (3x_n - 5 - 7)^2}{n}$$
$$= \frac{\{3(x_1 - 4)^2\} + \{3(x_2 - 4)^2\} + \dots + \{3(x_n - 4)^2\}}{n}$$
$$= \frac{9 \{ (x_1 - 4)^2 + (x_2 - 4)^2 + \dots + (x_n - 4)^2 \}}{n}$$
$$= 9 \cdot 9 = 81$$

따라서 표준편차 $n = \sqrt{81} = 9$ 이다.

따라서 $m + n = 7 + 9 = 16$ 이다.

37. 세 수 a, b, c 의 평균이 2, 분산이 4 일 때, 변량 $a+3, b+3, c+3$ 의 평균과 분산을 차례대로 나열한 것은?

- ① 2, 5 ② 3, 5 ③ 4, 4 ④ 5, 4 ⑤ 6, 5

해설

세 수 a, b, c 의 평균이 2 이므로

$$\frac{a+b+c}{3} = 2$$

$$\therefore a+b+c = 6 \cdots \cdots \textcircled{1}$$

또한, a, b, c 의 분산이 4 이므로

$$\frac{(a-2)^2 + (b-2)^2 + (c-2)^2}{3} = 4$$

$$(a-2)^2 + (b-2)^2 + (c-2)^2 = 12$$

$$a^2 - 4a + 4 + b^2 - 4b + 4 + c^2 - 4c + 4 = 12$$

$$a^2 + b^2 + c^2 - 4(a+b+c) + 12 = 12$$

위의 식에 $\textcircled{1}$ 을 대입하면

$$a^2 + b^2 + c^2 - 4 \times 6 + 12 = 12$$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 = 24$$

한편, $a+3, b+3, c+3$ 의 평균은

$$\frac{(a+3) + (b+3) + (c+3)}{3} = \frac{(a+b+c) + 9}{3}$$

$$= \frac{6+9}{3} = 5$$

따라서 분산은

$$\frac{(a+3-5)^2 + (b+3-5)^2 + (c+3-5)^2}{3}$$

$$= \frac{(a-2)^2 + (b-2)^2 + (c-2)^2}{3}$$

$$= \frac{a^2 + b^2 + c^2 - 4(a+b+c) + 4 \times 3}{3}$$

$$= \frac{24 - 4 \times 6 + 12}{3} = \frac{12}{3} = 4$$

38. 실수 x 에 대하여 이차방정식 $\frac{x^2}{p} + x + 1 = 0$ 의 근의 개수를 a 개, 이차방정식 $x^2 + \frac{x}{p} + \frac{1}{pq} = 0$ 의 근의 개수를 b 개라 하자. $a^2 + b^2 - 2a - 2b = -2$ 일 때, $p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$a^2 + b^2 - 2a - 2b = -2$ 에서
 $(a - 1)^2 + (b - 1)^2 = 0$ 이므로 $a = 1, b = 1$
즉, $\frac{x^2}{p} + x + 1 = 0$ 과 $x^2 + \frac{x}{p} + \frac{1}{pq} = 0$ 이 모두 중근을 가지므로
 $D = 1 - \frac{4}{p} = 0$
 $\therefore p = 4$
 $D = \frac{1}{p^2} - \frac{4}{pq} = 0$
 $\therefore q = 16$
따라서 $p + q = 4 + 16 = 20$ 이다.