

1. 이차방정식  $x - \frac{3}{x} = 6$ 의 두 근을  $p, q$ 라고 할 때  $(p^2 - 6p + 5)(q^2 - 6q + 3)$ 의 값을 구하면?

- ① 12      ② 24      ③ 36      ④ 48      ⑤ 50

해설

$$x - \frac{3}{x} = 6 \text{의 양변에 } x \text{를 곱하면 } x^2 - 6x - 3 = 0$$

$x = p, x = q$ 를 각각 대입하면

$$p^2 - 6p - 3 = 0 \text{에서 } p^2 - 6p = 3$$

$$q^2 - 6q - 3 = 0 \text{에서 } q^2 - 6q = 3$$

$$\therefore (p^2 - 6p + 5)(q^2 - 6q + 3) = (3 + 5)(3 + 3) = 48$$

2. 두 개의 이차방정식  $x^2 + ax + 2 = 0$  과  $x^2 - 2x - a = 0$  은 단 한 개의 공통 해를 갖는다고 한다. 이 때, 공통 해와 양의 실수  $a$  의 값을 구하면?

①  $x = 2, a = -3$

②  $x = 2, a = 3$

③  $x = 1, a = 3$

④  $x = -1, a = -3$

⑤  $x = -1, a = 3$

**해설**

두 방정식의 공통인 해를  $\alpha$  라 하고  $x = \alpha$  를 두 방정식에 각각 대입하면

$$\alpha^2 + a\alpha + 2 = 0 \cdots \text{㉠}, \alpha^2 - 2\alpha - a = 0 \cdots \text{㉡}$$

㉠ - ㉡하면

$$(a+2)\alpha + (a+2) = 0, (a+2)(\alpha+1) = 0$$

$a = -2$  또는  $\alpha = -1$  에서  $a > 0$  이므로  $\alpha = -1$

$\alpha = -1$ 을 ㉠에 대입하면

$$1 - a + 2 = 0 \quad \therefore a = 3$$

3.  $x^2 + ax + b = 0$  에서 계수  $a, b$  를 정하기 위하여 주사위를 던져서 나오는 첫 번째의 수를  $a$ , 두 번째의 수를  $b$  라 한다. 이 때, 이 이차 방정식이 중근을 가지는 확률은?

- ①  $\frac{1}{2}$       ②  $\frac{1}{3}$       ③  $\frac{1}{6}$       ④  $\frac{1}{9}$       ⑤  $\frac{1}{18}$

**해설**

중근을 가지려면  $x^2 + ax + b = 0$  이 완전제곱식이 되어야 하므로

$$\left(a \times \frac{1}{2}\right)^2 = b \text{ 이다.}$$

$a^2 = 4b$  를 만족하는  $(a, b)$  를 구하면  $(a, b) = (2, 1), (4, 4)$  의 두 가지이고 모든 경우의 수는 36 가지이다.

따라서 구하는 확률은  $\frac{2}{36} = \frac{1}{18}$  이다.

4. 이차방정식  $\frac{1}{12}x - \frac{1}{3} = \frac{3}{2x}$  의 양의 근을  $\alpha$  라고 할 때,  $\alpha^2 + 4\alpha$  의 값은?

- ①  $24 + 5\sqrt{21}$       ②  $26 + 6\sqrt{23}$       ③  $28 + 7\sqrt{26}$   
④  $32 + 8\sqrt{23}$       ⑤  $34 + 8\sqrt{22}$

해설

$$\begin{aligned} \frac{1}{12}x - \frac{1}{3} &= \frac{3}{2x} \text{의 양변에 } 12x \text{ 를 곱하면} \\ x^2 - 4x - 18 &= 0 \\ x^2 - 4x + 4 &= 18 + 4 \\ (x-2)^2 &= 22 \\ \therefore x &= 2 \pm \sqrt{22} \\ \alpha \text{ 는 양의 근이므로 } \alpha &= 2 + \sqrt{22} \\ \therefore \alpha^2 + 4\alpha &= 34 + 8\sqrt{22} \end{aligned}$$

5. 이차방정식  $2x^2 + bx + c = 0$  의 근을  $x = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{4}$  이라 할 때,  
이차방정식  $2x^2 - bx - c = 0$  의 두 근의 합은?

- ①  $-\frac{3}{2}$     ②  $-3$     ③  $-4$     ④  $\frac{3}{2}$     ⑤  $1$

해설

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 8c}}{4} = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{4} \text{ 이므로}$$

$$b = 3, c = -1$$

$$\therefore 2x^2 - 3x + 1 = 0, (2x - 1)(x - 1) = 0$$

$$x = \frac{1}{2} \text{ 또는 } x = 1$$

따라서 두 근의 합은  $\frac{3}{2}$  이다.

6.  $x^2$ 의 계수가 1인 이차방정식을  $A$ ,  $B$  두 사람이 푸는데,  $A$ 는 일차항의 계수를 잘못 보고  $-3$  또는  $8$ 을 해로 얻었고,  $B$ 는 상수항을 잘못 보고  $3$  또는  $-5$ 를 해로 얻었다. 이 때, 원래 주어진 이차방정식의 올바른 해는?

①  $x = -2$  또는  $x = 5$

②  $x = -3$  또는  $x = -5$

③  $x = -4$  또는  $x = 6$

④  $x = 4$  또는  $x = -6$

⑤  $x = 3$  또는  $x = -8$

**해설**

구하는 이차방정식을  $x^2 + bx + c = 0$ 이라 하자.

$A$ 는 일차항의 계수를 잘못 봤으므로

$$c = (-3) \times 8 = -24$$

$B$ 는 상수항을 잘못 보았으므로

$$-b = 3 + (-5) = -2, b = 2$$

따라서 처음 식은  $x^2 + 2x - 24 = 0, (x - 4)(x + 6) = 0$

$$\therefore x = 4 \text{ 또는 } x = -6$$

7. 방정식  $xy + y^2 - x + 8 = 0$  을 만족시키는 순서쌍  $(x, y)$  가 한 개 존재할 때,  $x - y$  의 값은?

- ①  $-2 \pm 2\sqrt{2}$       ②  $-3 \pm \sqrt{2}$       ③  $-3 \pm 6\sqrt{2}$   
④  $-3 \pm 8\sqrt{2}$       ⑤  $-5 \pm 4\sqrt{2}$

해설

$x - y = k$  라 하면  $y = x - k$   
이것을  $xy + y^2 - x + 8 = 0$  에 대입하면  
 $x(x - k) + (x - k)^2 - x + 8 = 0$   
 $2x^2 - (3k + 1)x + k^2 + 8 = 0$   
그런데 위 식을 만족시키는 순서쌍  $(x, y)$  가 한 개이면  
판별식이 0 이 되어야 하므로  
 $(3k + 1)^2 - 4 \times 2(k^2 + 8) = 0$   
 $k^2 + 6k - 63 = 0$   
 $\therefore k = -3 \pm 6\sqrt{2}$   
 $\therefore x - y = -3 \pm 6\sqrt{2}$



9.  $\frac{7}{3+\sqrt{2}}$ 의 정수 부분을  $a$ , 소수 부분을  $b$ 라 할 때,  $b$ 는 이차방정식  $ax^2 - kx - m = 0$ 의 한 근이다. 이때, 유리수  $k, m$ 의 차  $k - m$ 의 값은?

- ① 2      ② 4      ③ 6      ④ 8      ⑤ 10

해설

$$\frac{7}{3+\sqrt{2}} = \frac{7(3-\sqrt{2})}{7} = 3 - \sqrt{2} = 1. \times \times \times$$

$$\therefore a = 1, b = 2 - \sqrt{2}$$

$2 - \sqrt{2}, 2 + \sqrt{2}$ 가  $ax^2 - kx - m = 0$ 의 근이므로

$$\frac{k}{a} = 4, -\frac{m}{a} = 2$$

$$\therefore k = 4, m = -2$$

$$\therefore k - m = 4 - (-2) = 6$$

10. 이차방정식  $x^2 + 3x - 11 = 0$  의 두 근을  $\alpha, \beta$  라 할 때,  $\alpha + 1, \beta + 1$  을 두 근으로 하고,  $x^2$  의 계수가 1 인 이차방정식은?

①  $x^2 + 3x - 11 = 0$

②  $x^2 + 3x - 13 = 0$

③  $x^2 + x - 13 = 0$

④  $x^2 + x - 11 = 0$

⑤  $x^2 + x - 9 = 0$

해설

$x^2 + 3x - 11 = 0$  에서  $\alpha + \beta = -3, \alpha\beta = -11$   
 $\alpha + 1, \beta + 1$  을 두 근으로 하는 이차방정식에서  
두 근의 합은  $(\alpha + 1) + (\beta + 1) = -1$   
두 근의 곱은  $(\alpha + 1)(\beta + 1) = \alpha\beta + \alpha + \beta + 1 = -13$   
 $\therefore x^2 + x - 13 = 0$

11. 원가가 2000 원인 인형이 있다.  $a\%$ 의 이익을 붙여서 정가를 정하였다가 할인기간에 정가의  $3a\%$ 를 받고 팔았더니 560 원의 손해를 보았다. 이 때,  $a$ 의 값을 구하면?

- ① 10      ② 20      ③ 30      ④ 40      ⑤ 50

해설

$$\text{정가} : 2000 \times \left(1 + \frac{a}{100}\right) \text{ 원}$$

$$2000 \times \left(1 + \frac{a}{100}\right) \times \frac{3a}{100} + 560 = 2000$$

$$60a + \frac{3}{5}a^2 + 560 = 2000$$

$$a^2 + 100a - 2400 = 0$$

$$(a - 20)(a + 120) = 0$$

$$\therefore a = 20 \quad (a > 0)$$

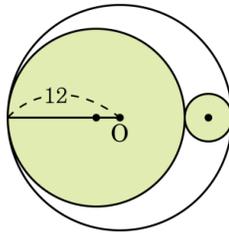
12. 지면에서 초속 36m 로 똑바로 위로 던진 공의  $t$  초 후의 높이를  $h$ m 라고 하면  $h = 36t - 4t^2$  인 관계가 있다고 한다. 공이 80m 이상의 높이에서 머무른 시간을  $a \leq t \leq b$  할 때,  $a + b$  의 값은?

- ① 3      ② 5      ③ 7      ④ 8      ⑤ 9

해설

$$\begin{aligned} 36t - 4t^2 &= 80 \\ 4t^2 - 36t + 80 &= 0 \\ (t-4)(t-5) &= 0 \\ \therefore t &= 4, 5 \\ 4 &\leq t \leq 5 \\ \therefore a + b &= 4 + 5 = 9 \end{aligned}$$

13. 다음 그림에서 색칠된 부분의 넓이가 원 O의 넓이의  $\frac{2}{3}$ 가 될 때, 색칠한 두 개의 원 중 큰 것의 반지름의 길이는?



- ①  $4 + 2\sqrt{3}$       ②  $6 + 2\sqrt{3}$       ③  $4 + 3\sqrt{2}$   
 ④  $3 + 2\sqrt{6}$       ⑤  $2 + 6\sqrt{3}$

해설

$$(\text{큰 원의 반지름}) = x$$

$$(\text{작은 원의 반지름}) = \frac{24 - 2x}{2} = 12 - x$$

$$\pi \{x^2 + (12 - x)^2\} = 144\pi \times \frac{2}{3}$$

$$x^2 - 12x + 24 = 0$$

$$x = 6 \pm 2\sqrt{3}$$

$$\therefore x = 6 + 2\sqrt{3} \quad (\because 6 < x < 12)$$

14. 어떤 원의 반지름의 길이를 3cm 만큼 줄였더니, 그 넓이는 처음 원의 넓이의  $\frac{1}{4}$  배가 되었다. 이때, 처음 원의 반지름의 길이를 구하면?

- ① 3cm    ② 4cm    ③ 5cm    ④ 6cm    ⑤ 7cm

해설

처음 원의 반지름 :  $r$

줄인 원의 반지름 :  $r-3$

$$\pi(r-3)^2 = \frac{1}{4}\pi r^2$$

$$r^2 - 6r + 9 = \frac{1}{4}r^2$$

$$\frac{3}{4}r^2 - 6r + 9 = 0$$

$$r^2 - 8r + 12 = 0$$

$$(r-2)(r-6) = 0$$

$$\therefore r = 6\text{cm} \quad (r > 3 \text{ 이므로})$$

15. 동서 방향으로 길이가 500m, 남북방향으로 길이가 200m 인 직사각형 모양의 땅에 동서 방향으로  $x$  개, 남북방향으로  $2x$  개의 길을 내려고 한다. 도로의 넓이가 전체 땅의 넓이의 8.8% 가 되도록 할 때,  $x$  의 값으로 알맞은 것은? (단 도로의 폭은 1m 로 일정하다.)

① 8      ② 10      ③ 12      ④ 14      ⑤ 16

해설

동서방향으로 난 도로의 넓이는  $500 \times x = 500x(\text{m}^2)$ ,  
남북방향으로 난 도로의 넓이는  $200 \times 2x = 400x(\text{m}^2)$  이고,  
동서 방향과 남북 방향으로 난 도로가 겹치는 부분의 넓이는  
 $x \times 2x = 2x^2$  이므로

$$\text{도로의 넓이는 } 500x + 400x - 2x^2 = 500 \times 200 \times \frac{8.8}{100}, 900x - 2x^2 = 8800,$$

$$x^2 - 450x + 4400 = 0, (x - 440)(x - 10) = 0$$

$$\therefore x = 10 (\because 0 < x < 200)$$