

1. $z = \frac{2}{1-i}$ 일 때, $2z^2 - 4z - 1$ 의 값을 구하면?

- ① -1 ② 2 ③ -3 ④ 4 ⑤ -5

해설

$$z = \frac{2}{1-i} = 1+i$$

$$\begin{aligned}\therefore 2z^2 - 4z - 1 &= 2(1+i)^2 - 4(1+i) - 1 \\ &= 4i - 4 - 4i - 1 \\ &= -5\end{aligned}$$

해설

$$z = 1+i, z-1 = i$$

양변을 제곱하고 정리하면

$$z^2 - 2z = -2$$

$$2z^2 - 4z - 1$$

$$= 2(z^2 - 2z)z - 1$$

$$= -4 - 1 = -5$$

2. 복소수 z 에 대한 다음 보기의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, $\bar{z}$ 는 z 의 켤레복소수이다.)

보기

- ㉠ $z \cdot \bar{z}$ 는 실수이다.
- ㉡ $z + \bar{z}$ 는 실수이다.
- ㉢ $z - \bar{z}$ 는 허수이다.
- ㉤ $(z+1)(\bar{z}+1)$ 은 실수이다.

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉤

③ ㉡, ㉤

④ ㉠, ㉡, ㉤

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤

해설

$z = a + bi$ (a, b 는 실수)로 놓으면 $\bar{z} = a - bi$ 이므로

㉠ $z \cdot \bar{z} = (a + bi)(a - bi) = a^2 + b^2$ (실수)

㉡ $z + \bar{z} = (a + bi) + (a - bi) = 2a$ (실수)

㉢ $z - \bar{z} = (a + bi) - (a - bi) = 2bi$

$b = 0$ 이면 실수, $b \neq 0$ 이면 허수이다.

㉤ $(z+1)(\bar{z}+1) = (a+bi+1)(a-bi+1)$
 $= (a+1+bi)(a+1-bi)$
 $= (a+1)^2 + b^2$ (실수)

3. 방정식 $|x| + |x - 1| = 2$ 의 해를 구하시오.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{1}{2}$ 또는 -0.5

▷ 정답 : $\frac{3}{2}$ 또는 1.5

해설

i) $x < 0$ 일 때,
 $-x - (x - 1) = 2$ 이므로 $-2x + 1 = 2$
 $\therefore x = -\frac{1}{2}$
ii) $0 \leq x < 1$ 일 때,
 $x - (x - 1) = 2$ 이므로 $0 \cdot x = 1$
 $\therefore$ 해가 없다.
iii) $1 \leq x$ 일 때,
 $x + x - 1 = 2$ 이므로 $2x = 3$
 $\therefore x = \frac{3}{2}$
(i), (ii), (iii) 에서 $x = -\frac{1}{2}$ 또는 $x = \frac{3}{2}$

4. $x^2 - 2\sqrt{2}x + 2 = 0$ 을 풀면?

① $x = -\sqrt{2}$

② $x = \sqrt{2}$

③ $x = 0$

④ $x = 4 - \sqrt{2}i$

⑤ $x = 6$

해설

$$x^2 - 2\sqrt{2}x + (\sqrt{2})^2 = (x - \sqrt{2})^2 = 0$$

$$\therefore x = \sqrt{2}$$

5. 이차방정식 $x^2 + (k - 4)x + k - 1 = 0$ 이 중근을 가지도록 상수 k 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

판별식을 D 라 하면,
 $D = 0$ 일 때 중근을 가지므로
 $D = (k - 4)^2 - 4(k - 1) = k^2 - 12k + 20 = 0$ 에서
 $(k - 2)(k - 10) = 0$
따라서, $k = 2, k = 10$ 이므로 k 의 값은 12이다.

6. 이차방정식 $ax^2 + 4x - 2 = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가질 때, 실수 a 값의 범위는?

① $a > -2$

② $-2 < a < 0, a > 0$

③ $-2 < a < 0$

④ $a > 2$

⑤ $a < 0, 0 < a < 2$

해설

$ax^2 + 4x - 2 = 0$ 에서

(i) 이차방정식이므로 x^2 의 계수는 $a \neq 0$ 이어야 한다.

(ii) 서로 다른 두 실근을 갖기 위해서는 판별식 $\frac{D}{4} > 0$ 이어야

하므로

$$\frac{D}{4} = 2^2 - (-2a) > 0, 2a + 4 > 0$$

$$\therefore a > -2$$

따라서 실수 a 값의 범위는

$$-2 < a < 0 \text{ 또는 } a > 0$$

7. 이차방정식 $x^2 + 2(k-a)x + k^2 + a^2 + b - 2 = 0$ 이 실수 k 의 값에 관계없이 중근을 가질 때, $a+b$ 의 값을 구하라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\frac{D}{4} = (k-a)^2 - (k^2 + a^2 + b - 2) = 0$$

$$\therefore -2ka - b + 2 = 0$$

이 식은 k 의 값에 관계없이 항상 성립하므로
 k 에 대한 항등식이다.

$$a = 0, b = 2$$

$$\therefore a + b = 2$$

8. 이차함수 $y = x^2 - 2ax - 2b^2 - 4a + 4b - 6$ 의 그래프가 x 축에 접할 때, $a^2 + b^2$ 의 값은? (단, a, b 는 실수)

① 2

② 5

③ 8

④ 10

⑤ 13

해설

$x^2 - 2ax - 2b^2 - 4a + 4b - 6 = 0$ 에서

$$\frac{D}{4} = a^2 - (-2b^2 - 4a + 4b - 6) = 0$$

$$\therefore (a+2)^2 + 2(b-1)^2 = 0$$

이 때, a, b 가 실수이므로 $a+2=0, b-1=0$

따라서 $a=-2, b=1$ 이므로

$$a^2 + b^2 = 5$$

9. 이차함수 $y = x^2 - 6x - 5$ 의 최솟값은?

- ① -14 ② 14 ③ -5 ④ 5 ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} y &= x^2 - 6x - 5 \\ &= x^2 - 6x + 9 - 9 - 5 \\ &= (x - 3)^2 - 14 \end{aligned}$$

$\therefore x = 3$ 일 때, 최솟값 -14 를 가진다.

10. $2 \leq x \leq 4$ 에서 이차함수 $y = x^2 - 2x + 3$ 의 최댓값은 M , 최솟값은 m 이다. $M + m$ 의 값은?

① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

해설

$$y = x^2 - 2x + 3 = (x - 1)^2 + 2$$

따라서 함수의 그래프는 점(1,2) 를 꼭지점으로 하는 아래로 볼록한 포물선이므로

(i) $x = 2$ 일 때 최소이며, 최솟값은

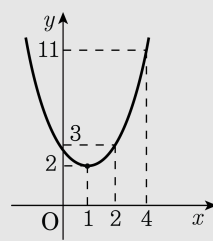
$$f(2) = 2^2 - 2 \cdot 2 + 3 = 3$$

$$\therefore m = 3$$

(ii) $x = 4$ 일 때 최대이며, 최댓값은 $f(4) = 4^2 - 2 \cdot 4 + 3 = 11$

$$\therefore M = 11$$

$$\therefore M + m = 14$$



11. n 이 홀수일 때, $\left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^{2n} + \left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^{2n}$ 의 값은?

- ① 0 ② 1 ③ i ④ $-i$ ⑤ -1

해설

$$\begin{aligned}(\text{준 식}) &= \left\{\left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^2\right\}^n + \left\{\left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^2\right\}^n \\&= i^n + (-i)^n \quad (n \text{은 홀수}) \\&= i^n - i^n = 0\end{aligned}$$

12. 복소수 z 의 켤레복소수를 $\bar{z}$ 라 할 때, $(1+i)z-2\bar{z}=5-3i$ 를 만족하는 복소수 z 는? (단, $i=\sqrt{-1}$)

① $1+i$ ② $1-i$ ③ $2+i$ ④ $2-i$ ⑤ $1-2i$

해설

임의의 복소수 $z=a+bi, \bar{z}=a-bi$

$$(1+i)(a+bi)-2i(a-bi)=5-3i$$

$$a+bi+ai-b-2ai-2b=5-3i$$

$$(a-3b)+(-a+b)i=5-3i$$

$$\begin{cases} a-3b=5 \\ -a+b=-3 \end{cases}$$

연립하여 풀면 $a=2, b=-1$

$$\therefore z=2-i$$

13. 이차방정식 $x^2 - x + m = 0$ 의 한 근이 2일 때, 다른 한 근을 구하여라.
(단, m 은 상수)

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$x^2 - x + m = 0$ 의 한 근이 2이므로

$x = 2$ 를 대입하면

$$2^2 - 2 + m = 0 \quad \therefore m = -2$$

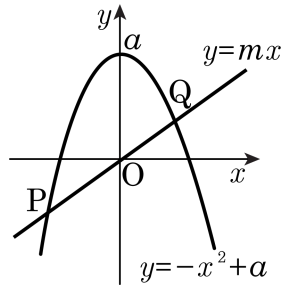
따라서 주어진 방정식은 $x^2 - x - 2 = 0$ 이다.

이 방정식을 풀면

$$(x - 2)(x + 1) = 0 \text{에서 } x = 2 \text{ 또는 } x = -1$$

이므로 다른 한 근은 -1 이다.

14. 다음 그림과 같이 이차함수 $y = -x^2 + a$ 의 그래프와 직선 $y = mx$ 가 서로 다른 두 점 P, Q에서 만난다. 점 Q의 x 좌표가 $\sqrt{5} - 1$ 일 때, $a + m$ 의 값을 구하여라. (단, a, m 은 유리수)



▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$y = -x^2 + a$ 와 $y = mx$ 가 만나는 두 점 P, Q의 x 좌표는 방정식이 $-x^2 + a = mx$ 의 근이다.

점 Q의 x 좌표가 $\sqrt{5} - 1$ 이므로

방정식 $x^2 + mx - a = 0$ 의 한 근이 $\sqrt{5} - 1$ 이다.

그런데 a 와 m 이 유리수이므로 다른 한 근은 $-\sqrt{5} - 1$ 이다.

따라서, 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$$-m = (\sqrt{5} - 1) + (-\sqrt{5} - 1) = -2$$

$$-a = (\sqrt{5} - 1)(-\sqrt{5} - 1) = -4$$

$$\therefore a = 4, m = 2 \quad \therefore a + m = 6$$

15. 가로와 세로의 길이의 합이 20 인 직사각형의 넓이를 y 라고 할 때, y 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 100

해설

가로의 길이를 x , 세로의 길이를 $20 - x$ 라고 하자.

$$y = x \times (20 - x)$$

$$= -x^2 + 20x$$

$$= -(x^2 - 20x)$$

$$= -(x - 10)^2 + 100$$

따라서 100이 최댓값이다.

16. $x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = 0$ 의 해를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 1$

▷ 정답 : $x = -2$

▷ 정답 : $x = 3$

해설

$f(x) = x^3 - 2x^2 - 5x + 6$ 으로 놓으면
 $f(1) = 1 - 2 - 5 + 6 = 0$ 이므로, 조립제법에 의하면

1		1	-2	-5	6
			1	-1	-6
		1	-1	-6	0

$$x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = (x - 1)(x^2 - x - 6)$$
$$= (x - 1)(x + 2)(x - 3)$$
$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } x = -2 \text{ 또는 } x = 3$$

17. 삼차방정식 $(x-1)(x^2-ax+2a)=0$ 이 중근을 가질 때, 실수 a 의 값들의 합을 구하면?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 7 ⑤ 10

해설

$(x-1)(x^2-ax+2a)=0$ 에서
i) 1이 중근일 경우
 $x^2-ax+2a=0$ 에 $x=1$ 을 대입하면 성립해야 하므로
 $1-a+2a=0$, $a=-1$
ii) 1이 중근이 아닌 경우
 $x^2-ax+2a=0$ 이 중근을 가지므로 판별식 $D=0$ 에서
 $D=a^2-8a=0$, $a(a-8)=0$, $a=0, 8$
 $\therefore 0+8-1=7$

18. x 에 대한 삼차방정식 $x^3 - ax^2 + 5x - b = 0$ 의 한 근이 $1 + \sqrt{2}$ 일 때, 유리수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$x^3 - ax^2 + 5x - b = 0$ 의 한 근이 $1 + \sqrt{2}$ 이므로 다른 한 근을 $1 - \sqrt{2}$, 나머지 한 근을 β 라 하면
 $(1 + \sqrt{2})(1 - \sqrt{2}) + (1 + \sqrt{2})\beta + (1 - \sqrt{2})\beta = 5$
 $-1 + 2\beta = 5, 2\beta = 6 \quad \therefore \beta = 3$
따라서, $a = (1 + \sqrt{2}) + (1 - \sqrt{2}) + 3 = 5$
 $b = (1 + \sqrt{2}) \cdot (1 - \sqrt{2}) \cdot 3 = -3$ 이므로
 $a + b = 5 + (-3) = 2$

19. $x = \alpha, y = \beta$ 가 연립방정식

$$\begin{cases} x^2 - xy - 2y^2 = -2 \\ 2x^2 - 3xy - 2y^2 = -3 \end{cases} \quad \text{의 해일 때, } \alpha^2 + \beta^2 \text{의 값은?}$$

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$$\begin{cases} x^2 - xy - 2y^2 = -2 & \dots \textcircled{1} \\ 2x^2 - 3xy - 2y^2 = -3 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

상수항을 소거하기 위해 $\textcircled{1} \times 3 - \textcircled{2} \times 2$ 하면

$$x^2 - 3xy + 2y^2 = 0, (x - 2y)(x - y) = 0,$$

$$x = 2y \text{ or } x = y$$

$x = 2y$ 를 $\textcircled{1}$ 식에 대입하면

$$4y^2 - 2y^2 - 2y^2 = -2, 0 = -2 \text{ 불능}$$

$x = y$ 를 $\textcircled{1}$ 식에 대입하면

$$y^2 - y^2 - 2y^2 = -2$$

$$y^2 = 1, y = \pm 1, x = \pm 1$$

$$\therefore \alpha^2 + \beta^2 = 1 + 1 = 2$$

20. 다음 연립방정식의 모든 해의 합을 구하여라.

$$\begin{cases} x+y=-3 \\ xy=-4 \end{cases}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

x, y 는 t 에 대한 이차방정식 $t^2 + 3t - 4 = 0$ 의 두 근이므로

$(t-1)(t+4) = 0$ 에서

$t = 1$ 또는 $t = -4$

따라서, 구하는 해는

$$\begin{cases} x=1 \\ y=-4 \end{cases} \quad \text{또는} \quad \begin{cases} x=-4 \\ y=1 \end{cases}$$

$$\therefore 1 + (-4) + (-4) + 1 = -6$$

21. 연립방정식 $xy = z$, $yz = x$, $zx = y$ 를 만족하는 0이 아닌 실수해 x, y, z 의 쌍 (x, y, z) 의 개수는?

① 1개

② 2개

③ 4개

④ 8개

⑤ 무수히 많다.

해설

주어진 식을 변변 곱하면 $(xyz)^2 = xyz$

$xyz \neq 0$ 이므로 $xyz = 1$

여기에 $xy = z$ 를 대입하면 $z^2 = 1$, $z = \pm 1$

(i) $z = 1$ 을 주어진 연립방정식에 대입하면,

$$xy = 1, x = y$$

$$\therefore (x, y, z) = (1, 1, 1), (-1, -1, 1)$$

(ii) $z = -1$ 을 주어진 연립방정식에 대입하면

$$xy = -1, x = -y$$

$$\therefore (x, y, z) = (1, -1, -1), (-1, 1, -1)$$

(i), (ii)에서 조건을 만족하는 (x, y, z) 는 모두 4개이다.

22. 연립방정식 $\begin{cases} 2x+y=k \\ x^2+y^2=5 \end{cases}$ 가 오직 한 쌍의 해를 가질 때, 상수 k 의 값은?

① ± 1 ② ± 3 ③ ± 5 ④ ± 7 ⑤ ± 9

해설

$$\begin{cases} 2x+y=k & \cdots \textcircled{1} \\ x^2+y^2=5 & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

①에서 $y = k - 2x$ 를 ②에 대입하면

$$x^2 + (k - 2x)^2 = 5$$

$5x^2 - 4kx + k^2 - 5 = 0$ 이 중근을 가지려면

$$\frac{D}{4} = (-2k)^2 - 5(k^2 - 5) = 0$$

$$-k^2 + 25 = 0, \quad k^2 = 25$$

$$\therefore k = \pm 5$$

23. 방정식 $x^2 + 5y^2 + 4xy - 2y + 1 = 0$ 을 만족시키는 실수 x, y 에 대하여 $x + y$ 의 값을 구하면?

① -7 ② -1 ③ 1 ④ 3 ⑤ 7

해설

$x^2 + 5y^2 + 4xy - 2y + 1 = 0$ 에서
 $x^2 + 4xy + 4y^2 + y^2 - 2y + 1 = 0$
 $(x + 2y)^2 + (y - 1)^2 = 0$
 $x + 2y, y - 1$ 은 실수이므로 $x + 2y = 0, y - 1 = 0$
 $\therefore y = 1, x = -2y = -2$
 $\therefore x + y = -1$

24. $\sqrt{a}\sqrt{b} = -\sqrt{ab}$, $\frac{\sqrt{c}}{\sqrt{b}} = -\sqrt{\frac{c}{b}}$, $|a+b| > |c|$ 인 a, b, c 에 대하여

$\sqrt{(a+b+c)^2} - |a+b| - \sqrt{c^2}$ 의 값은?

- ① $2a$ ② $2b$ ③ $-2c$ ④ $-2a$ ⑤ $-3b$

해설

$\sqrt{a}\sqrt{b} = -\sqrt{ab}$ 이므로, $a \leq 0, b \leq 0$

$\frac{\sqrt{c}}{\sqrt{b}} = -\sqrt{\frac{c}{b}}$ 이므로, $b < 0, c \geq 0$

$|a+b| > |c|$ 이므로, $-(a+b) > 0$

$\therefore a+b+c < 0$

$\therefore$ (주어진 식) $= |a+b+c| - |a+b| - |c|$
 $= -(a+b+c) + (a+b) - c$
 $= -2c$

25. 이차방정식 $2x^2+x-5=0$ 을 만족하는 양수 x 에 대하여 $(4x-\sqrt{41})^2+(2x-1)(x+1)$ 의 값은?

- ① 4 ② 2 ③ -1 ④ 5 ⑤ -5

해설

근의 공식을 이용하여 x 를 구하면

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{41}}{4}$$

$$x > 0 \text{ 이므로 } x = \frac{-1 + \sqrt{41}}{4}$$

$$4x - \sqrt{41} = -1, \quad 2x^2 + x = 5$$

$$(\text{준식}) = (-1)^2 + (2x^2 + x - 1) = 1 + (5 - 1) = 5$$

26. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 최댓값이 9 이고 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근이 -2, 4 일 때, abc 의 값은? (단, a, b, c 는 상수이다.)

① -10 ② -12 ③ -14 ④ -16 ⑤ -18

해설

$ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 근이 -2, 4 이므로

$$\begin{aligned} y &= ax^2 + bx + c \\ &= a(x+2)(x-4) \\ &= a(x^2 - 2x - 8) \\ &= a(x-1)^2 - 9a \end{aligned}$$

최댓값이 9 이므로 $-9a = 9$

$$\therefore a = -1$$

따라서 구하는 이차함수는 $y = -x^2 + 2x + 8$ 이고

$b = 2, c = 8$ 이다.

$$\therefore abc = -1 \times 2 \times 8 = -16$$

27. $x + y = 10$ 일 때, $x^2 + y^2$ 의 최솟값을 구하면?

① 10

② 24

③ 40

④ 45

⑤ 50

해설

$$y = 10 - x$$

$$x^2 + y^2 = x^2 + (10 - x)^2$$

$$= x^2 + x^2 - 20x + 100$$

$$= 2x^2 - 20x + 100$$

$$= 2(x^2 - 10x + 25 - 25) + 100$$

$$= 2(x - 5)^2 + 50$$

따라서 $x = 5$ 일 때 최솟값은 50 이다.

28. 길이가 80 m 인 끈으로 목장의 경계를 직사각형 모양으로 표시하려고 한다. 목장의 넓이를 최대로 하려면 이 울타리의 가로 길이는 몇 m 로 정해야 하는가?

- ① 10 m ② 20 m ③ 30 m ④ 40 m ⑤ 50 m

해설

가로의 길이를 x m 라 하면 세로의 길이는 $(40 - x)$ m 이므로
목장의 넓이를 y m² 라 하면
 $y = x(40 - x) = -x^2 + 40x = -(x - 20)^2 + 400 \cdots \cdots \textcircled{1}$
이 때, $0 < x < 40$ 이므로 $\textcircled{1}$ 은 $x = 20$ 일 때 최대이고 최댓값은 400 이다.
따라서, 목장의 넓이를 최대로 하려면 울타리의 가로의 길이는 20 m 로 해야 한다

29. 오차방정식 $x^5 - 3x^4 + x^3 + x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 허근을 α, β 라 할 때, $\alpha + \beta$ 의 값은?

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

방정식 $x^5 - 3x^4 + x^3 + x^2 - 3x + 1 = 0$ 에서

$$(x+1)(x^4 - 4x^3 + 5x^2 - 4x + 1) = 0$$

$\therefore x+1=0$ 또는

$$x^4 - 4x^3 + 5x^2 - 4x + 1 = 0$$

(i) $x+1=0$ 에서 $x=-1$

(ii) $x^4 - 4x^3 + 5x^2 - 4x + 1 = 0$ 의 양변을

x^2 으로 나누면

$$x^2 - 4x + 5 - \frac{4}{x} + \frac{1}{x^2} = 0$$

$$\left(s^2 + \frac{1}{x^2}\right) - 4\left(x + \frac{1}{x}\right) + 5$$

$$= 0 \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4\left(x + \frac{1}{x}\right) + 3 = 0$$

이 때, $x + \frac{1}{x} = t$ 로 치환하면

$$t^2 - 4t + 3 = 0, (t-1)(t-3) = 0$$

$\therefore t=1$ 또는 $t=3$

$$\textcircled{1} x + \frac{1}{x} = 1 \text{ 일 때, } x^2 - x + 1 = 0$$

$$\therefore x = \frac{1 \pm \sqrt{3}i}{2}$$

$$\textcircled{2} x + \frac{1}{x} = 3 \text{ 일 때, } x^2 - 3x + 1 = 0$$

$$\therefore x = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}$$

따라서, 주어진 방정식의

두 허근이 $\frac{1 \pm \sqrt{3}i}{2}$ 이므로

두 허근 α, β 의 합은

$\alpha + \beta = 1$ 이다.

30. 방정식 $x^2 + 2y^2 + 2xy - 4x - 10y + 13 = 0$ 을 만족시키는 실수 x, y 의 합 $x + y$ 의 값은?

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

주어진 방정식을 x 에 대하여 내림차순으로 정리하면
 $x^2 + 2(y - 2)x + 2y^2 - 10y + 13 = 0 \quad \cdots \textcircled{㉠}$
이 때, x 가 실수이므로 판별식 $\frac{D}{4} \geq 0$ 이다.

$$\frac{D}{4} = (y - 2)^2 - (2y^2 - 10y + 13) \geq 0$$
$$-y^2 + 6y - 9 \geq 0, \quad y^2 - 6y + 9 \leq 0$$
$$(y - 3)^2 \leq 0 \quad y \text{ 가 실수이므로 } y - 3 = 0$$
$$\therefore y = 3 \quad \cdots \textcircled{㉡}$$
$$\textcircled{㉡}\text{을 } \textcircled{㉠}\text{에 대입하면 } x^2 + 2x + 1 = 0, (x + 1)^2 = 0$$
$$\therefore x = -1$$
$$\therefore x + y = -1 + 3 = 2$$

31. 함수 $f(x) = (x^2 - 4x + 2)^2 - 4(x^2 - 4x + 2)$ 일 때, $0 \leq x \leq 3$ 에서 함수 $f(x)$ 의 최솟값을 구하여라.

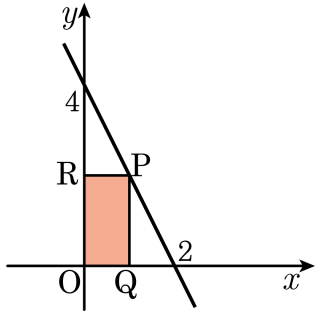
▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$f(x) = (x^2 - 4x + 2)^2 - 4(x^2 - 4x + 2)$
 $t = x^2 - 4x + 2 = (x - 2)^2 - 2$ 라 하면
 $0 \leq x \leq 3$ 에서 $-2 \leq t \leq 2$
 $f(t) = t^2 - 4t = (t - 2)^2 - 4$
 $\therefore -2 \leq t \leq 2$ 에서 $-4 \leq f(t) \leq 12$
따라서 $0 \leq x \leq 3$ 에서 $f(x)$ 의 최솟값은 -4 이다.

32. 직선 $y = -2x + 4$ 위의 제1 사분면에 있는 한 점 P 에서 x 축, y 축에 수선을 그어 그때의 수선의 발을 각각 Q, R 이라 할 때, 사각형 OQPR 의 넓이의 최댓값은?



- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 7

해설

$$\begin{aligned} y &= x(-2x + 4) \quad (0 < x < 2) \\ &= -2x^2 + 4x \\ &= -2(x^2 - 2x + 1 - 1) \\ &= -2(x - 1)^2 + 2 \end{aligned}$$

$x = 1$ 일 때 최댓값 2

33. 이차방정식 $x^2 + x + 1 = 0$ 의 서로 다른 두 근을 α, β 라 할 때, $(\alpha + \beta) + (\alpha^2 + \beta^2) + \dots + (\alpha^{100} + \beta^{100})$ 의 값을 구하면?

- ① -2
- ② -1
- ③ 0
- ④ 1
- ⑤ 2

해설

이차방정식 $x^2 + x + 1 = 0$ 의
서로 다른 두 근이 α, β 이므로
 $\alpha^2 + \alpha + 1 = 0, \beta^2 + \beta + 1 = 0$
또, $\alpha + \beta = -1, \alpha\beta = 1$
 n 이 양의 정수일 때,
 $\alpha^{n+2} + \alpha^{n+1} + \alpha^n$
 $= \alpha^n(\alpha^2 + \alpha + 1) = 0$
 $\beta^{n+2} + \beta^{n+1} + \beta^n$
 $= \beta^n(\beta^2 + \beta + 1) = 0$ 이므로
 $(\alpha + \beta) + (\alpha^2 + \beta^2) + \dots + (\alpha^{100} + \beta^{100})$
 $= \alpha + \{(\alpha^2 + \alpha^3 + \alpha^4) + \dots + (\alpha^{98} + \alpha^{99} + \alpha^{100})\}$
 $+ \beta + \{(\beta^2 + \beta^3 + \beta^4) + \dots + (\beta^{98} + \beta^{99} + \beta^{100})\}$
 $= \alpha + \beta = -1$